Stw
6659
-1-

Kaufmännische Arithmetik

oder

allgemeines Rechenbuch

für

Banquiers, Kaufleute, Manufakturisten, Fabrikanten und deren Zöglinge.

EIGENTHUM DER STADT AUGSBURG

104

Herausgegeben

von

Johann Philipp Schellenberg,
Lehrer der Arithmetik und Handlungswissenschaften.

Erster Kursus, in zwei Theilen.

Braunschweig, 1805
gedruckt bei Friedrich Vieweg.

Den

Hochwohl- Wohl- und Hochedelgebornen

Hochgelehrten und Hochweisen

Herren

Bürgermeistern und Rath

der

Römisch - Kaiserlichen Freien Reichsstadt

Augsburg

in tiefster Ehrfurcht

und

mit dem reinsten Gefühl

der

innigsten Hochachtung

gewidmet

von dem Verfasser.

Nachricht,

an die Beförderer dieses Werks.

Der Abdruck des zweiten Kursus, war zur bevorstehenden Ostermesse nicht mehr möglich; aber er ist bereits unter der Presse und wird unfehlbar spätestens bis Johanni dieses Jahres geliefert. Mit demselben erscheint dann auch die Vorrede.

Wer mit dem verbesserten Ansatze der Regel de tri - Aufgaben nicht ganz zufrieden seyn sollte, den bitte ich, die Anmerkung zum §. 171 nachzulesen und zu beherzigen.

Zugleich statte ich den respektiven Herren Pränumeranten und Subskribenten, für Dero schätzbares Zutrauen, meinen verbindlichsten Dank ab, und empfehle mich Ihrer fernern Gewogenheit mit innigster Hochachtung und Ergebenheit.

Arnstadt, den 26. April 1805.

Johann Philipp Schellenberg.

Erster Theil.

Die vier Rechnungsarten

gleich- und ungleichbenannter Zahlen,

nebst

gemeinen und Dezimalbrüchen.

Erster Theil.

Die vier Rechnungsarten

gleich- und ungleichbenannter Zahlen,

nebst

gemeinen und Decimalbrüchen.

Erster Abschnitt.

Vom Zählen, Lesen und Schreiben der Zahlen.

§. 1.

Die *Arithmetik* oder *Rechenkunst* ist ein Theil der Mathematik, oder derjenigen Wissenschaft, welche von Ausmessung der Grössen handelt. Sie lehrt durch Vergleichung der gegebenen bekannten Zahlen, nach gewissen Regeln, andere unbekannte finden.

Rechnen heisst: aus einigen als bekannt angegebenen Zahlen eine verlangte unbekannte Zahl ausfindig machen.

§. 2.

Eine *Zahl* ist eine Menge, oder eine Vielheit von Dingen, und zwar von einerlei Art. Wenn man Dinge gleicher Art nach und nach

zusammennimmt, um deren Vielheit oder Menge mit Worten bestimmt anzuzeigen, so *zählet* man. *Ungleichartige* Dinge kann man nur dann zählen, wenn man sie unter einer allgemeinern Benennung zusammenfassen kann; z. B. 8 Zitronen, 10 Feigen, 12 Birnen sind 30 Stück Früchte.

Ziffer ist das Zeichen, wodurch man eine Zahl kurz andeutet. So bezeichnet man die Zahl *acht* durch die Ziffer 8, und die Zahl *Einhundert sechs und funfzig* durch die Ziffern 156.

§. 3.

Die Zeichen oder Ziffern, wodurch wir und alle europäische Völker die Zahlen kurz andeuten, sind folgende:

0	1	2	3	4	5
Null.	Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.

6	7	8	9
Sechs.	Sieben.	Acht.	Neun.

Das erste Zeichen, die *Null*, bedeutet die Abwesenheit einer Zahl, und füllt blos die Stelle aus, in welcher keine Ziffer steht.

Durch die Vervielfältigung der *Einheit*, von zweimal an bis neunmal, entstehen nach

und nach aus *Einem*, *zwei*, *drei*, *vier*, *fünf*, *sechs*, *sieben*, *acht*, *neun*.

Diese Zahlen und Zahlwörter, welche den Anfang einer unendlichen Reihe von gleichartigen Begriffen ausmachen, heifsen *Einer*, eben darum, weil sie durch jene successive Vervielfältigung der Einheit entstehen, und weil sie daher in unserer gewöhnlichen Zahlenschrift auch nur durch eine einfache Ziffer bezeichnet werden.

§. 4.

Um Zahlen richtig lesen und aussprechen zu lernen, merke Dir folgende Regel:

Die Stellen der Ziffern gehen von der Rechten zur Linken, und es bedeutet eine Ziffer in der folgenden Stelle stets zehnmal mehr, als in der vorhergehenden.

Eine Ziffer also, welche allein stehet, oder in einer ganzen Reihe die erste Stelle rechter Hand einnimmt, bedeutet einzelne Einheiten, welche daher *Einer* genannt werden; z. B.

5	86	379
Einer	Einer	Einer

Unmittelbar nach *neun* beginnt, nach dem allgemein eingeführten Dezimalsysteme, mit *zehn* eine *zweite* und *höhere Stelle* von Zahlengröfsen, welche, zum Unterschiede von den Einern, *Zehner* genannt werden. So enthalten in den beiden vorhergehenden Zahlen 86 und 379 die Ziffern 8 und 7 eben so viel Zehner.

Unmittelbar nach 99 beginnt mit *hundert* (100) noch eine höhere, nämlich die *dritte Stelle* von Zahlen. Die in diese Stelle gehörenden Zahlen bekommen den Namen *Hunderte*, weil die Zahl hundert bei denselben wieder als Einheit zum Grunde liegt.

In der *vierten Stelle* sind die *Tausende*; und es gilt hier eine jede Ziffer zehnmal mehr, als in der dritten Stelle.

Diese vier Stellen wollen wir uns durch unsere Jahrzahl anschaulicher zu machen suchen:

1	8	0	4
Tausend	Hunderte	Zehner	Einer

Die erste Ziffer rechter Hand drückt 4 Einer, oder 4 einzelne Einheiten oder Jahre

aus; die Null in der zweiten Stelle zeigt an, dafs kein Zehner da sey; die 8 in der dritten Stelle bedeutet so viel Hunderte, hier also achthundert Jahre; die 1 endlich in der vierten Stelle drückt eintausend aus. Folglich zeigt diese Jahrzahl an, dafs seit Christus Geburt ein volles Tausend von Jahren, ferner achthundert und überdem noch vier einzelne Jahre verflossen sind. Kürzer spricht man diese Zahl also aus: eintausend achthundert und vier.

Wie werden nun folgende Zahlen gelesen und ausgesprochen:

33 Dukaten. 40 Louisd'or. 75 Pfund Sterling.
57 Zentner. 29 Pfunde. 92 Steine.
89 russische Imperiale. 98 Thaler Alberts.
809 Ellen. 316 Ruthen. 761 Fufs.
967 Gulden holländ. 5000 Mk. hamb. Banko.
3700 Rthlr. preuss. Kurrent. 4365 St. Laubthlr.
7801 Speziesthaler. 8003 Gulden rheinisch.

Die *fünfte Stelle* enthält die *Zehntausende*, und die *sechste* die *Hunderttausende*. Diese sechs Stellen machen die *erste Klasse* des *Zahlensystems* aus. Die *zweite Klasse* enthält die *Millionen*, von einzelnen bis zu hunderttausend Millionen, und hat, wie die erste Klasse, ebenfalls 6 Stellen, nämlich Einer, Zehner,

Hunderte, Tausende, Zehntausende und Hunderttausende der Millionen. Die *dritte Klasse* enthält die *Billionen;* in der *vierten Klasse* sind die *Trillionen;* dann folgen die *Quadrillionen*, *Quinquillionen* u. s. w. bis ins Unendliche.

Jede Klasse kann man durch einen Punkt oder senkrechten Strich, oder durch ein oben angebrachtes Komma, nochmals theilen, und sich dadurch das Aussprechen der Zahlen, besonders in grofsen Summen, sehr erleichtern. Z. B. Nach einer Berechnung wurden im Jahr 1803 in England an rohem Zucker eingeführt 3'164'230 Zentner; davon wurden wieder ausgeführt 1'600'269 Zentner; folglich betrug die eigne Konsumtion im Lande 1'563'961 Zentner; von dem Ganzen wurden 3'133'382 Pfund Sterling Abgaben bezahlt.

Für jeden, der Lust hat, sich in dem Lesen grofser Summen zu üben, und besonders für diejenigen, welche einst als Mathematiker mit grofsen Zahlen zu thun bekommen werden, füge ich hier folgendes *Zahlensystem* bei.

Fünfte Klasse Quadrillionen	Vierte Klasse Trillionen	Dritte Klasse Billionen	Zweite Klasse Millionen	Erste Klasse Unionen
			5	786984
		23	941730	065308
	109	375601	053400	932100
6090	085000	000500	307000	000000
Einer Zehner Hunderte Tausende u. s. w.	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende

Diese vier Summen werden also gelesen:

a) 5 Millionen 786tausend neunhundert vier und achtzig.

b) 23 Billionen 941tausend 730 Millionen 65tausend dreihundert und acht.

c) 109 Trillionen 375tausend 601 Billionen 53tausend 400 Millionen 932tausend und einhundert.

d) 6090 Quadrillionen 85tausend Trillionen 500 Billionen, 307tausend Millionen.

§. 5.

Das Aufschreiben der Zahlen, oder die Bezifferung vorgesagter Summen, geschieht der Aussprache gemäſs von der Linken nach der Rechten. Hierbei ist aber nöthig, daſs man

die Geltung der Ziffern in den verschiedenen Stellen gut inne habe. Man mache den Anfang nur mit kleinen Zahlen oder Summen, und behalte immer, wenigstens die erste Klasse des Zahlensystems vor Augen.

Soll z. B. die Summe: *vierhundert sechs und funfzig* mit Ziffern ausgedrückt werden, so wird vierhundert durch die Ziffer 4 in der dritten Stelle, wo sie Hunderte bedeutet, funfzig durch die Ziffer 5 in der zweiten Stelle, und sechs durch die Ziffer 6 in der ersten Stelle ausgedrückt und bezeichnet, nämlich also:

456

Um sich dies noch anschaulicher zu machen, so schreibe man diese Zahl theilweise so unter einander, daſs die Ziffern ebenfalls in ihre richtigen Stellen kommen, als:

$$\begin{array}{r} 400 \\ 50 \\ 6 \\ \hline 456 \end{array}$$

Dreitausend sechshundert und neun wird also geschrieben:

3609

wo die Stelle der Zehner mit einer Null aus-

gefüllt wird, weil in der vorgesagten Summe kein Zehner enthalten ist.

Geht aber die Summe in die Millionen und noch darüber hinaus, so kann man so viel senkrechte Striche, als Tausende und Millionen in der ausgesprochenen Summe enthalten sind, sich vorzeichnen, und dann dieselbe dazwischen eintragen. Z. B. *vier Millionen dreihundert und zweitausend fünfhundert und achtzig;* da macht man folgende Abtheilung

und trägt nun die gegebene Summe also ein:

4	302	580

Sollte es aber Köpfe geben, denen auch dies noch zu schwer fällt, so lasse man sie sieben senkrechte Linien ziehen, und bemerke oben mit einem lateinischen Buchstaben den Werth oder die Geltung der Ziffer in derselben, nämlich etwa so:

m	ht	zt	t	h	z	e

Nun sage man die aufzuschreibenden Summen langsam vor, und lasse die Rechen-

schüler dieselben selbst eintragen. Auf diese Art werden sie in kurzer Zeit ziemlich grofse Summen mit leichter Mühe aufschreiben lernen.

Einige Uebungsbeispiele.

1) Der Umkreis der Erde beträgt *fünftausend vierhundert* geographische Meilen; ihr Durchmesser aber *eintausend siebenhundert und neunzehn* solcher Meilen. Multiplizirt man beide Summen (die des Umkreises mit der des Durchmessers) so erhält man *neun Millionen zweihundert zwei und achtzigtausend und sechshundert* zum Produkt. So viel Quadratmeilen beträgt dann ihre Oberfläche.

2) Wenn ein Saamenkorn jährlich zwölffältige Frucht trägt, so könnte man aus einem einzigen Korn in zehn Jahren *ein und sechzigtausend neunhundert und siebenzehn Millionen dreihundert vier und sechzigtausend zweihundert vier und zwanzig* Körner erhalten.

3) Im Jahr 1798 sind in London *siebenzehntausend neunhundert ein und zwanzig* Menschen geboren worden, und *achtzehntausend einhundert fünf und funfzig* sind deren gestorben.

4) Der Werth des jährlich aus den Bergwerken gewonnenen Goldes und Silbers be-

trägt in Amerika *zwei und vierzig Millionen;* in Europa aber: *sieben und vierzig Millionen vierhundert neun und funfzigtausend fünfhundert sieben und sechzig Thaler.*

§. 6.

Jede Zahl läſst sich vermehren und vermindern; beides aber kann auf doppelte Art geschehen. Das *Vermehren* oder Vergröſsern einer Zahl geschieht *entweder*

a) wenn zu einer Zahl eine oder mehrere andere hinzugesetzt werden; z. B. 6 und 2 sind 8 und 4 dazu sind 12; *oder*

b) wenn eine und dieselbe Zahl zu wiederholtenmalen hinzugesetzt wird, z. B. 6 und 6 sind 12 und 6 dazu sind 18; dafür sagt man kürzer 3mal 6 sind 18. Jenes heiſst die *Addition* oder das Zusammenzählen; dieses heiſst die *Multiplikation* oder das Vermehren.

Das *Vermindern* einer Zahl geschieht *entweder*

a) wenn von einer Zahl eine kleinere Zahl einmal abgenommen wird, z. B. 8 von 24 bleiben 16; *oder*

b) wenn eine kleinere Zahl zu wiederholtenmalen von einer gröſsern abgenommen wird, z. B. 8 von 24 bleiben 16; und 8 von 16 bleiben 8; und 8 von 8 bleibt 0; wo man sich kürzer so ausdrückt: 8 ist in 24 dreimal enthalten, oder wenn sich 8 in 24 theilen, so kömmt auf jeden 3. Jenes heiſst die *Subtraktion*, dieses die *Division*.

Aus dem Vermehren und Vermindern der Zahlen entstehen also die vier Rechnungsarten oder Spezies der Arithmetik, die, um sie gehörig zu unterscheiden, besondere Namen erhalten, nämlich: *Addiren*, *Multipliciren*, *Subtrahiren* und *Dividiren*. Da aber die Subtraktion nicht nur den Anfängern leichter fällt, als die Multiplikation, sondern diese auch schon Kenntniſs der Subtraktion voraussetzt, so werden diese vier Rechnungsarten gewöhnlich in folgender Ordnung angegeben und gelernt: *Addition*, *Subtraktion*, *Multiplikation* und *Division*.

§. 7.

Die allgemein angenommenen arithmetischen Zeichen, durch welche man die verschiedenen Rechnungsoperationen kurz ausdrückt,

sind folgende: Die Addition hat das Zeichen + welches durch *Plus* oder *dazu* oder *und* ausgesprochen wird; die Subtraktion bezeichnet man mit einem kurzen horizontalen Strich — (oder auch ÷) der *Minus* oder *weniger* gelesen wird. Die Multiplikation hat einen Punkt . oder ein × zum Zeichen, welches durch *mal* ausgesprochen wird. Bei der Division hat man ein Kolon : zum Zeichen gewählt, welches *dividirt durch* gelesen wird. Das Zeichen der Gleichheit zweier Zahlen oder Gröſsen sind zwei horizontale Striche = welche durch *äqual* oder *gleich* ausgedrückt werden. Z. B. $3 + 4 = 7$ das heiſst: 3 und 4 ist gleich oder äqual 7. Ferner $9 - 4 = 5$ d. h. 9 weniger 4 ist gleich 5; dann $4 \cdot 8 = 32$ wird gelesen 4mal 8 sind gleich 32; endlich $32 : 4 = 8$ heiſst 32 dividirt durch 4 ist gleich oder giebt 8. Durch diese Zeichen können die Sätze weit kürzer, als mit Worten geschehen kann, ausgedrückt werden.

Es folgen nunmehr die 4 Rechnungsarten, und zwar erstlich mit *gleichbenannten*, oder wie es andere nennen, mit *unbenannten Zahlen;* vom 6ten bis 9ten Abschnitt aber mit *ungleichbenannten Zahlen.*

Zweiter Abschnitt.

Vom Addiren gleichbenannter Zahlen.

§. 8.

Addiren oder zusammenzählen heiſst: einige gegebene Zahlen, welche Posten genannt werden, in eine einzige *Summe* zusammen nehmen. Diese Summe drückt die gegebenen Posten auf einmal aus. Die Addition ist daher eine kunstmäſsige Fertigkeit in Zusammenzählung der Zahlen, und gewährt zum Fazit die Summe, als das Resultat des Zusammenzählens, oder als die vorher unbekannte Zahl.

Da eine jede Zahl aus mehreren Einheiten zusammengesetzt ist, so werden beim Addiren zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach hinzugezählet. Wenn z. B. 8 und 4 addirt werden sollen, so zählet man zu 8 noch 4 Einheiten und erhält dadurch 12 zur Summe.

Regel.

Die gegebenen Posten müssen so unter einander gesetzt werden, daſs die Ziffern von einerlei

Ordnung gerade unter einander kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende etc. weil nur *gleichartige Zahlen oder Gröſsen zusammengezählt werden können.*

Eine jede Reihe so geordneter Ziffern, die zu einerlei Ordnung gehören, und also gerade unter einander stehen, wird eine *Kolumne* oder *Kolonne* genannt.

Unter sämmtliche Posten wird hierauf eine gerade Linie gezogen, und nun beginnt die Addition der ersten Kolumne rechter Hand, welche Einer enthält, dann die der Zehner, der Hunderte u. s. w. Nur ist hierbei wohl zu merken: daſs wenn z. B. bei der ersten Kolumne, oder bei den Einern, die Summe derselben nicht über 9 beträgt, so wird die erhaltene Zahl ganz untergesetzt; beträgt sie aber darüber, z. B. 36 oder 40, so werden im ersten Falle nur die 6 Einer, im andern Falle aber wird die Null unter den Strich gesetzt, die 3 oder 4 aber als Zehner zu den gleich darauf folgenden Zehnern übergetragen.

Die Summe der Zehner setzt man ebenfalls gerade unter die Kolumne der Zehner, doch so, daſs man die darin enthaltenen Hun-

derte auch zu den Hunderten überträgt, und fährt auf diese Art weiter fort, bis zur letzten Stelle oder Kolumne, bei welcher man dann die Zahl völlig ausschreibt.

Die Ursache, warum man bei der Addition zur rechten Hand anfängt, oder die kleinste Art Einheiten zuerst addirt, ist: um die darin enthaltenen gröſsern Einheiten gleich zu den höhern Stellen mit hinüberzunehmen.

§. 9.

Einige Beispiele.

Ex. 1)	32 Nüsse.	Ex. 2)	21 Aepfel.	Ex. 3)	210 Thaler.
	14 -		43 -		123 -
	22 -		12 -		116 -
	68 Nüsse.		23 -		320 -
			99 Aepfel.		769 Thaler.

Ex. 4)	1321 Gulden.	Ex. 5)	3210 Mk. hamb. Bko.
	3242 -		342 -
	4100 -		1231 -
	8324 -		5003 -
	16987 Gulden.		9212 -
			18998 Mk. hamb. Bko.

Einer Erklärung bedürfen diese Exempel gar nicht, da die Einer, Zehner und Hun-

derte nicht über 9 betragen, und die Summe einer jeden Kolumne gleich ganz untergesetzt wird.

Ex. 6)	4 fl. holl.	die Einer geben	18	Einheiten.
	96 -	die Zehner -	180	-
	773 -	die Hunderte -	1600	-
	2925 -	die Tausende -	2000	-
			3798	fl. holl.

Erklärung. Die erste Kolumne rechter Hand, oder die Einer, geben 18 Einheiten, diese sind nebenbei besonders hingeschrieben worden. Die Zehner in der zweiten Kolumne geben 180, denn 90 und 70 sind 160 und 20 dazu sind 180. Die dritte Kolumne, welche Hunderte enthält, giebt 1600, denn 900 und 700 sind 1600. Die vierte Stelle enthält noch 2000. Werden nun diese auf lauter Einheiten gebrachten Posten zusammengezählt, so erhält man 3798 fl. holl. zur Summe des Ganzen, welche Summe den gegebenen einzelnen Posten gleich ist.

Ex. 7) Schildlouisd'or.

324	die Einer geben	22	Einheiten.
46	die Zehner -	150	-
625	die Hunderte -	1500	-
2413	die Tausende -	10000	-
8264		11672	Schildld'r.

Ex. 8) Rees.

975815	die Einer	geben	30	Einheiten.
855927	die Zehner	-	60	-
687102	die Hund.	-	3500	-
563719	die Taus.	-	36000	-
397621	die Zehnts.	-	420000	-
279406	die Hundts.	-	3300000	-
			3759590	Rs. oder wie

es die Portugiesen bezeichnen:

3 : 759 , 590 Rs.

§. 10.

Hat sich ein Rechenschüler, auf die im vorhergehenden §. gezeigte Art des Zusammenzählens, einen richtigen Begriff von dem Werthe der Zahlen machen lernen: so kann man ihm auch die kürzere und gewöhnlichere Art zu addiren lehren, wo man nämlich die Ziffern in jeder Stelle als Einer zusammenzählt, und, wenn die Summe einer Kolumne über 9 beträgt, nur die Einer unterschreibt, den oder die Zehner aber zur folgenden Kolumne überträgt.

Ex. 9)

827	Mark lübisch.
342	-
586	-
773	-
2528	Mk. lüb.

Erklärung. Die erste Kolumne rechter Hand giebt 18 Einheiten, (denn 7 und 2 sind 9 und 6 und 3 sind 9, folglich zweimal 9 sind 18) und schon aus der Benennung hört man, daſs 1 Zehner und 8 Einer darin sind. Schreibe daher die 8 Einer unter die Einer, und trage den Zehner in Gedanken zu den folgenden Zehnern über und sprich: 1 und 7 sind 8 und 8 sind 16 und 4 sind 20 und 2 sind 22. Schreibe nun die Einer unter die zusammengezählte Kolumne, und nimm die Zehner zur folgenden dritten Reihe, nämlich 2 und 7 sind 9 und 5 sind 14 und 1 von der 3 sind 15 und (da 8 und die übrigen 2 gerade 10 ausmachen) 10 sind 25. Diese letztere erhaltene Summe wird ganz ausgeschrieben, weil keine Reihe Zahlen mehr folgt. Die Summe der gegebenen vier Posten ist also: 2528 Mark lübisch.

Uebrigens kannst du auch die im Sinn behaltene Zahl gleich über die Linie unter die folgende Reihe setzen, wie hier folgt:

827

342

586

773

21

———

2528

Ex. 10)	5324	Fried.d'or.		5324
	6786			6786
	2635		Oder:	2635
	8475			8475
	16980			16980
	40200	Frd.d'r.		3332
				40200 Frd.d'r.

§. 11.

Vortheile beim Addiren.

Erster Vortheil.

Gewöhne dich, zwei über einander stehende Zahlen mit *einemmal* zu fassen. Dies läſst sich besonders leicht bei solchen Zahlen anwenden, welche gerade 10 machen, als: $\frac{1\,2\,3\,4\,5}{9\,8\,7\,6\,5}$. Die Anwendung dieses Vortheils siehe im vorigen 7ten, 8ten, 9ten und 10ten Exempel und in den folgenden Uebungsbeispielen.

Zweiter Vortheil.

Gewöhne dich ferner beim Zusammenzählen von 10 zu 10 zu springen, und die noch vorhandenen Einer zu der kommenden Summe zu addiren.

Ex. 11) 730 Pfunde Martin. Kaffee.
987
7898
9975
1709
896
533

22195 Pfund.

Dritter Vortheil.

Zwei, drei und mehrere gleiche Zahlen kann man gleich zusammennehmen, und ihre Summe durch Hülfe des Einmaleins finden; z. B. drei 7 = 21; fünf 8 = 40; sechs 9 = 54 u. s. w.

Vierter Vortheil.

Bei drei Zahlen, die gerade auf einander folgen, z. B. $\begin{smallmatrix}4\\5\\6\end{smallmatrix}$ oder $\begin{smallmatrix}7\\8\\9\end{smallmatrix}$ oder $\begin{smallmatrix}10\\11\\12\end{smallmatrix}$ darf man nur die mittelste dreimal nehmen, oder mit 3 multipliziren, so hat man ihre Summe, nämlich: 3mal 5 sind 15; 3mal 8 sind 24; und 3mal 11 sind 33.

Ex. 12) in welchem obige vier Vortheile anwendbar sind.

484	Gulden rheinisch.
3386	
785	
3727	
7988	
789	
443	
17159	fl. rhein.

§. 12.

P r o b e.

Man hat allerlei Proben erfunden, um die Richtigkeit des ausgerechneten Exempels darzuthun; allein ich will hier keiner derselben erwähnen, weil einige zu künstlich sind und von Anfängern gar nicht verstanden werden, andere aber nicht immer zutreffen.

Die *beste Probe der Addition* ist diese: Man addire das Exempel zweimal, einmal von unten hinauf, und einmal von oben herunter; stimmen die Summen jedesmal mit einander überein, so wird die Rechnung meistens richtig seyn.

Das Zeichen der Addition ist ein + und wird *plus* oder *und*, oder *dazu* ausgesprochen; z. B. $8 + 7 + 10 + 5 = 30$.

§. 13.

Uebungsbeispiele. *)

1) Aepfel.	2) Birnen.	3) Nüsse.
3	5	32
2	4	23
1	3	14
3	2	41
4	2	13
2	4	12
		24

4) Thlr.	5) Grosch.	6) Pfenn.	7) Gulden.	8) Kreuzer.
2	4	12	63	54
3	5	16	36	45
4	6	8	110	29
5	3	2	84	31
6	7	15	48	40
4	2	25	203	59
8	8	6	230	41
		10		

9) Dukaten.	10) Speziesthlr.	11) Thlr. preuss. Kur.
580	3254	17425
607	5717	35651
423	6004	63710
768	2345	52104
444	1436	64346
954	5869	46789

*) Die Resultate dieser und aller folgenden Uebungsbeispiele sind besonders abgedruckt, und können dem Leitfaden für Lehrer angehängt werden.

12) Mk. lüb.	13) Schillinge.	14) Groot.	15) Witten.
37687	875	789	8709
45573	3492	890	5748
56784	1428	109	6727
67895	895	210	7000

16) Maxd'or.	17) Goldguld.	18) Karol.	19) Souver. d'r.
678	359	794	997
85	84	683	885
396	9	572	89
707	23	18	127
830	152	910	721

20) Russische Rubel.	21) Thaler in sächs. Kassenbillets.	22) Albertsthaler.
106	700000	312
32040	250000	5000
29	250000	16900
4372	60000	80
8	60000	9
12304	60000	418
101	60000	6800
2	60000	387

23) Schiffpfund Pottasche.	24) Zentner Leinöl.	25) Stein Landwolle.	26) Pfund Berlinerblau.
875	59	380	79
96	78	2729	85
354	327	671	9
39	70	435	7
85	109	1845	13
9	71	269	584

27) Pud Talg,	28) Arschinen Leinwand.
6789	3150
678	978
67	90
6	789
87	5438
798	670
9800	8000

29) Nordamerika schätzt man auf 231193, und Südamerika auf 340979 Quadratmeilen. Wie viel solcher Meilen enthält ganz Amerika?

30) Ein erwachsener Mensch hat 8 Schneidezähne, 4 Eckzähne, und 20 Backenzähne; wie viel Zähne also zusammen?

31) Im Jahre 1795 wurde die ehemalige Republik Polen ganz getheilt: *Rufsland* nahm 8742 Quadratmeilen mit 6104500 Einwohnern; *Oestreich* 2205 Quadratmeilen mit 4121700 Einwohnern; *Preussen* 2642 Quadratmeilen mit 2655600 Einwohnern. a) Wie viel Quadratmeilen war damals Polen noch grofs? und b) wie viel Einwohner hatte es?

32) Der Bau eines Hauses hat gekostet: der Platz 120 Thaler; die Baumaterialien 459 Thaler; das Fuhrlohn 95 Thaler; die Zimmerleute 132 Thaler; die Maurer 318 Thaler; der Schlosser 69 Thaler; der Tischler

198 Thaler; an andern verschiedenen Ausgaben 130 Thaler. Wie viel beträgt dies zusammen?

33) Ein Pachter hat in einem Jahre verkauft: an Getreide für 1785 Gulden; an Obst für 136 Gulden; an Butter und Käse für 259 Gulden; an Heu und Stroh für 185 Gulden; an Rindvieh für 539 Gulden; an Schafen für 64 Gulden; an Schweinen für 83 Gulden. Wie viel betragen diese sieben Posten zusammen?

34) Ein hamburger Kaufmann macht eine Reise über folgende Städte: nach *Magdeburg* 30 Meilen, von da nach *Berlin* 18 — nach *Wien* 82 — nach *Triest* 61 — nach *Augsburg* 82 — nach *Strasburg* 29 — nach *Paris* 59 — nach *Brüssel* 35 — nach *Amsterdam* 70 — nach *Emden* 25 — nach *Bremen* 15 — nach *Braunschweig* 19 — und wieder nach *Hamburg* 22 Meilen. Wie viel Meilen hat er auf dieser Reise zurückgelegt?

35) Man schätzt den jährlichen *Handel der Europäer unter sich* auf 337'500000 Thaler, und den Handel nach *Asien*, *Afrika* und *Amerika* folgendermafsen: *Portugal* 17'500000 — *Spanien* 37'500000 — *Holland* 56'250000 —

Frankreich 77'500000 — *England* 82'500000 — *Dänemark* und *Schweden* 45'000000 — *Rußland* 29'500000 — die *europäische Türkei* 22'500000 — *Deutschland* und *Ungarn* 30'000000 — *Italien*, die venetianischen Inseln und Dalmatien 17'500000 Thaler. Wie viel beträgt hiernach der gesammte europäische Handel in einem Jahre?

36) Im Jahre 1788 beschäftigte der Handel mit *chinesischem Thee* folgende Nationen:

Schweden	brachte	aus China	auf	2	Schiffen	2'890900 ℔
Dänemark	-	—	—	2	—	2'664000 -
Holland	-	—	—	5	—	5'943200 -
Frankreich	-	—	—	3	—	1'228900 -
Nordamerika	-	—	—	2	—	750900 -
Preussen	-	—	—	1	—	499300 -
England	-	—	—	29	—	22'096703 -

Wie viel Pfund Thee wurden in diesem Jahre aus China ausgeführt?

Dritter Abschnitt.

Vom Subtrahiren gleichbenannter Zahlen.

§. 14.

Subtrahiren oder hinwegnehmen, abziehen, heiſst die Differenz oder den Unterschied zweier Gröſsen oder Zahlen angeben. Diesen findet man, indem man die kleinere Zahl von der gröſsern abzieht.

Von jeder gröſsern Zahl läſst sich eine kleinere hinwegnehmen oder abziehen. Nimmt man nun von der gröſsern Zahl eins oder mehr ab, so bleibt natürlich weniger übrig, und zwar um so viel weniger, als ich davon weggenommen habe.

Das, was nach geschehenem Abzuge noch übrig bleibt, wird *Rest* oder *Differenz* genannt. Wenn ich z. B. 6 von 14 abziehe, so ist der Rest 8; oder wenn ich 14 Thaler habe und gebe 6 davon aus, so behalte ich deren noch 8 übrig. Die gröſsere Zahl, von welcher abgezogen werden soll, nennt man *Minuend*, die kleine Zahl aber, welche man von der gröſsern abziehen soll, heiſst *Subtrahend*.

§. 15.

R e g e l n.

1) So wie nur *gleichartige* Dinge zusammengezählt oder addirt werden können; so kann man auch nur gleichartige Dinge von einander abziehen. 5 Pfunde kann man eben so wenig von 8 Ellen abziehen, als man 10 Pferde und 6 Taubenschläge addiren kann.

2) Der *Subtrahend* wird unter den *Minuenden* so gesetzt, daſs Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. zu stehen kommen. Man zieht dann die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern ab u. s. w. und bemerkt den jedesmaligen Rest sogleich unter der Linie, wie folgendes Exempel zeigt:

687	Minuend.
156	Subtrahend.
531	Rest oder Differenz.

Erklärung. Sage: 6 Einer von 7 Einern bleibt 1, und schreibe diese 1 in die erste Stelle rechter Hand unter den Strich; ferner 5 Zehner von 8 Zehnern bleiben 3, und setze diese 3 ebenfalls gerade unter die Zehner; dann 1 Hundert von 6 Hunderten bleiben 5,

welche unter die Hunderte zu stehen kommen. Der Rest ist 531.

Man kann sich dies noch deutlicher vorstellen, wenn man die Zahlen der gegebenen Summen nach ihrem Werthe zergliedert und also schreibt:

$$\begin{array}{rl} 600 + 80 + 7 & \text{das ist } 687 \\ 100 + 50 + 6 & \text{- - } 156 \\ \hline 500 + 30 + 1 & \text{- - } 531 \end{array}$$

3) Sehr oft trifft es aber auch, daſs man eine oder mehrere der untern Ziffern von den obern nicht abziehen kann, wenn nämlich diese gröſser als jene sind; da muſs man dann, wie es manchem Armen, aber auch leider manchem üblen Haushalter geht, zum Borgen seine Zuflucht nehmen. Man borgt dann von der nächsten Ziffer linker Hand eine 1, welche, da die höhere Stelle allemal zehnmal mehr gilt, als die vorhergehende, als zehn zu der obern kleinern Ziffer addirt wird, und nun zieht man die untern von der obern ab. Z. B.

$$\begin{array}{rl} 654 & \text{Scheffel} \\ 328 & \text{-} \\ \hline 326 & \text{Scheffel.} \end{array}$$

Erklärung. Sprich: 8 von 4 lassen sich nicht abziehn; borge daher oben aus der

nächsten Stelle linker Hand eine Einheit, und bemerke dies durch einen Punkt über oder neben der Zahl, wovon du geborgt hast. Diese geborgte Einheit gilt 10, zu der 4 addirt, gibt 14; nun lassen sich 8 davon abziehen, und es bleiben noch 6 übrig. Beim Abziehen der Zehner aber ist zu bemerken, dafs, da von der 5 eins weggeborgt worden, diese nur noch 4 enthält, sage daher 2 von 4 bleiben 2; und endlich 3 von 6 bleiben 3. Der Rest ist 326.

Dies Exempel kann, um sich die Berechnung anschaulicher zu machen, wie das vorige zergliedert werden, nämlich so:

$$\begin{array}{l} 600 + 40 + 14 \text{ das ist } 654 \\ \underline{300 + 20 + \;\;8 \quad - \quad - \quad 328} \\ 300 + 20 + \;\;6 \quad - \quad - \quad 326 \end{array}$$

wo von den Zehnern des Minuenden einer gleich abgenommen und zu den Einern übergetragen wurde.

Anmerkung. Ist die untere Ziffer der obern gleich, so bleibt nichts übrig, und man bezeichnet die leere Stelle mit einer Null. Am Ende oder zur linken Hand kann man dieselbe weglassen; z. B.

$$\begin{array}{r} 37.278 \text{ Thaler} \\ \underline{36878} \quad\quad\quad \\ 400 \text{ Thaler.} \end{array}$$

4) Ist die Ziffer in der nächsten Stelle, wo man 1 borgen will, eine Null, so geht man zu der nächstfolgenden Stelle, und borgt da eins, die Null aber verwandelt sich alsdann in 9. Folgen mehrere Nullen hinter einander, so übergeht man sie alle, und borgt bei der nächst bedeutenden Zahl; die Nullen aber werden alle zu 9; z. B.

3.2.0 3 Gulden
1868 -
1335 Gulden.

Erklärung. 8 Gulden von 3 Gulden lassen sich nicht abziehen, da nun die nächst höhere Stelle (der Zehner) selbst nichts hat, so geht man weiter, und borgt bei der dritten Stelle (der Hunderte) eine Einheit, diese als zehn zur 3 addirt gibt 13, und von dieser die 8 subtrahirt, bleiben 5. Dann heiſst es 6 von 9 bleiben 3; ferner 8 von 1 kann ich nicht, borge mir daher eine Einheit von der nächst höhern Stelle etc. Der Rest ist 1335 Gulden.

Eben so ist es im folgenden Beispiele, wo zwei Nullen übergangen und dadurch zu 9 werden.

7.000 Mark hamb. Banko
4365 -
2635 Mark Bko.

Die Ursache dieser Verwandlung der Nullen in 9 ist folgende: *Beim Rechnen nimmt jede Stelle nur das auf, was ihr gehört.* Wenn ich mir im vorigen Exempel von der 7 eine Einheit borge, so bekomme ich Eintausend, weil die Ziffern in der vierten Stelle Tausende bezeichnen; allein ich brauche ja nur 10 und gebe daher den beiden leeren Stellen, das was ich nicht brauche, nämlich der dritten Stelle 900 und der zweiten Stelle 90 (900 + 90 + 10 = 1000).

5) Man kann auch bei den Ziffern des Subtrahenden borgen, in diesem Falle aber wird die mit einem Punkte bezeichnete Ziffer für 1 mehr gelesen, weil der Abzug oder die Ausgabe dadurch vermehrt wird; z. B.

17045	Pfund Rosinen
10·3·6·9	-
6676	Pfund.

Erklärung. 9 von 15 bleiben 6; 6 und die weggeborgte 1 macht 7 von 14 bleiben 7; 3 und die weggeborgte 1 sind 4 von 10 bleiben 6; 0 und 1 ist 1 von 7 bleiben 6. Folglich ist der Rest 6676 Pfund. Diese Art zu subtrahiren ist bei ungleich benannten Zahlen anwendbarer, als bei gleichbenannten.

6) Seltner kommen in der Arithmetik

solche Beispiele vor, wo der Subtrahend in allen Theilen gröſser ist, als der Minuend; ist dies aber der Fall, so erhält man ein negatives Fazit, welches durch *Minus* (—) bezeichnet wird; z. B. 8 — 12 = — 4 oder ich sollte 12 Rthlr. ausgeben, hätte aber deren nur 8, so fehlten mir 4 Rthlr. zu dieser Ausgabe. Oder mein Vermögen betrüge 8000 Rthlr.; ich wäre aber 12000 Rthlr. schuldig, so hätte ich nicht nur nichts, sondern 4000 Rthlr. weniger als nichts in Vermögen, d. h. ich wäre so viel schuldig.

§. 16.

P r o b e.

Die Probe der Subtraktion geschieht, wenn man den Rest zu dem Subtrahenden wieder addirt, da dann, wenn richtig gerechnet worden, die obere Zahl, oder der Minuend, aufs neue herauskommen muſs. Dies gründet sich auf folgenden allgemeinen Satz: *Jede kleinere Zahl differirt, oder ist unterschieden von einer gröſsern.* Legt man nun das, um wie viel die kleinere differirt, zu dieser kleinern Zahl selbst, so kommt die gröſsere wieder heraus, oder so ist sie der gröſsern selbst gleich.

So ist 8 von 12 um 4 unterschieden; lege ich nun zu der kleinern Zahl 8 den Unterschied (oder die Differenz) 4, so sind 8 + 4 = 12; z. B.

Minuend	7.09.43.28	
Subtrahend	194573	addirt
Rest	6899755	
Probe	7094328	obiger Minuend.

So wie die Addition der Subtraktion zur Probe dient, so kann man auch diese bei jener zur Probe anwenden, indem man die einzelnen Posten von der ganzen Summe nach und nach wieder abzieht, da dann beim letzten Abzuge gar nichts übrig bleibt. Z. B.

	43605 Francs	Probe.	Von	7.004.0	Von	14520
	7546 -		ab	43605	ab	10000
	4369 -			2.6.4.3.5		4520
	10000 -		ab	7546	ab	4520
	4520 -			18889		0000
Summe	70040 Fr.		ab	4369		
				14520		

Das Zeichen der Subtraktion ist, wie schon bekannt, — oder ÷ und heifst M*inus* oder *weniger*; z. B. 288 ÷ 48 = 240.

§. 17.

Uebungsbeispiele.

1) Ellen.	2) Stück.	3) Kannen.	4) Eimer.
985	780	4842	3584
452	364	2622	984

5) Ohm.	6) Anker.	7) Metzen.
7238	6304	37035
5185	3786	9876

8) Himten.	9) Scheffel.	10) Malter.
35000	67238	2634084
7923	29489	956197

11) Wispel.	12) Simmer.	13) Tonnen.
70000	900010	908070
50304	69405	345678

14) Sekunden.	15) Minuten.
3456789	730043096
567890	9876543

16) 989333333 Stunden minus 1679012.
17) 703703592 Tage — 580246803.
18) 39751000 Wochen ÷ 978105.
19) 51037 Monate — 8198.
20) 39750 Jahre — 29756.
21) 2459 Pfund Wallfischbaarden ÷ 969 Pf.

22) Reinhold hat 9000 Thaler im Vermögen und 7009 Thaler Schulden; wie viel beträgt sein wahres Vermögen?

23) Ramdohr hat eine jährliche Einnahme von 1680 Thaler Kassengeld, seine Ausgabe betrug im Jahre 1803 in dem nämlichen Gelde 1385 Rthlr.; wie viel blieb ihm noch übrig?

24) Der König von Schweden, *Karl XII.* war 1682 geboren, und starb 1718; wie alt ist er geworden?

25) Christoph Columbus hat im Jahre 1492 Amerika entdeckt; wie lange ist es also in diesem 1805ten Jahre bekannt?

26) Im Jahre 1803 wurden in Hamburg geboren 4257, gestorben aber sind 4370. Wie viel sind mehr gestorben, als geboren worden?

27) Ostpreussen erhält aus Schweden jährlich für 34200 Thaler Eisen, und liefert dagegen für 73280 Thaler an Getreide und Branntwein dahin; wie viel gewinnt es bei diesem Tausche?

28) England hatte kurz vor seiner Theilnahme an dem Kriege gegen Frankreich 247'483782 Pfund Sterling Staatsschulden; im Jahre 1798 aber schon 468'242967 Pf. Sterl. Um wie viel hatten sich die Schulden bis dahin vermehrt?

29) Ein Kriegsschiff von 100 Kanonen

kostet *ohne* die Ausrüstung 190956 Thaler, *mit* derselben aber 257625 Thaler. Wie viel betragen daher die Kosten der Ausrüstung?

30) Das Tauwerk eines Kriegsschiffes vom ersten Range wiegt bei völliger Ausrüstung, wenn es *roh* ist, 164263; und wenn es *getheert* ist 219010 Pfund. Das Tauwerk, welches zu den Masten allein erforderlich ist, wiegt *roh* 137448 und *getheert* 183264 Pfund. Wie viel Pfund a) rohes und b) getheertes Tauwerk gehört also, ausser dem an den Masten, zu der übrigen Ausrüstung eines solchen Kriegsschiffes?

Vierter Abschnitt.

Vom Multipliziren gleichbenannter Zahlen.

§. 18.

Multipliziren heiſst vermehren, vergröſsern, oder vervielfältigen, und lehret eine gegebene Zahl durch eine andere um so viel mal vergröſsern, als diese andere gegebene Zahl Einheiten hat.

Diejenige Zahl, welche multiplizirt oder vermehrt werden soll, heiſst der *Multiplikand*; die andere Zahl aber, mit welcher man vermehrt, heiſst der *Multiplikator*. Diese letztere Zahl (der Multiplikator) unterscheidet sich von der erstern (vom Multiplikanden) immer durch das ihrem Zahlworte angehängte Wörtchen *mal*, z. B. zweimal, sechsmal, zehnmal, vier und sechzigmal etc. und zeigt dadurch den geringern oder höhern Grad der Vermehrung der andern Zahl an. Beide Zahlen nennt man die *Faktoren*. Multipliziren

heiſst daher auch: den einen Faktor so vielmal nehmen, als der andere Faktor Einheiten in sich enthält. Das, was durch die Arbeit dieser beiden Faktoren herausgebracht, oder die vorher unbekannte Zahl, welche durch sie gefunden wird, nennt man das *Produkt.* Z. B.

8 Multiplikand ⎫ die zwei Faktoren
4 Multiplikator ⎭
32 Produkt.

§. 19.

Da das Produkt oder Resultat einer Multiplikationsaufgabe durch eine so und so vielmalige Vermehrung des Multiplikanden, als nämlich der Multiplikator anzeigt, gefunden wird, so würde man den jedesmaligen Multiplikanden so viel mal zu sich selbst addiren müssen, als es der Multiplikator mit sich brächte. Sollte z. B. 653 mit 24 multiplizirt werden, so würde man in diesem Falle das Produkt auf ſolgende weitläuftige Art suchen müssen.

653	Transport 5877	Transport 11101
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	Summa 15672
Transport 5877	Transp. 11101	

Allein dieser ungeheuren Weitläuftigkeit haben wir nicht nöthig; denn eben diese dritte Rechnungsart, die Multiplikation lehrt uns, das Produkt von zwei gegebenen Faktoren durch Hülfe des Einmaleins auf einem weit kürzern Wege finden. Jeder Rechenschüler wird daher, wenn er nicht alle Mühe vergebens anwenden will, wohl thun, das hier folgende *Einmaleins* vollkommen auswendig zu lernen. Hier ist es:

1	mal	1	ist	1
2	—	2	sind	4
2	—	3	—	6
2	—	4	—	8
2	—	5	—	10
2	—	6	—	12
2	—	7	—	14
2	—	8	—	16
2	—	9	—	18
2	—	10	—	20
3	mal	3	sind	9
3	—	4	—	12
3	—	5	—	15
3	—	6	—	18
3	—	7	—	21
3	—	8	—	24
3	—	9	—	27
3	—	10	—	30
4	mal	4	sind	16
4	—	5	—	20
4	—	6	—	24
4	—	7	—	28
4	—	8	—	32
4	—	9	—	36
4	—	10	—	40
5	mal	5	sind	25
5	—	6	—	30
5	—	7	—	35
5	—	8	—	40
5	—	9	—	45
5	—	10	—	50
6	mal	6	sind	36
6	—	7	—	42
6	—	8	—	48
6	—	9	—	54
6	—	10	—	60
7	mal	7	sind	49
7	—	8	—	56
7	—	9	—	63
7	—	10	—	70
8	mal	8	sind	64
8	—	9	—	72
8	—	10	—	80
9	mal	9	sind	81
9	—	10	—	90
10	mal	10	sind	100
10	—	100	—	1000

§. 20.

Lerne vornämlich die Zahlen auf folgende drei Arten multipliziren:

a) *mit untergesetztem Multiplikator*, welches

die gemeine Art zu multipliziren genannt wird.

b) *Mit einem durch die Addition zerfällten Multiplikator.*

c) *Mit einem durch die Multiplikation zerfällten Multiplikator.*

Zu jeder dieser drei Arten soll in den folgenden § § die nöthige Anweisung gegeben werden.

Das Zeichen der Multiplikation ist ein $\times$ oder ein Punkt . und wird durch *mal* ausgesprochen; z. B. $6 \times 9 = 54$ d. h. 6 mal 9 ist gleich der Zahl 54; oder $4 \, . \, 12 = 48$.

§. 21.

a) *Nach der gemeinen Art zu multipliziren.*

1) *Besteht der Multiplikator nur aus einer Ziffer, so wird jede einzelne Ziffer des Multiplikanden gleich so vielmal genommen, als der Multiplikator Einheiten hat.* Ist z. B. die Zahl 72 mit 4 zu multipliziren, so muſs der Einer 2 viermal, und der Zehner 7 auch viermal genommen werden, weil der Multiplikator aus 4 Einheiten besteht. Die Zahlen, welche herauskommen, müssen genau unter die

vermehrten Ziffern des Multiplikanden zu stehen kommen, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r} 72 \\ 4 \\ \hline 288 \end{array}$$

Kommen aber durch das Multipliziren der einen Zahl des Multiplikanden mit dem Multiplikator zwei Ziffern heraus, so setzt man nur die Ziffer der niedrigern Ordnung unter die vermehrte Ziffer des Multiplikanden, und trägt die andere zu der nächstfolgenden Stelle über, weil sie, ihrer Geltung nach, dahin gehört. Soll z. B. 436 mit 6 multiplizirt werden, so ist die Rechnung folgende:

$$\begin{array}{r} 436 \\ 6 \\ \hline 2616 \end{array}$$

Erklärung. 6 mal 6 sind 36; setze die 6 gerade unter die Einer des Multiplikanden und behalte die 3 so lange im Sinne, bis du den folgenden Zehner 3 multiplizirt hast. Sage nun 6 mal 3 oder 3 mal 6 sind 18, hierzu die 3 Zehner aus den Einern, sind 21, setze die 1 unter und behalte 2 im Sinne; und nun 4 . 6 = 24 + 2 aus den Zehnern = 26, welche Zahl ganz ausgeschrieben wird, weil im Multiplikanden keine Ziffer mehr folgt.

Multiplizire ferner 8632 Stück Aepfel mit 4 und sage mir das Produkt.

	8632 Aepfel
	4
Produkt	34528 Aepfel.

Einige Uebungsbeispiele.

1)	Multiplizire 5647 Pfund Mandeln	mit	2
2)	— 4952 — Rosinen	—	3
3)	— 869 Pud Seife	—	4
4)	— 608 — Hanf	—	5
5)	16098 Arschinen Segeltücher	×	6
6)	23907 — Leinwand	×	7
7)	8354 Yards engl. Tuch	×	8
8)	7658 Varas Leinwand in Portugal	×	9

§. 22.

2) Besteht der Multiplikator aus zwei oder mehrern Ziffern, so vermehrt man erstlich alle Ziffern des Multiplikanden mit den Einern des Multiplikators; hierauf geht man zu der nächst höhern Stelle zu den Zehnern, und vermehrt mit diesen ebenfalls alle Ziffern des Multiplikanden, doch so, daſs die erste Ziffer des Produkts in die Stelle der Zehner zu stehen komme. Besteht der Multiplikator

aus drei Ziffern, so multiplizirt man mit den Hunderten desselben, wie vorher, alle Ziffern des Multiplikanden, rückt aber die erste Ziffer des Produkts um zwei Stellen ein, damit sie in die Stelle der Hunderte zu stehen komme. Nach geschehener Multiplikation werden die gefundenen einzelnen Produkte zusammengezählt, und durch eine Summe ausgedrückt. Z. B.

1)	653 Multiplikand	2)	85376
	24 Multiplikator		432
	2612		170752
	1306		256128
	15672 Produkt.		341504
			36882432

Noch anschaulicher wird das hierbei beobachtete Verfahren werden, wenn man sichs mit zergliederten Zahlen also vorstellt:

653
4
12
200
2400
2612 Produkt des Einers 4

nämlich: $4 \times 3 = 12$; $4 \times 50 = 200$; $4 \times 600 = 2400$. Diese einzelnen Produkte addirt, giebt 2612. Ferner:

653
20
60
1000
12000
13060 Produkt des Zehners 2

nämlich: 20 × 3 = 60; 20 × 50 = 1000; 20 × 600 = 12000; 20 × 653 beträgt also 13060. Werden nun beide Produkte, das des Einers und das des Zehners addirt, so erhält man das Produkt des Multiplikators 24, wie hier steht:

2612	Produkt des	Einers	4
13060	- -	Zehners	2
15672	- -	Multiplikators	24.

Auch das zweite Exempel läſst sich auf diese Art zergliedern, nämlich:

Einer.

2	mal	6	sind	12	
2	-	70	-	140	
2	-	300	-	600	
2	-	5000	-	10000	
2	-	80000	-	160000	
2	mal	85376	sind	170752	

Zehner.

30	×	6	=	180
30	-	70	-	2100
30	-	300	-	9000
30	-	5000	-	150000
30	-	80000	-	2400000
30	×	85376	=	2561280

Hunderte.

400	×	6	=	2400
400	-	70	-	28000
400	-	300	-	120000
400	-	5000	-	2000000
400	-	80000	-	32000000
400	×	85376	=	34150400

Addire nun diese drei einzelnen Produkte, so wird die Summe derselben dem obigen gleich seyn:

170752	Produkt der 2 Einer des Multiplikators
2561280	- - 3 Zehner - -
34150400	- - 4 Hunderte - -
36882432	Produkt des Multiplikators 432.

§. 23.

3) Kommen in der Mitte des Multiplikators eine oder mehrere Nullen vor, so übergeht man dieselben und rückt das nächstfolgende Produkt über dieselben hinweg; z. B.

164835		164835
104	Sonst würde es also stehen:	104
659340		659340
164835		000000
17142840		164835
		17142840

Ein anderes Beispiel.

5807462
4003
17422386
23229848
23247270386

Sonst würde es also stehen:

5807462
4003
17422386
0000000
0000000
23229848
23247270386

Dieses Einrücken darf aber nie unterlassen werden, weil die Nullen nur zur Ausfüllung der leeren Stellen da sind, und dazu dienen, die Bedeutung der folgenden Ziffern gehörig zu bestimmen. Im ersten Beispiele zeigt die Null in 104 an, daſs kein Zehner da sei, daſs aber die 1 einhundert gelte. Würde die Null weggelassen, so wäre es nur 14, und dann würde ein 90mal geringeres Produkt herauskommen. In dem zweiten Exempel zeigen die 2 Nullen im Multiplikator 4003 an, daſs kein Zehner und kein Hunderter vorhanden sei, sondern 4 tausend und drei. Würden die Nullen weggelassen, so hätte man dann nur 43, welches 3960 weniger wäre als 4003, und folglich würde auch das Produkt um so vielmal zu klein herauskommen.

Eben dies gilt auch von folgenden Exempeln:

97325	476897
40608	200406
778600	2861382
583950 .	1907588 .
389300 . .	953794 . .
3952173600	95573020182

§. 24.

4) Keine Art von Multiplikationsaufgaben ist leichter zu berechnen, als solche, wo der Multiplikator aus einer dekadischen Zahl d. h. aus einer Eins mit einer oder mehrern Nullen besteht. Dergleichen Aufgaben bedürfen gar keiner eigentlichen Berechnung, indem man dem Multiplikanden nur die Nullen des Multiplikators anzuhängen braucht, wodurch jene um 10, 100, 1000mal vergröſsert wird. Z. B.

$$52 \times 10 = 520$$
$$86 \times 100 = 8600$$
$$375 \times 1000 = 375000.$$

Durch das Hinzufügen von einer Null, wird jede Ziffer des Multiplikanden um eine Stelle höher hinaufgerückt, oder mit 10 multiplizirt, folglich wird jede Ziffer zehnmal so

grofs, als sie vorher war. Eben so verhält sichs auch, wenn zwei oder drei Nullen angehängt werden.

5) Enthalten beide Faktoren Nullen zur rechten Hand, so schneidet man diese ab, und multiplizirt erst die bedeutenden Ziffern, hierauf hängt man dem Produkte die abgeschnittenen Nullen an. Z. B.

653\|00	172\|0
46\|0	54\|00
3918	688
2612	860
30038 000	9 288 000

6) Auf eine eben so leichte als kurze Art läfst sich das Produkt derjenigen Multiplikationsaufgaben finden, wo der Multiplikator aus solchen Zahlen, als 20, 50, 300, 4000 etc. besteht; man multiplizirt nämlich in diesem Falle blos mit 2, 5, 3, 4 etc. und hängt dann dem gefundenen Produkte die Nullen des Multiplikators an. Z. B.

678	785
20	400
13560	314000.

§. 25.

7) Beim Multipliziren ist es übrigens ganz einerlei, welchen von beiden Faktoren

man zum Multiplikanden, und welchen man zum Multiplikator macht. Der wahre Multiplikator ist diejenige Zahlengröfse, welcher das Wörtchen *Mal* zukommt, und welche den geringern oder höhern Grad der Vervielfältigung anzeigt, die mit der andern Zahl vorgenommen werden soll. Wenn z. B. ein holländischer Gulden 20 Stüver hat, so betragen

	2 fl. holl.	2 mal 20 (20 × 2)	= 40 St.
ferner	3 - -	3 - 20 (20 × 3)	= 60 -
u. folglich	378 - -	378 - 20 (20 × 378)	= 7560 -

Wollte man aber die wirkliche Berechnung dieser Multiplikationsaufgabe so bewerkstelligen, wie es der Sinn der Aufgabe mit sich bringt, so würde die Berechnung also ausfallen:

```
  20
 378
----
 160
140
60
----
7560
```

Auf eine kürzere Art aber findet man das nämliche Produkt, wenn man die Faktoren umkehrt, und den Multiplikanden zum Multiplikator macht, nämlich also:

```
 378
  20
----
7560
```

§. 26.

Uebungsbeispiele.

1)	Multiplizire	76854	Scheffel	mit 22
2)	-	9306	Wispel	mit 23
3)	-	5008	Malter	mit 26
4)	-	1987	Simmer	mit 34
5)	-	8765	Himten	mit 37
6)	-	1564	Metzen	mit 43
7)	-	375600	Anker	mit 47
8)	-	78534	Danz. Gulden	mit 30
9)	-	19804	Danz. Rthlr.	mit 90
10)	-	7096	Holl. Thaler	mit 50
11)	-	68719	Reichsgulden	mit 60
12)	-	7534	Bresl. Eimer	mit 80

13)	53690	Ohm	× 230
14)	8700	Eimer	× 700
15)	13080	Wedro	× 5000
16)	8356	Dekalitre	× 10
17)	20709	Arroben	× 100
18)	999	Viertel	× 1000
19)	876	Jetz	× 234
20)	7543	Both	× 3456

§. 27.

Zerfällung des Multiplikators durch die Addition.

Regel. Zerfälle den Multiplikator in seine einzelnen Bestandtheile, nämlich in Einer, Zehner, Hunderte etc. *und vermehre den jedesma-*

ligen Multiplikanden auf die möglichst kürzeste Art. Soll z. B. 5746 mit 21 multiplizirt werden, so kann die Berechnung auf folgende doppelte Art geschehen:

a) 5746 × 21		Oder:	b) 5746 × 21	
114920	20		11492.	1
5746	1		120666	20
120666				

Erklärung. In Nr. a. wurde der Multiplikator in 20 + 1 zerstreut; 20 × 5746 = 114920 dazu noch + 1 mal 5746 = 120666. Kürzer aber ist das Verfahren in Nr. b. wo der Multiplikator in 1 + 20 zerfällt worden. Da nun die 1 nicht vermehrt, so läſst man gleich den Multiplikanden als 1 mal so viel stehen, und multiplizirt denselben mit 2, rückt aber, da diese Zwei ein Zehner ist, um eine Stelle hinauf, und addirt dann beide Produkte, nämlich das von 1 und das von 20 mal, welches nun den 21 maligen Betrag des Multiplikanden gibt.

Eben so kann man auch folgende Aufgabe (789 × 12) auf zweierlei Art berechnen, als:

a) 789 × 12		Oder	b) 789. × 12	
1578	2		1578.	10
789.	10		9468	2
9468				

Ein jeder wird hier bei einem flüchtigen Ueberblicke sehen, daſs die Rechnung Nr. b. kürzer und leichter sei, wo nämlich der Multiplikand 789 als zehnmal so viel, durch Beifügung eines Punktes (oder welches auch eine Null seyn kann) stehen blieb, und dann das gefundene zweifache Produkt von 789 (1578) dazu addirt wurde.

Hieraus läſst sich nun folgende *besondere Regel* abstrahiren:

Enthält der Multiplikator, wenn er aus zwei Ziffern besteht, rechts oder links eine Eins, so braucht man den Multiplikanden nur mit der andern Ziffer zu multipliziren, rückt aber im ersten Falle, (wenn nämlich der Multiplikator rechts eine Eins hat) *um eine Stelle weiter hinauf, im andern Falle aber um eine Stelle weiter herunter.*

Zur Erläuterung mögen folgende Beispiele dienen:

a) 593 × 31		b) 8456. × 13	
1779.	1	25368	10
18383	30	109928	3
c) 987 × 51		d) 8765. × 15	
4935.	1	43825	10
50337	50	131475	5

Geübte Rechner verrichten die hier angezeigte Zerfällung blos in Gedanken, ohne

sie auf der Tafel oder auf dem Papier mit beizufügen.

Gleich gut und anwendbar ist diese Art zu multipliziren in allen solchen Fällen, wo der Multiplikator so beschaffen ist, daſs er am Anfange, oder am Ende, oder in der Mitte, eine Einheit enthält, wie folgende Beispiele zeigen:

a) 9844.. ×	123
19688	100
29532	20
1210812	3

b) 6783 ×	541
27132.	1
33915..	40
3669603	500

c) 5678. ×	214
22712	10
11356..	4
1215092	200

d) 3546. ×	112
3546..	10
7092	100
397152	3

e) 568 ×	211
568.	1
1136..	10
119848	200

f) 8649. ×	2115
8649..	10
17298...	100
43245	2000
18292635	5

Noch mehrere Arten der Zerfällung des Multiplikators durch die Addition anzuführen, (z. B. 12 durch 6 + 6 oder durch 8 + 4 oder durch 9 + 3; ferner 15 durch 8 + 7 etc.) halte ich schon um deswillen für überflüssig, weil sie in praxi wenigere Vortheile gewähren, als die oben angeführten.

§. 28.

Uebungsbeispiele,

bei welchen die im vorigen § gezeigte Zerfällung anwendbar ist.

1)	3456	Duzend Knöpfe	×	12
2)	6523	Duzend Paar Strümpfe	×	12
3)	4806	Duzend Servietten	×	12
4)	365	gute Groschen	×	12
5)	8435	Pfund Sterling	×	13
6)	7538	Spanische Piaster	×	13
7)	14325	Portug. Crusaden	×	14
8)	75960	Rees	×	14
9)	789	Mandel Bretter	×	15
10)	987	Mandel Aepfel	×	15
11)	897	Mandel Birnen	×	15
12)	798	Mandel Eier	×	15
13)	56479	Mark hamb. Banko	×	16
14)	33586	Maık hamb. Kurrent	×	16
15)	768	Mark Silber	×	16
16)	19750	Mark Kupfer	×	16
17)	7965	Meifsl. Gulden	×	21
18)	1598	Thaler Konv. Geld	×	31
19)	7788	Thaler Kassengeld	×	41
20)	9876	Thaler preuss. Kurrent	×	51
21)	70504	Thaler in Louisd'or	×	81
22)	49580	Thaler in Laubthaler	×	91
23)	5566	Thaler in Kronenthaler	×	101
24)	8549	Thaler in Dukaten	×	115

§. 29.

Zerfällung des Multiplikators durch die Multiplikation.

Regel. Zerfälle den Multiplikator, nach dem Einmaleins, in zwei oder mehrere Faktoren, multiplizire dann den Multiplikanden mit einem derselben, mit dem andern aber multiplizire das durch den ersten erhaltene Produkt.

Multiplizire z. B. 5754 mit 28

$$\begin{array}{r} 5754 \\ \hline 23016 \\ \hline 161112 \end{array} \begin{array}{l} \\ (4 \\ \\ (7 \end{array} \times \begin{array}{c} 28 \\ \hline 4 \cdot 7 \end{array}$$

Erklärung. Der Multiplikator 28 ist hier in 4mal 7 zerfällt worden. Hierauf wurde der Multiplikand 5754 erstlich mit 4 vermehrt, und das dadurch erhaltene Produkt, oder der viermalige Betrag, ist 23016. Wird nun dies Vierfache wieder mit 7 vermehrt, oder 7mal genommen, so erhält man 161112 zum Produkt des Ganzen, welches 4mal 7mal oder 28mal mehr oder gröſser ist, als der gegebene Multiplikand.

Es ist übrigens ganz gleichgültig, mit welchem von den kleinern Faktoren man zuerst multiplizirt, es kommt allemal einerlei Produkt, z. B.

```
  765  ×  32     Oder  765  ×  32
 ────(4   ──           ────(8   ──
 3060     4.8          6120     4.8
 ────(8                ────(4
24480                 24480
```

So kann man auch einen Multiplikator auf zwei, drei, und mehrere Arten zerfällen, als:

```
  6543  ×  36     Oder  6543  ×  36
 ─────(6   ──           ─────(4   ──
 39258     6.6          26172     4.9
 ─────(6                ─────(9
235548                 235548

        Oder  6543  ×  36
             ─────(12  ──
              78516    3.12
             ─────(3
             235548
```

Noch ein Beispiel. Multiplizire 7354 mit 48. Die Ausrechnung kann auf folgende und mehrere Arten geschehen:

```
  7354  ×  48     Oder  7354  ×  48
 ─────(6   ──           ─────(8   ──
 44124     6.8          58832     6.8
 ─────(8                ─────(6
352992                 352992

Oder  7354  ×  48     Oder  7354  ×  48
     ─────(4   ──          ─────(12  ──
     29416     4.12         88248    4.12
     ─────(12              ─────(4
    352992                 352992

Oder  7354  ×  48      Oder  7354  ×  48
     ─────(4   ──           ─────(4   ──
     29416     4.3.4        29416     4.4.3
     ─────(3                ─────(4
     88248                 117664
     ─────(4                ─────(3
    352992                 352992
```

Anmerkung. Bei diesen zwei letztern Ausrechnungen wurde 48 in 4mal 3mal 4 (oder der kleinere Faktor 12 in 3mal 4) zerfällt; das vierfache Produkt wurde nun mit 3 multiplizirt, und das dadurch erhaltene 12fache Produkt nochmals mit 4, wodurch das 48fache Produkt ebenfalls gefunden wurde.

§. 30.

Zerfällungstabelle,

deren sich Anfänger im Rechnen bedienen können.

Multiplikatoren.		*Zerfällungszahlen.*
14	wird zerfällt in	2 mal 7
15	- - -	3 - 5
16	- - -	4 - 4 oder 2 × 8
18	- - -	3 - 6 oder 2 × 9
21	- - -	3 - 7
22	- - -	2 - 11
24	- - -	4 - 6 oder 3 × 8
25	- - -	5 - 5
27	- - -	3 - 9
28	- - -	4 - 7
32	- - -	4 - 8
33	- - -	3 - 11
35	- - -	5 - 7
36	- - -	6 - 6 oder 4 × 9
42	- - -	6 - 7
44	- - -	4 - 11

45	wird zerfällt	in	5	mal	9		
48	-	-	6	-	8	oder	4 × 12
49	-	-	7	-	7		
54	-	-	6	-	9		
55	-	-	5	-	11		
56	-	-	7	-	8		
63	-	-	7	-	9		
64	-	-	8	-	8		
66	-	-	6	-	11		
72	-	-	8	-	9	oder	6 × 12
77	-	-	7	-	11		
81	-	-	9	-	9		
84	-	-	7	-	12		
88	-	-	8	-	11		
96	-	-	8	-	12		
99	-	-	9	-	11		

Zahlen, denen eine Null angehängt ist, als 30; 40; 200; 300; 5000 u. s. w. brauchen nicht zerfällt zu werden, weil sich mit solchen Zahlen (§. 25) ohnedem sehr leicht multiplizirt.

§. 10.

Uebungsbeispiele.

1)	354	Zentner Blei	× 24
2)	645	Zentner Zinn	× 25
3)	5756	Zentner Salpeter	× 27
4)	243	Zentner Graupen	× 28
5)	631	Last Weizen	× 32
6)	1308	Last Gerste	× 35

7)	739	Last Heringe	× 36
8)	478	Faſs Bordeaux-Wein	× 42
9)	19709	Anker Medok	× 45
10)	4830	Oxhoft Franzwein	× 48
11)	8765	Ohm Moslerwein	× 49
12)	964	Both Malaga-Sekt	× 54
13)	1875	Ries Schreibpapier	× 56
14)	867	Ballen Druckpapier	× 63
15)	60785	Ellen Segeltuch	× 64
16)	80966	Arschinen Leinwand	× 72
17)	9978	Yards feines Tuch	× 81
18)	7908	Portug. Varas	× 84
18)	19876	Genues. Palmi	× 96
20)	38754	Venet. Braccia	× 99

§. 32.

Man kann aber auch den Multiplikator auf eine gemischte Art zerfällen, nämlich durch die Multiplikation und Addition. Dies thut man besonders bei denjenigen Multiplikatoren, die sich durch die Multiplikation nicht vollkommen zerfällen lassen. Man bedient sich dann des Plus oder Minus.

Wenn nämlich der Multiplikator in zwei oder drei kleinere Faktoren zerfällt worden, diese aber die Zahl des Multiplikators nicht völlig erreichen, so wird das Mangelnde mit dem Pluszeichen hinzugesetzt und dadurch angezeigt, daſs die gegebene Zahl (der Multi-

plikand) noch so vielmal genommen und zu dem gefundenen Vielfachen addirt werden soll; z. B.

4385 × 43
26310 (6 — 6 × 7 + 1
184170 (7
4385 (+ 1
188555

Erklärung. Da hier 6 × 7 noch nicht 43 beträgt, sondern 1 daran fehlt, so wird dies durch + 1 bemerkt, und nachdem der Multiplikand mit den beiden kleinern Faktoren 6 und 7 multiplizirt worden, wird derselbe einmal zu dem durch die Faktoren 6 × 7 erhaltenen Produkte addirt. Man kann aber auch, da der Multiplikand hier nur einmal zu addiren ist, denselben gleich bei der Multiplikation mit dem zweiten Faktor in Gedanken dazu addiren, wie folgt:

4385 × 43
26310 (6 — 6 × 7 + 1
188555 (7

Betragen aber die zwei oder drei kleinern Faktoren mehr als der Multiplikator, so wird dieser Ueberschuſs durch das Zeichen Minus (—) bemerkt. Minus bedeutet also,

dafs die gegebene Summe (der Multiplikand) so vielmal, als der Ueberschufs beträgt, von dem gefundenen Vielfachen abgezogen werden soll. Z. B.

```
    67483  (60  ×  59
  ---------        ----
  4.0489.8.0       60 — 1
    67483  (— 1
  ---------
  3981497
```

Da hier das Produkt 4048980 das 60fache von 67483 ist, und doch nur das 59fache verlangt wird, so mufs nothwendig der, der Bequemlichkeit wegen, einmal zuviel genommene Multiplikand einmal wieder subtrahirt werden.

Ein anderes Beispiel:

```
   84356  (5  ×  26
  -------        ----
   421780 (5     5 × 5 + 1
  -------
  2108900
    84356 (+ 1
  -------
  2193256
```

Oder:

```
    84356  (3  ×  26
   -------        ----
   253068  (9     3 × 9 — 1
  ---------
  22.776.1.2
    84356  (— 1
  ---------
  2193256
```

Hierzu merke man noch folgende Regel:

Mit Plus und Minus wird der gegebene Multiplikand vermehrt, und unter das durch die

kleinern Faktoren erhaltene Produkt gesetzt; ist es nun Plus, so wird es dazu addirt, ist es aber Minus, so wird es davon subtrahirt.

§. 33.

Man kann dergleichen Multiplikatoren auf mehrere Arten zerfällen; so läſst sich z. B. 23 zerfällen

in 4 × 6 — 1
in 3 × 8 — 1
in 5 × 5 — 2
in 2 × 11 + 1
in 3 × 7 + 2
in 2 × 12 — 1 u. s. w.

man wählt aber immer die bequemste und leichteste Art.

Verzeichniſs

einiger ungeschickten Multiplikatoren, nebst deren Zerfällung.

23	in	2	×	11	+	1	oder in	4	×	6	—	1		
26	-	5	×	5	+	1	- -	3	×	9	—	1		
29	-	4	×	7	+	1	- -	3	×	10	—	1		
31	-	3	×	10	+	1	- -	4	×	8	—	1		
34	-	3	×	11	+	1	- -	5	×	7	—	1		
37	-	6	×	6	+	1	- -	4	×	10	—	3		
38	-	6	×	6	+	2	- -	4	×	10	—	2		

39	in	6	×	6	+	3	oder	in	4	×	10	—	1
41	-	4	×	10	+	1	-	-	6	×	7	—	1
43	-	6	×	7	+	1	-	-	4	×	11	—	1
46	-	5	×	9	+	1	-	-	6	×	8	—	2
47	-	5	×	9	+	2	-	-	5	×	10	—	3
51	-	5	×	10	+	1	-	-	6	×	9	—	3
52	-	5	×	10	+	2	-	-	6	×	9	—	2
53	-	5	×	10	+	3	-	-	6	×	9	—	1
57	-	7	×	8	+	1	-	-	6	×	10	—	3
58	-	7	×	8	+	2	-	-	6	×	10	—	2
59	-	7	×	8	+	3	-	-	6	×	10	—	1

u. s. w.

§. 34.

Auf diese Art lassen sich auch die Hunderte und Tausende des Multiplikators zerfällen; dies setzt aber schon Kenntniſs der Division voraus, und es wird die Anweisung dazu im folgenden fünften Abschnitte §. 51 gegeben werden. Hier folgen blos einige Exempel zur Uebung, um das Verfahren dabei zu zeigen.

a) Multiplizire 57642 mit 125

$$\begin{array}{l} 57642 \\ \hline 288210 \quad (5 \\ \hline 1441050 \quad (5 \\ \hline 7205250 \quad (5 \end{array} \times \begin{array}{c} 125 \\ \hline 5 \times 5 \times 5 \end{array}$$

b)
```
 85462   ×  124
───────(5  ─────
 427310     5 × 5 × 5 — 1
───────(5
 2136550
───────(5
10682750
   85462 (— 1
────────
10597288
```

Oder kürzer:
```
 85462.. × 124
 170924.
  341848
────────
10597288
```

c)
```
   987654 ×  3456
─────────(9  ────
  8888886     9 × 8 × 8 × 6
─────────(8
 71111088
─────────(8
568888704
─────────(6
3413332224
```

§. 35.

Eine gegebene Zahl zu multipliziren, und zugleich eine andere Zahl zum Produkte zu addiren, oder davon zu subtrahiren.

Soll 1) eine gegebene Zahl während der Multiplikation noch zu dem Produkte addirt werden, so nimmt man bei Vermehrung der einzelnen Ziffern des Multiplikanden sogleich die Ziffer der zu summirenden Zahl in Gedanken dazu, als:

```
 73546 × 4 + 234
──────(4
294418
```

Ohne diese kürzere Berechnung würde man das Produkt auch auf folgende Art finden:

$$\begin{array}{r} 73546 \\ \hline 294184 \\ 234 \\ \hline 294418 \end{array} \begin{array}{l} \times\ 4 + 234 \\ (4 \\ \\ + \\ \end{array}$$

2) Soll im Gegentheil das Produkt zweier Faktoren von einer gegebenen Zahl subtrahirt werden, so kann dies ebenfalls gleich während der Multiplikation in Gedanken geschehen, als: 294418 — 4 × 73546 d. h. von der Zahl 294418 soll das Produkt von 73546 × 4 abgezogen werden. Die Rechnung ist nachstehende:

$$73546 \times 4 \quad \begin{array}{r} 294418 \\ \hline 000234 \end{array}$$

Ohne diese Abkürzung würde die Rechnung folgendermaſsen geschehen:

$$\begin{array}{rr} & 294418 \\ \text{ab} & 294184 \\ \hline & 234 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} 73546 \\ \hline 294184 \end{array} \times 4$$

Die Anwendung des ersten dieser beiden Fälle wird im 9ten Abschnitte bei der Multiplikation mit ungleich benannten Zahlen vorkommen, die des zweiten aber schon im folgenden Abschnitte, bei der Division.

§. 36.

Einige Vortheile beim Multipliziren.

Erster Vortheil.

Da besonders bei ungleichbenannten Zahlen die Fälle sehr häufig vorkommen, wo man mit 12, mit 16, mit 24, mit 32 etc. multipliziren mufs, so kann man solche Multiplikationen sehr leicht und kurz verrichten, wenn man die Produkte von dergleichen Multiplikatoren auswendig weifs, und dann eben so multiplizirt, als wenn der Multiplikator aus einem blofsen Einer bestünde.

Durch öftere Wiederholung und fleifsiges Durchlesen können folgende vier *grofse Multiplikationstabellen* bald im Gedächtnifse behalten werden.

	12				16	
2 mal	sind	24		2 mal	sind	32
3 -	-	36		3 -	-	48
4 -	-	48		4 -	-	64
5 -	-	60		5 -	-	80
6 -	-	72		6 -	-	96
7 -	-	84		7 -	-	112
8 -	-	96		8 -	-	128
9 -	-	108		9 -	-	144
10 -	-	120		10 -	-	160

	24			32	
2	mal	sind 48	2	mal	sind 64
3	-	- 72	3	-	- 96
4	-	- 96	4	-	- 128
5	-	- 120	5	-	- 160
6	-	- 144	6	-	- 192
7	-	- 168	7	-	- 224
8	-	- 192	8	-	- 256
9	-	- 216	9	-	- 288
10	-	- 240	10	-	- 320

Zweiter Vortheil.

Mit der Zahl 11 kann man sehr geschwind multipliziren. Besteht der Multiplikand nur aus zwei Ziffern, so addirt man dieselben, und setzt die gefundene Zahl dazwischen; z. B. 11mal $35 = 3^{8}5$; und 11mal $84 = 9^{2}4$. Enthält der Multiplikand drei, vier und mehrere Ziffern, so setzt man gleich die erste rechter Hand hin, und addirt dann je zwei und zwei Ziffern zusammen, so daſs die zwischen der ersten und letzten liegenden Ziffern zweimal, die erste und letzte aber nur einmal addirt werden. Z. B. 11mal 394537 = 4339907, nämlich also:

$$\frac{394537 \times 11}{4339907}$$

Dritter Vortheil.

Mit 99 und jedem Multiplikator, der nahe

an Hundert gränzt, kann man auf diese Art sehr leicht und kurz multipliziren, wenn man dem Multiplikanden zwei Nullen anhängt (d. h. denselben mit 100 multiplizirt) und dann das ein- zwei- und mehrmalige Produkt davon abzieht; z. B.

$583 \times 99 = 58300 - 1 \times 583$

Oder: 58300×99 ($100 - 1$)

$$\begin{array}{r} 58300 \\ 583 \\ \hline 57717 \end{array}$$

So ist $7654 \times 98 = 765400 - 2 \times 7654$

Oder: 765400×98 ($100 - 2$)

$$\begin{array}{r} 765400 \\ 15308 \\ \hline 750092 \end{array}$$

97 mal 3567 ist $= 356700 - 3 \times 3567$

nämlich 356700×97 ($100 - 3$)

$$\begin{array}{r} 356700 \\ 10701 \\ \hline 345999 \end{array}$$

Eben so kann man auch verfahren, wenn der Multiplikator nahe an 1000, 10000 etc. gränzt. Multiplizire z. B. 6349 mit 998. Die Berechnung ist folgende:

6349000×998 ($1000 - 2$)

$$\begin{array}{r} 6349000 \\ 12698 \\ \hline 6336302 \end{array}$$

Multiplizire 3546×9997

35460000×9997 ($10000 - 3$)

$$\begin{array}{r} 35460000 \\ 10638 \\ \hline 35449362 \end{array}$$

Auch läſst sich dieser Vortheil da anwenden, wo der Multiplikator aus solchen Zahlen besteht, als 199; 198; 197; 297; 398; 4999 etc. z. B.

576 ×	198	486 ×	399
1152.00	200 — 2	1944.00	400 — 1
1152		486	
114048		193914	

4763 ×	4999
23815.000	5000 — 1
4763	
23810237	

Mehrere Vortheile, die man bei vorkommenden Multiplikationsaufgaben anwenden kann, sind im zweiten Theile enthalten.

§. 37.

Vermischte Uebungsbeispiele.

1) Multiplizire 312 Schock Aepfel mit 60
2) — 4083 Mandel Birnen mit 15
3) — 463 Säcke Nüsse mit 31
4) — 586 Säcke Anies mit 17
5) — 673 Säcke Zitronenschalen mit 41
6) 3549 Stein Flachs × 22
7) 6854 Stein Wolle × 24
8) 7950 Stein Wachs × 36
9) 5874 Pud Juchten × 40
10) 2436 Pud Talg × 99

11)	139	Zentner Fernambukholz	×	110
12)	542	Zentner Salpeter	×	72
13)	7638	Kopeken	×	799
14)	6543	Groot	×	698
15)	1508	Stüver	×	998
16)	19018	Mariengroschen	×	108
17)	6310	gute Groschen	×	12
18)	93700	Thaler	×	24
19)	6054	Mark lübisch	×	16
20)	38490	Gulden holl.	×	20
21)	1985	Pfund Sterling	×	240
22)	65400	Schilling Sterling	×	700
23)	8'900 000	Rees	×	35000
24)	25340	Crusaden	×	7200

25) Wie heifst das Produkt von 2953 × 40? oder: wenn jährlich aus Amerika 2953 Zimmer Biberfelle nach Europa ausgeführt werden; wie viel Stücke sind es, da das Zimmer 40 Stücke hält?

26) Wenn in den preussischen Landen jährlich 64800 Oxhoft Wein getrunken werden, und jeder Oxhoft nur zu 45 Thaler gerechnet wird; wie viel beträgt es?

27) Im Durchschnitte sterben täglich in *Amsterdam* 30; in *Berlin* 15; in *Hamburg* 12; in *London* 57; in *Paris* 55, und in *Wien* 32 Menschen. Wie viel sterben also in einem ganzen Jahre, oder in 365 Tagen?

28) Die Holländer fingen sonst jährlich 200000 Tonnen Heringe. Wenn man nun

jede Tonne zu 780 Stück rechnet, wie viel Stücke beträgt es?

29) Wie heiſst das Produkt von 8mal 1735 Rubel plus 113?

30) Wie heiſst das Produkt von 9mal 539 Dukaten minus 51?

Anmerkung. Die *Probe* der Multiplikation ist am Ende des folgenden Abschnittes nachzusehen.

Fünfter Abschnitt.

Vom Dividiren gleichbenannter Zahlen.

§. 38.

Dividiren oder theilen, heiſst ausrechnen, wie oft die eine gegebene Zahl in der andern enthalten sei, oder eine gegebene Zahl in mehrere gleiche Theile theilen.

Die Zahl oder Summe, welche getheilt werden soll, heiſst der *Dividend*; die Zahl, mit welcher man theilt, oder welche gleich-

sam die theilenden Personen vorstellt, wird der *Divisor* genannt. Die Zahl, welche durchs Dividiren gefunden wird, heiſst der *Quotient.* Dieser und der Divisor sind die *beiden Faktoren* beim Dividiren. Die nach geschehener Theilung am Ende übrig bleibenden Zahlen werden der *Rest* genannt, und dieser muſs allemal kleiner sein, als der Divisor, oder als die Zahl der Theiler; denn wäre der Rest so groſs, als die Anzahl der Theiler, so erhielt ja jeder derselben noch Eins, und dann bliebe kein Rest.

Das *Zeichen der Division* ist ein : und wird gelesen *dividirt durch;* z. B. $48 : 6 = 8$ d. h. 48 dividirt durch 6 ist gleich 8. Man bezeichnet die Division auch so, daſs man den Dividenden oben, den Divisor aber darunter setzt, und zwischen beiden einen Strich macht, z. B. $\frac{48}{6} = 8$.

§. 39.

Man gebraucht die Divison, nach obiger Erklärung, in zwei verschiedenen Fällen, a) wenn man z. B. 24 Thaler unter 4 Personen gleich vertheilen will, und in diesem Falle die Gröſse eines solchen Antheils zu wissen

verlangt; oder b) wenn man z. B. eine Gröfse von 24 Thalern gegen eine andere Gröfse von 4 Thalern hält, und die Zahl sucht, wie vielmal die 4 Rthlr in 24 Rthlr. enthalten sind. In beiden Fällen ist der Quotient 6. Denn 4 Rthlr. sind in 24 Rthlr. 6mal enthalten; und wenn sich 4 Personen in 24 Rthlr. theilen, so kommen deren auf jede 6. In beiden Fällen findet man die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen enthalten sei.

Bei der Division wird das Produkt und nur ein Faktor gegeben, wozu der andere Faktor gesucht werden mufs; multiplizirt man nun den gefundenen Faktor mit dem gegebenen, so mufs das Produkt dem gegebenen Dividenden gleich sein. Die Division ist daher eine der Multiplikation entgegengesetzte Arbeit, und beide dienen, wie am Schlusse dieses Abschnittes bemerkt werden wird, einander zur Probe.

§. 40.

Wer dividiren lernen will, mufs bei jeder ihm vorgelegten Zahl bald einsehen lernen, wie viel auf eine gewisse Anzahl theilender Personen, die der Divisor anzeigt, von

der gegebenen Zahl ausreichen, und wie viel gleiche Theile sich davon machen lassen.

Man setzt dabei mehrentheils voraus, daſs der Dividend gröſser, oder wenigstens nicht kleiner als der Divisor sei. Sind beide Zahlen, der Dividend und Divisor, einander gleich, so ist der Quotient 1. Ist aber der Dividend kleiner, als der Divisor, z. B. wenn 3 durch 4 dividirt werden sollte, so wird, da keine Theilung in ganzen Zahlen Statt findet, die Division nur angezeigt, oder beide Zahlen werden in Bruchsgestalt gesetzt, und in diesem Falle so ausgedrückt $\frac{3}{4}$.

Sollen sich z. B. 4 Knaben in 32 Aepfel theilen, so wird gewiſs ein jeder meiner Rechenschüler diese Aufgabe sogleich im Kopfe zu berechnen wissen, und sagen: ein jeder bekommt 8 Stücke. Die 32 Stück Aepfel sind der Dividend, die 4 Knaben sind der Divisor, und 8 ist der Quotient. Multiplizire ich nun den Quotienten 8 mit dem Divisor 4, oder nehme ich die 8 Stück Aepfel 4mal wieder zusammen, so kommen die 32 Stück Aepfel als Produkt heraus. Wären es aber 33 Stück Aepfel, so würde jeder Knabe ebenfalls 8 Stücke bekommen, ein Apfel aber bliebe in diesem Falle übrig, den entweder

nur einer erhalten kann, oder den man in 4 gleiche Theile theilen muſs, wovon dann jeder noch ein Viertel ($\frac{1}{4}$) erhält.

Anfänger werden sehr wohl thun, wenn sie die Quotienten von folgenden leichten Divisionsaufgaben gleich aus dem Kopfe angeben können:

Divisor.		*Dividend.*	*? Quotient.*
2 Knaben	in	12 Thaler.	
3 -	-	18 Birnen.	
3 Mädchen	-	21 Stecknadeln.	
4 -	-	28 Halstücher.	
4 Brüder	-	36 Dukaten.	
5 -	-	40 Speziesthaler.	
5 Schwestern	-	30 Paar Strümpfe.	
6 Kinder	-	42 Aepfel.	
6 -	-	54 Nüsse.	
6 -	-	60 Birnen.	
7 Kaufleute	-	63 Zentner Zucker.	

u. s. w.

Dann können diese und andere dergleichen Aufgaben etwas verändert oder anders ausgedrückt werden, als:

Dividire 42 Aepfel durch 6
- 54 : 6
- 63 : 7

Suche den 5ten Theil von 30
- - 6 - von 60 u. s. w.

§. 41.

1) *Divisionsaufgaben, wo der Divisor nur aus einer Ziffer besteht.* Dies sind die leichtesten, wie folgende Beispiele zeigen:

a) 5 Mädchen wollen sich in 620 Stecknadeln theilen, wie viel solcher Nadeln wird ein jedes bekommen?

5 :	620	100
	500	20
	120	4
	100	124 Quotient.
	20	
	20	

Erklärung. Die 5 Mädchen theilen sich zuerst in die 6 Hunderte, und jedes erhält 100; da nun noch zu theilen sind einhundert und zwanzig, oder 1 Hunderter und 2 Zehner, das sind 12 Zehner, so kömmt wieder auf jedes 2 Zehner, oder 20; allein auch jetzt bleiben 2 Zehner oder 20 übrig, in welche sich die 5 Mädchen vollends theilen, und ein jedes noch 4 Einheiten erhält. Der Antheil eines jeden ist daher 100 + 20 + 4 d. i. 124 Stecknadeln.

b) 4 Knaben theilen sich in 5381 Reichsgulden, wie viel wird der Antheil eines jeden seyn?

4 :	5381	1000
	4000	300
	1381	40
	1200	5
	181	$\frac{1}{4}$
	160	$1345\frac{1}{4}$ Quotient.
	21	
	20	
	1	

Erklärung. Zuerst theilen sich die 4 Knaben in 5 tausend, von diesen erhält jeder zu seinem Antheile 1000, und es bleiben noch 1381 zu theilen übrig; wenn sie sich nun in die 13 hundert theilen, so kommen auf jeden 300, und bleiben noch 181 übrig. Auch in diese theilen sie sich, so daſs jeder noch 4 Zehner oder 40 erhält; 4mal 4 Zehner sind 16 Zehner oder 160, von 181 abgezogen, bleiben 21 Rest. Diesen nochmals durch 4 dividirt, kommen auf jeden noch 5 Einer, oder einzelne Einheiten; 4×5 Einer $= 20$, von 21 abgezogen, bleibt noch 1 Gulden diesen endlich auch durch 4 dividirt, gibt noch $\frac{1}{4}$. Folglich ist der ganze Quotient $1000 + 300 + 40 + 5 + \frac{1}{4}$ oder $1345\frac{1}{4}$.

Probe auf obiges Exempel.

4	:	4000	=	1000
4	:	1200	=	300
4	:	160	=	40
4	:	20	=	5
4	:	1	=	$\frac{1}{4}$
4	:	5381	=	$1345\frac{1}{4}$.

So würde die Berechnung einer Divisionsaufgabe und die dabei zum Grunde liegende Verfahrungsart in ihrer ganzen Vollständigkeit erscheinen, und es wird gewiſs die besten Folgen haben, wenn Anfänger die im §. 44 gegebenen Uebungsbeispiele auf die nämliche Art berechnen.

§. 42.

Allein weit kürzer, wenn gleich mit Aufopferung der genauesten Richtigkeit des Ausdrucks, kann man die im vorigen § gegebenen Beispiele berechnen, wenn man die jedesmalige Zahl des Quotienten in die ihr zukommende richtige Stelle setzt, wie hier folgt:

a) 5 : 620 | 124
5..
12.
10.
20
20

b) 4 : 5381 | $1345\frac{1}{4}$
4...
13..
12..
18.
16.
21
20
1

Noch kürzer wird die Berechnung, wenn man die jedesmalige Zahl des Quotienten mit dem Divisor in Gedanken multiplizirt und von dem Theile des Dividenden abzieht, dabei aber nur den Rest anmerkt, als:

a) 5 : 620 | 124
12-

b) 4 : 5381 | $1345\frac{1}{4}$
1121

Bei einziffrigen Divisoren kann man auch den Quotienten, zur Ersparung des Raumes, gerade unter den Dividenden setzen, und beide durch eine Horizontallinie trennen, z. B.

a) 5 : 620
124 Quot.

b) 4 : 5381
$1345\frac{1}{4}$ Quot.

§. 43.

Bei der Division merke man noch folgendes:

1) Man fängt die Division allemal zur Linken des Dividenden an, damit man das, was bei der einzelnen Theilung der höhern Stellen oder gröfsern Sorten übrig bleibt, zu der nächsten niedern Stelle nehmen kann.

2) Bei der einzelnen Theilung des Divisors in den Dividenden darf man nie über 9 in dem Quotienten nehmen.

3) Darf nie so viel, als der Divisor beträgt, übrig bleiben, noch weniger mehr; die höchste Zahl, die übrig bleiben darf, ist 1 weniger als der Divisor.

4) Man darf aber auch im Quotienten keine zu grofse Zahl nehmen, weil sonst durch die Multiplikation der beiden Faktoren eine gröfsere Zahl herauskommen würde, als die ist, in welche man theilet; sondern es mufs entweder gerade aufgehen, oder noch etwas übrig bleiben.

5) Bleibt bei der letztern Theilung noch ein kleiner Rest, so kann dieser, wenn der Dividend Münzen, Maase oder Gewichte enthält, durch die Multiplikation in die nächst niedrige Sorte verwandelt, und dann die Division auch in dieser kleinern Sorte vollzogen werden. Z. B. wenn 195 Pfunde, durch 4

dividirt werden sollen, so ist die Rechnung folgende:

$$4 : \underline{195} \text{ Pfund}$$
$$48 \text{ Pf.} + 3$$
$$\underline{32} \text{ Lothe}$$
$$\underline{96} \text{ -}$$
$$4) \ 24 \text{ Lothe.}$$

Der Quotient ist also $48\frac{3}{4}$ Pf. oder 48 Pf. 24 Loth. Mehreres hiervon wird bei der Division mit ungleichbenannten Zahlen vorkommen.

§. 44.

Uebungsbeispiele.

1)	Dividire	11294 Pfund Mandeln	durch	2
2)	-	14856 Pf. Rosinen	:	3
3)	-	3476 Pud Seife	:	4
4)	-	3040 Pud Hanf	:	5
5)	-	96588 Arschinen Segeltuch	:	6
6)	-	167349 Arschinen Leinwand	:	7
7)	-	66832 Yards f. Tuch	:	8
8)	-	68922 Varas Leinwand	:	9

§. 45.

2) *Wenn der Divisor aus zwei oder mehrern Ziffern besteht.* Da scheint die Division etwas schwerer; allein es scheint auch nur so,

und ein aufmerksamer Rechenschüler wird bald mit drei, vier und mehrern Ziffern dividiren lernen. Auch hier wird es sehr nützlich seyn, wenn wir die Divisionsaufgaben nach der in §. 41 gezeigten weitläuftigern Art berechnen. Wer übrigens die §. 36 befindlichen grofsen Multiplikationstabellen gut gefafst hat, und sie auswendig weifs, dem wird es auch bei der Division grofse Vortheile gewähren.

Ex. 1) 12 fleifsige Schüler sollen sich in einen Sack voll Nüsse theilen, in welchem sich 4464 Stücke befinden; wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

a) 12 :	4464	300	Probe.
	3600	70	12 : 3600 = 300
	864	2	12 : 840 = 70
	840		12 : 24 = 2
	24		12 : 4464 = 372
	24		

Oder: 12 :	4464	372	Oder: 12 :	4464	372
b)	36		c)	82-	
	86		Oder: 12 :	4464	
	84		d)	372 Quot.	
	24				
	24				

Erklärung. Nr. a. und b. 12 in 4 Tausende zu theilen geht nicht an, man nimmt daher die 4 Hunderte dazu, und sagt: 12 in

44 (nämlich Hunderte) habe ich 3 mal, diese 3 kommt im Quotienten in die Stelle der Hunderte. Nun multiplizirt man die beiden Faktoren und zieht das unter 44 hundert gesetzte Produkt 36 hundert davon ab, es bleiben noch 8 hundert. Zu diesen nimmt man die obenstehenden 6 Zehner, und erhält dadurch 86 Zehner, oder 860 zu theilen. 12 in 86 habe ich 7 mal, denn $7 \times 12 = 84$, von 86 abgezogen, bleiben 2 Zehner übrig. Zu diesen die oben folgenden 4 Einer, so sind noch 24 : 12 zu theilen, welches 2 Einer im Quotienten gibt. Nr. c. ist so berechnet worden, daſs das jedesmalige Produkt der beiden Faktoren vom Dividenden in Gedanken abgezogen, und nur der Rest unter demselben bemerkt wurde. Bei Nr. d. wurde das Produkt der beiden Faktoren nicht nur in Gedanken abgezogen, sondern auch der Rest im Sinne behalten, und nur der Quotient unter die Linie geschrieben.

Dieser letztern Art zu dividiren, kann man sich bei allen einziffrigen Divisoren und auch bei solchen bedienen, deren Vielfaches man von 2 bis 9 auswendig weiſs, als 12; 16; 24; 32. (§. 36.)

§. 46.

Ex. 2) Wie viel Mark lübisch machen 126364 Schillinge, da auf 1 Mark 16 Schillinge gehen?

16 :	126364	7000
	112000	800
	14364	90
	12800	7
	1564	$\frac{12}{16}$
	1440	
	124	
	112	
	12 Rest.	

Probe.

16 :	112000	=	7000
16 :	12800	=	800
16 :	1440	=	90
16 :	112	=	7
16 :	12	=	$\frac{12}{16}$
16 :	126364	=	$7897\frac{12}{16}$

Oder. 16 : 126364 | $7897\frac{12}{16}$

```
112...
 143..
 128..
  156.
  144.
   124
   112
    12 Rest.
```

Oder. 16 : 126364 | $7897\frac{12}{16}$
14522

Oder. 16 : 126364
$7897\frac{12}{16}$

Da sich hier 16 in 12 Zehntausende nicht theilen lassen, so dafs jeder ein Zehntausend erhielt, so nimmt man die folgende Ziffer 6 noch dazu, und theilt nun 12 in 126 Tausend, die Zahl im Quotienten ist 7 (eigentlich 7000) denn $7 \times 16 = 112$, diese von

126 abgezogen, bleiben 14 (Tausend oder 140 Hunderte etc.) Doch das Uebrige ist aus dem Vorigen leicht zu erklären.

§. 47.

Mit drei und mehrern Ziffern im Divisor verhält sichs eben so; man darf nur die äusserste Ziffer des Divisors in die äuſserste des Dividenden theilen, und zugleich auf die darneben stehenden Ziffern des Theilers mit Rücksicht nehmen.

Ex. 3) Dividire 5809376 Thaler durch 236. Die Rechnung ist auf doppelte Art folgende:

```
236 : 58.09376 | 24616
      472....  |
      ----
      1089...
       944...
      -----
      145.3..
      1416..
      -----
        377.
        236.
       ----
       1416
       1416
       ----
```

Oder.

```
236 : 5809376 | 24616
      1089... |
       1453..
         377.
         1416
        -----
```

Erklärung. Hier heiſst es: 236 in 580 oder 2 in 5 habe ich 2 mal, denn 2 mal 6 sind 12, 2 mal 3 sind 6 und 1 dazu sind 7, und

2 mal 2 sind 4; oder $2 \times 236 = 472$, diese vom Dividenden abgezogen, bleiben 108. Bei der zweiten Theilung sagt man, 236 in 1089, oder 2 in 10 habe ich 4 mal, denn 4 mal 6 sind 24 etc.

Je mehr man Ziffern im Divisor hat, desto genauer muſs man Achtung geben, daſs nicht zu viel übrig bleibe, und auch durch die Multiplikation der Faktoren nicht zu viel herauskomme, wie §. 43 bereits bemerkt worden.

Ex. 4) Dividire 619387626 durch 6789.

```
6789 : 619387626 | 91234
       61101.... |
       ---------
        8.3.7.7...
        6789...
        ---------
         1588.6..
         13578..
         ---------
          23.08.2.
          20367.
          ---------
           27156
           27156
           -----
```

Oder.

```
6789 : 619387626 | 91234
        8377...  |
         15886..
          23082.
           27156
           -----
```

Erklärung. Da sich hier bei der ersten Theilung die 6 zwar in 6, die 7 aber nicht in 1, oder 67 nicht in 61 theilen läſst, so muſs die 6 in 61 getheilt und 9 mal genommen werden. Das Uebrige ist bekannt und leicht.

§. 48.

In manchen Rechenbüchern wird auch Anweisung zu folgender Operation gegeben, nämlich den gegebenen Divisor vorher mit den Zahlen 1 bis 9 zu multipliziren. Man nennt dies Tafeln der Vielfachen des Divisors. Bei einer jeden Theilung sieht man dann in dieser Tafel nach, welche Zahl sich am besten schickt. Ob ich nun gleich nicht viel davon halte, so mag doch für Liebhaber hier ein Beispiel dieser Art folgen.

Tafel der Vielfachen des Divisors.

	789
1	789
2	1578
3	2367
4	3156
5	3945
6	4734
7	5523
8	6312
9	7101

```
789 : 5.16.259269 | 654321
      4734.....   |
      ---------
      4.285....
      3945....
      ---------
       34.09...
       3156...
       --------
        25.3.2..
        2367..
        -------
         16.5.6.
         1578.
         ------
           789
           789
          ----
```

Erklärung. Da hier der Divisor 789 in 5162 getheilt werden soll, so sucht man in der darneben stehenden Tafel der Vielfachen des Divisors eine Summe auf, die, wo nicht eben so groſs, doch auch nicht zu klein gegen 5162 sei, dies ist 4734, welche Zahl 6 mal so groſs ist, als der Divisor. Man setzt daher die 6 in den Quotienten, das Produkt derselben aber unter 5162. Zieht man nun hiervon das Produkt von 6 ab, so bleiben 428 übrig; hierzu die oben folgende 5, so werden es 4285. Nun sucht man wieder eine hierzu passende Zahl in der Tafel, und findet 3945 etc.

§. 49.

Uebungsbeispiele.

1)	Dividire	288	Pfennige	durch	12
2)	—	78	—	:	12
3)	—	117	Stück	:	12
4)	—	75	—	:	15
5)	—	225	—	:	15
6)	—	289	holl. Pfennige	:	16
7)	—	5212	Schilling lüb.	:	16
8)	—	540	preuss. Pfen.	:	18

9) — 3798 gute Groschen : 21 oder wenn ein meiſsnischer Gulden 21 gute Groschen gilt, wie viel solcher Gulden sind in den angegebenen guten Groschen enthalten?

10) Wie heiſst der Quotient von 803 amsterdamer Ellen : 22.
11) Wie — von 1168 vlämischen Ellen : 32?
12) Wie — von 2409 brabanter Ellen : 33?
13) 126 gute Groschen, wie viel sind es Thaler?
14) 372 — — — — — — ?
15) 543 — — — — — — ?
16) Dividire 5394 schlesische Ellen : 31
17) — 6263 hamb. Ellen : 36
18) — 2209 botzner Ellen : 47
19) — 8527 engl. Yards : 53
20) — 89780 genues. Palmi : 67
21) — 187230 Braccio in Florenz : 79
22) — 65833 russ. Arschinen : 86
23) 7616 Pfund Leinöl, wie viel sind es Zentner, wenn in Hamburg 1 Zentner 112 Pfunde hat?
24) Dividire 39256 Pfund Hanföl durch 112
25) — 222440 Stück durch 536
26) — 1492668 Gulden : 4607
27) — 481536 Dukaten : 20064
28) — 199000 Louisd'or : 999
29) — 46090521 Ruthen : 6789
30) — 300049248 durch 1209876.

§. 50.

Division mit zerfälltem Divisor.

Man zerfällt den Divisor, wie den Multiplikator beim Multipliziren, in zwei oder mehrere kleinere Faktoren, so daſs kein Rest bleibt, denn mit Plus und Minus kann man

ohne grofse Weitläuftigkeit nicht dividiren. Nun theilt man mit der ersten Zahl des zerfällten Divisors in den gegebenen Dividenden, den erhaltenen Quotienten aber dividirt man durch den andern kleinern Faktor. Der nun erhaltene zweite Quotient ist der gesuchte, wenn nämlich der Divisor nur in zwei kleinere Faktoren zerfällt worden. Ist er aber in drei kleinere Faktoren zerfällt worden, so mufs der zweite Quotient auch durch die dritte Zerfällungszahl getheilt werden. Einige Beispiele werden dies deutlicher machen.

Ex. 1) Dividire 130368 gute Groschen durch 24.

$$\frac{24}{4 \times 6} : \quad 4)\underline{130368} \text{ gute Groschen}$$
$$6)\underline{32592}$$
$$5432$$

Erklärung. Der Divisor 24 läfst sich in die zwei kleinern Faktoren 4 mal 6 zerfällen, denn $4 \times 6 = 24$. Er hätte übrigens auch in 3×8 zerfällt werden können. Das Verfahren selbst liegt vor Augen, und wird aus der gegebenen Anweisung leicht zu erklären seyn.

Auch ist es gleichviel, mit welcher Zahl des zerfällten Divisors man zuerst dividirt; man nimmt gern diejenige, wo beim ersten Quotienten kein Rest bleibt. Obiges

Exempel kann also auch folgendermaſsen ausgerechnet werden:

$$\begin{array}{ccl} 24 & : & 130368 \text{ Ggr.} \\ \hline 4 \times 6 & 6) & 21728 \\ & 4) & 5432 \end{array}$$

Wer aber die 2 bis 9fachen Produkte von 24 auswendig weiſs, der wird diese Aufgabe, wie viel Thaler in 130368 Ggr. enthalten sind, noch kürzer auf folgende Art berechnen:

$$\begin{array}{ccl} 24 & : & 130368 \\ \hline & & 5432 \text{ Thaler.} \end{array}$$

Ex. 2) Dividire 321520 durch 48; oder wie viel Thaler sind in 321520 Sechsern enthalten? Die Berechnung ist folgende:

$$\begin{array}{ccl} 48 & : & 321520 \\ \hline 6 \times 8 & 8) & 40190 \\ & 6) & 6698\frac{2}{6}. \end{array}$$

Hier bleiben bei der zweiten Division 2 übrig, in welche sich die 6 noch theilen sollen, da dies aber in ganzen Zahlen nicht geschehen kann, so zeigt man die Division bloſs an, indem man den Divisor darunter setzt. Man kann aber den Betrag des Bruches bald erfahren, wenn man sich diesen Bruch als zweimal den 6ten Theil von einem Thaler denkt. Der 6te Theil von einem Thaler sind

4 gute Groschen; zweimal der 6te Theil sind also 8 gute Groschen.

Ex. 3) Wie viel beträgt der Quotient, wenn 26280 Gulden durch 72 dividirt werden sollen? Antwort: 365 Gulden, wie hier folgt:

$$\frac{72}{8 \times 9} : \begin{array}{r} 26280 \\ 8)\overline{\quad 3285} \\ 9)\overline{\quad 365} \end{array} \qquad \text{Oder: } \frac{72}{9 \times 8} : \begin{array}{r} 26280 \\ 9)\overline{\quad 2920} \\ 8)\overline{\quad 365} \end{array}$$

§. 51.

Zerfällung des Divisors in mehr als zwei kleinere Faktoren.

Man suche eine Zahl, (und zwar immer lieber eine gröſsere als kleinere, weil man dann nicht so vieler Zahlen bedarf) die in dem gegebenen Divisor ohne Rest aufgeht. Den dadurch erhaltenen Quotienten suche man wiederum durch eine Ziffer ohne Rest zu theilen, und setze dies fort, bis zuletzt 1 zum Quotienten kommt. Die verschiedenen kleinern Divisoren sind nun eben die kleinern Faktoren, in welche sich der gegebene Divisor zerfällen läſst.

Hierbei merke noch folgende Vortheile:

1) Ist *die erste Ziffer* des Divisors eine

5 oder o, so läſst er sich allemal durch 5, und im letztern Falle auch durch 10 theilen.

2) Ist es eine gerade Zahl, z. B. 2, 4, 6, 8; so kann man den Divisor, oder den erhaltenen Quotienten, auch durch eine gerade Zahl aufheben.

3) Ist es aber eine ungerade Zahl, z. B. 1, 3, 7, 9; so läſst sich der Divisor nur durch eine ungerade Zahl aufheben.

4) Enthalten die Ziffern des Divisors, oder des erhaltenen Quotienten, als Einer addirt, lauter 9, so läſst sich derselbe allemal durch 9 ohne Rest dividiren.

Hierzu folgende zwei Beispiele.

1) Zerfälle den Divisor 17280 in kleinere Faktoren.

Hier kann man sich gleich des ersten Vortheils bedienen, und denselben durch 10 theilen, nämlich:

$$10 : 1728|0$$

Da nun in dem Quotienten 1728 die erste Ziffer eine gerade Zahl ist, so versucht man es mit der gröſsten geraden Zahl, mit der 8, wie folgt:

$$8 : \frac{1728}{216}$$

Die erste Ziffer ist zwar wieder eine ge-

rade Zahl, da aber die drei Ziffern 2 + 1 + 6 = 9 sind, so kann man diesen Quotienten durch 9 theilen, als:

$$9 : \frac{216}{24}$$

Dieser erhaltene Quotient 24 läſst sich nochmals in 4 × 6 oder in 3 × 8 zerlegen. Die ganze Zerfällung des Divisors erscheint in folgender Gestalt:

10	:	1728\|0
8	:	216
9	:	24
6	:	4
4	:	1

2) Zerfälle den Divisor 72576 in kleinere Faktoren.

9	:	72576	Oder.	8	:	72576
8	:	8064		9	:	9072
8	:	1008		9	:	1008
6	:	126		7 × 16		112
7 × 3		21				

§. 52.

Uebungsbeispiele.

1) Dividire 5268 Albus durch 32
2) — 9896 Sechser : 48

3)	Dividire	2960	gute Groschen durch	24	
4)	—	32868	Matthier :	72	
5)	—	28422	Mariengroschen :	36	
6)	—	653784	Groot :	72	
7)	—	52118	Schillinge :	96	
8)	—	65536	Stück :	256	(4·8·8)
9)	—	6221880	- :	504	(8·7·9)
10)	—	11405520	- :	1680	(10.7·24)

§. 53.

Vortheile beim Dividiren.

Erster Vortheil.

Befinden sich zur Rechten des Divisors und des Dividenden Nullen, so kann man von beiden gleichviel Nullen abschneiden. Dadurch wird sowohl der Divisor als Dividend durch 10, 100, 1000 etc. dividirt und verkleinert, der Quotient aber bleibt unverändert. Dividire z. B. 156000 durch 300. Die Rechnung ist ziemlich kurz folgende:

3ØØ : 1560ØØ
520 Quot.

Oder dividire 3136000 durch 56000. Es stehet also:

56ØØØ : 3136ØØØ
7 × 8 7) 448
8) 56.

Zweiter Vortheil.

Soll der Dividend durch 10; 100; 1000 etc. dividirt werden, so schneidet man von demselben gleich so viel Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat. Die abgeschnittenen Ziffern sind der Rest, die übrigen Ziffern aber sind der Quotient, als:

Ex. 1) 10 : 687|5 = $687\frac{5}{10}$
Ex. 2) 100 : 68|75 = $68\frac{75}{100}$
Ex. 3) 1000 : 6|875 = $6\frac{875}{1000}$.

Erklärung. Wird *eine* Null vom Dividenden abgeschnitten, so werden dadurch alle Theile oder Ziffern desselben um eine Stelle herunter gerückt, oder zehnmal verkleinert. Die Ziffer nun, welche vorher Tausende ausdrückte, enthält jetzt Hunderte, und die Ziffer, welche vorher Hunderte enthielt, bedeutet jetzt Zehner etc. Eben so verhält sichs auch, wenn zwei, drei, und mehrere Nullen abgeschnitten werden.

Dritter Vortheil.

Auf dieselbe Art kann man verfahren, wenn der Divisor aus 20; 30; 40 etc. 200; 300 etc. 2000; 3000 etc. besteht, wo man erst so viel Ziffern, als der Divisor Nullen hat, abschneidet, dann aber die Division mit der

ganzen Zahl des Divisors verrichtet. Bleibt ein Rest, so wird derselbe zur Linken der abgeschnittenen Ziffern nebst dem ganzen Divisor als Bruch hinzugefügt, als:

Ex. 1) Dividire 6963 holl. Stüver durch 20. Die Berechnung ist ziemlich kurz folgende:

$$20 : 696|3$$
$$2) \overline{}$$
$$348\tfrac{3}{20}$$

Ex. 2) Dividire 17854 Pfund russischen Talg durch 40.

$$40 : \overset{1}{1785}|4$$
$$4) \overline{}$$
$$446\tfrac{14}{40}$$

Ex. 3) Dividire 6437505 durch 5000.

$$5000 : 6437|505$$
$$5) \overline{}\ 2$$
$$1287\tfrac{2505}{5000}$$

Erklärung. Schneidet man, wegen der Null am Divisor 20, eine Ziffer vom Dividenden 6963 ab, so wird dieser dadurch um zehnmal kleiner gemacht, oder durch 10 dividirt; theilt man nun den Quotienten 696,3 oder $696\frac{3}{10}$ nochmals durch 2, so erhält man $348\frac{3}{20}$, und der gegebene Dividend ist durch 10×2 d. i. durch 20 dividirt worden. Beim dritten Exempel wurde der vorgelegte Dividend zuerst durch 1000 dividirt, indem drei Ziffern von demselben abgeschnitten wur-

den; der erhaltene Quotient 6437,505 oder $6437\frac{505}{1000}$ wurde hierauf nochmals durch 5 dividirt, und gab $1287\frac{2505}{5000}$. Der Rest bei der letztern Theilung ist 2, also $\frac{2}{5}$, hierzu den erstern Rest $\frac{505}{1000}$, so ist es $\frac{2505}{5000}$. Dies letztere kann erst bei der Dezimalbruchrechnung deutlich erklärt werden.

Vierter Vortheil.

Beträgt der Divisor gerade 25 (den 4ten Theil von 100), so kann man den Quotienten auf folgende leichte Art finden: Man multiplizirt nämlich den Dividenden mit 4, und schneidet vom Produkte zwei Ziffern ab; die abgeschnittenen Ziffern sind der Rest, und bekommen den Namen Hunderttel. Z. B. Dividire 875 durch 25. Die Rechnung ist folgende:

$$25 : \underline{875}\ (4 \text{ multipl.}$$
$$35|00$$
$$875 : 25 = 35.$$

Erklärung. Wird sowohl der Dividend als der Divisor mit einerlei Zahl dividirt, so bleibt der Quotient unverändert. Multiplizire ich nun den gegebenen Dividenden 875 und den Divisor 25 mit 4, so erhalte ich 100 zum Divisor und 3500 zum Dividenden, und

dividire dann nach dem obigen zweiten Vortheile also:

$$100 : 3500 = 35 \text{ Quot.}$$

Dividire 2456 durch 25. Es stehet also:

$$25 : \underline{2456}\,(4$$
$$98|24 = 98\tfrac{24}{100} \text{ Quot.}$$

Dieser Vortheil ist auch bei der Multiplikation anzuwenden, wo man dem Multiplikanden zwei Nullen anhängt, und denselben durch 4 dividirt; z. B.

$$35 \times 25 = {}_{4)}\underline{3500}$$
$$875$$

Da derselbe aber Kenntnifs der Division voraussetzt, so konnte er oben im §. 36 noch keine Stelle finden.

§. 54.

Uebungsbeispiele zu den angezeigten Vortheilen.

1) 6480 gr. preuss. in Königsberg : 90 (oder wie viel sind es Thaler?)

2) 16200 gr. preuss. in Warschau : 30 (o. wie viel sinds Gulden?)

3) 56349 Kopeken : 100 (o. wie viel sinds Rubel?)

4) 86950 Pfennige vls. in Amsterdam : 100 (o. wie viel sinds Thaler?)

5) 76938 Pfennige holländ. : 800 (o. wie viel sinds Thaler?)

6) 56320 Pfennige holländ. : 320 (o. wie viel sinds Gulden?)

7) 2860 Silbergr. in Breslau : 30 (o. wie viel sinds Thaler?)

8) 22530 Kreuzer in Nürnberg : 60 (o. wie viel sinds Reichsgulden?)

9) 73585 Centimes in Frankreich : 100 (o. wie viel sinds Franken?)

10) 1530000 Schwaren in Bremen : 360 (o. wie viel sinds Thaler?)

11) 432960 Pfennige in Nürnberg : 240 (o. wie viel sinds Reichsgulden?)

12) 291600 Witten in Emden : 540 (o. wie viel sinds Reichsthaler?)

13) 8976 Witten : 10 (o. wie viel sinds Stüver?)

14) 24680 Schillinge vls. in Amsterdam : 20 (o. wie viel sinds Pfund vls?)

15) 98765 Stüver holl. : 50 (o. wie viel sinds Thaler?)

16) 3100 Stück Federposen : 25 (o. wie viel sinds Viertelhunderte?)

17) 5678 Buch Papier : 20 (o. wie viel sinds Ries?)

18) 175000 Bogen Druckpapier : 5000 (o. wie viel sinds Ballen?)

19) 31600 Pfund Talg in Petersburg : 400 (o. wie viel sinds Berkowitz?)

20) 12720 Pfund Hausenblase daselbst : 40 (o wie viel sinds Pud?)

21) 5600 Pfund Wachs daselbst : 40

22) 12638 Pfund Wallfischbarden in Amsterdam : 100

23) 8950 Pfund Mandeln : 100

24) 31130 Pfund Salpeter in Magdeburg : 110

25) 10450 Pfund Stärke in Halle : 110

26) 30360 Pfund Fernambukholz in Danzig : 120

27) 3465 Pfund Cochenille in Malaga : 25 (o. wie viel sinds Arroben?)

28) 6839 Pfund Zucker in Cadix : 25

29) 173400 Pfund Flachs in Amsterdam : 300 (o. wie viel sinds Schiffspfunde?)

30) 19200 Pfund Wachs in Riga : 400 (o. wie viel sinds Schiffspfunde?)

§. 55.

Probe der Division und Multiplikation.

Die *Probe der Division* geschieht durch die Multiplikation, indem man den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, und wenn ein Rest geblieben ist, diesen dazu addirt. Hingegen dient die Division auch der *Multiplikation zur Probe*, indem man das Produkt durch den Multiplikator dividirt. Im ersten Falle muſs, wenn richtig gerechnet worden, der Dividend, im zweiten aber der Multiplikand wieder herauskommen. Von beiden ein Beispiel.

1) Ein *Multiplikationsexempel nebst der Probe.*

Multiplikand.		Multiplikator.
24657..	×	151
24657		
123285		
3723207 Produkt.		

P r o b e.

Obiger Multiplikator als Divisor.		Obiges Produkt als Dividend.	
151	:	3723207	24657 Obiger Multiplikand als Quotient.
		703	
		992	
		860	
		1057	

2) Ein *Divisionsexempel nebst der Probe.*

Divisor.		Dividend.
63ØØ	:	3276ØØØ
7 × 9	9)	3640
	7)	520 Quotient.

P r o b e.

Obiger Quotient als Multiplikand.		Obiger Divisor als Multiplikator
520 (7	×	6300 =
3640 (900		7 × 9 × 100
3276000		

Obiger Dividend als Produkt.

Sechster Abschnitt.

Addition mit ungleichbenannten Zahlen.

§. 56.

Ungleichbenannte oder auch *benannte Zahlen* sind solche, bei welchen gemeiniglich verschiedene Einheiten vorkommen, und wobei auch ange-

geben wird, ob es Geldsorten, z. B. Thaler, Groschen u. Pfennige, Gulden und Kreuzer, Mark, Schillinge und Pfennige, Pfund Sterling, Schillinge und Pence etc. oder Gewicht, z. B. Zentner, Steine, Pfunde, Lothe etc. oder Maase, als Wispel, Scheffel, Metzen; Last, Drömt, Tonnen, Scheffel, Eimer, Anker, Viertel, Quartier etc. sind. Sie werden daher auch *sortirte* Zahlen genannt. Bei dergleichen vorkommenden Zahlen muſs man wissen, wie viel Einheiten der niedern Sorte eine gröſsere enthält, z. B. daſs 12 Pfennige auf 1 guten Groschen, daſs 24 Ggr. auf einen Thaler gehen; daſs 1 Wispel 24 Scheffel, 1 Scheffel 16 Metzen enthalte. Wer dies noch nicht weiſs, kann es am Ende dieses ersten Kursus finden.

§. 57.

R e g e l n.

1) Setze die gegebenen verschiedenen Sorten gehörig unter einander, so daſs Thaler, Groschen, Pfennige, unter Thaler, Groschen, Pfennige, oder daſs Zentner, Pfunde und Lothe, unter Zentner, Pfunde und Lothe etc. zu stehen kommen.

2) Schreibe aber auch, wie bereits oben §. 8 gelehrt worden, die Ziffern jeder Sorte richtig unter einander, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner etc.

3) Zähle dann die Einheiten der niedersten Sorte zusammen, und nimm die darin enthaltenen Einheiten der höhern Sorte zu dieser selbst gleich mit herüber. Z. B.

Eduard hat in seiner Sparbüchse 5 Rthlr. 16 Ggr. 9 Pf., erhält an seinem Geburtstage noch hierzu: vom Vater 1 Rthlr. 8 Ggr., von der Mutter 19 Ggr. 6 Pf. und vom Groſsvater 1 Rthlr. 12 Ggr. Will nun Eduard wissen, wie viel Geld jetzt in der Sparbüchse sich befindet, so wird er die bekannten Posten wahrscheinlich folgendermaſsen addiren:

5	Rthlr.	16	Ggr.	9	Pf.
1	—	8	—	—	—
—	—	19	—	6	—
1	—	12	—	—	—
7	Rthlr.	55	Ggr.	15	Pf.

Dies wäre zwar richtig zusammengezählt, allein der Ausdruck der Summe läuft wider den Sprachgebrauch; denn 12 Pfennige nennt man 1 guten Groschen, und 24 Ggr. 1 Thaler. 15 Pf. sind daher 1 Ggr. und 3 Pf.; folglich können nur die 3 Pf. unter die Pfennige ge-

schrieben, der 1 Ggr. aber muſs zu den folgenden guten Groschen übergetragen werden; daraus entstehen nun 56 Ggr., welches 2 Rthlr. und 8 Ggr. sind. Die 8 Ggr. schreibt man unter die guten Groschen, und nimmt die 2 Rthlr. zu der folgenden höhern Sorte, zu den Thalern. Jetzt ist die richtig ausgedrückte Summe: 9 Rthlr. 8 Ggr. 3 Pf. wie hier stehet.

5	Rthlr.	16	Ggr.	9	Pf.
1	—	8	—	—	—
—	—	19	—	6	—
1	—	12	—	—	—
2		1			
9	Rthlr.	8	Ggr.	3	Pf.

Nachstehendes Exempel ist auf ähnliche Art zu erklären:

	15	Zentner	84	Pfund	16	Loth
	9	—	36	—	24	—
	3	—	10	—	—	—
Summe	27	Zentner	130	Pfund	40	Loth
richtiger	28	Zentner	21	Pfund	8	Loth.

Die erste unter dem Striche stehende Summe ist ebenfalls wider den Sprachgebrauch; denn 40 Lothe geben 1 Pf und 8 Lothe, das eine Pfund zu den 130 Pfunden addirt, gibt 131 Pf., das ist 1 Zentner und 21 Pfund. Der 1 Zentner aus den Pfunden

wird zu den Zentnern übergetragen, und nun heifst die richtig ausgedrückte Summe: 28 Zt. 21 Pf. 8 Lth.

§. 58.

Die in den niedern Sorten enthaltenen Einheiten der höhern Sorte kann man auf folgende Art sicher und richtig finden:

Man summire die kleinere Sorte, und suche die Einheiten der höhern durch die *Reduktionszahl* (§. 71). Diese zeigt dann allemal an, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf die höhere gehen; der Quotient aber zeigt an, wie viel Einheiten der höhern Sorte in der niedern enthalten sind. Als Beispiel diene folgende Schneiderrechnung:

Sr. Wohlgeb. dem Herrn Rath Kopf.

Braunschweig, den 31. Dezemb. 1804.

1804.		Rthlr.	Ggr.	Pf.
30. April	Dem Hrn. Rath 1 schwarzseidene Weste u. 1 Beinkl. zu machen	1	8	—
	für Seide, Zwirn und Kameelgarn	—	10	9
	Ms. Karl einen Frak gemacht	—	18	—
	für 5¾ Elle f. Zeug à 8 Ggr. 4 Pf.	2	—	—
	f. 2 Ellen Parchent z. Futter à 8 Ggr.	—	16	—
	für Seide, Zwirn und Kameelgarn	—	7	9
	für 1½ Duzend Knöpfe à 12 Ggr.	—	18	—
4. Juni	Ms. Karl 1 Weste u. 1 p. Beinkleider gemacht	—	22	—
	4½ Elle Sommermanchester à 13 Ggr. 6 Pf.	2	12	9
	für Seide, Zwirn u. andere Zuthaten	—	10	6
15. Sept.	Dem Hrn. Rath einen Ueberrock gemacht	1	6	—
	für Seide, Halbseide u. Steifleinen	—	12	—
	für 1½ Duzend Knöpfe à 18 Ggr.	1	3	—
	6 Ellen Chalons zum Unterfutter à 7 Ggr.	1	18	—
	1½ Elle Parchent in die Ermel à 8 Ggr.	—	12	—
	Dem Hrn. Rath eine Kasimirweste gemacht	—	12	—
	für Seide, Halbseide u. Knopfformen	—	6	—
17. Okt.	Ms. Karl einen Ueberrock verfertigt	—	19	—
	3 Ellen Tuch à 2 Rthlr. 10 Ggr.	7	6	—
	4 Ellen Zeug zum Futter à 5 Ggr.	—	20	—
	1 Elle Parchent in die Ermel .	—	8	—
	für Seide, Halbseide und Steifleinen	—	6	6
11. Nov.	für 2 Paar Beinkleider auszubessern	—	10	9
13 Dez.	Dem Hrn. Rath eine Hose gemacht	—	14	—
	1½ Elle Tuch à 3 Rthlr. 8 Ggr.	5	—	—
	2½ Elle Parchent à 8 Ggr. . .	—	20	—
	für Seide, Halbseide u. Knopfformen	—	9	8
	Summe	32	18	8

Zu gehorsamstem Danke bezahlt erhalten.

Karl Steudner.

Hier summirt man zuerst die Pfennige, und erhält 56 Pf.; dividirt dieselben durch 12 (weil 12 Pf. = 1 Ggr), und erhält $4\frac{8}{12}$ zum Quotienten; dies sind 4 Ggr. und 8 Pf. Die in den Pfennigen enthaltenen guten Groschen aber lassen sich in dieser Rechnung auch auf folgende Art leicht finden: die 4 mal 9 Pf. machen 3 Ggr., 2 mal 6 Pf. oder 2 Sechser machen 1 Ggr., zusammen also 4 Ggr; die noch übrigen 8 Pf. schreibt man gleich darunter. Die 4 Ggr. nimmt man nun zu der höhern Sorte, zu den guten Groschen, deren Summe 306 beträgt; diese durch 24 dividirt, (weil 24 Ggr. = 1 Rthlr.) gibt 12 Rthlr. und 18 Ggr. Leztere 18 Ggr. schreibt man unter die guten Groschen, und nimmt die 12 Rthlr. zu den nun folgenden Thalern. Die Summe dieser Schneiderrechnung beträgt also: 32 Rthlr. 18 Ggr. 8 Pf. wie es auch Meister Steudner richtig summirt hatte.

§. 59.

Noch einige Beispiele nebst deren Berechnung.

1) *Peter den Hengst* in Amsterdam hat nach seinen Büchern folgende Schulden ausstehen:

456 fl.	6 Stvr.	3 Pf.	holl. Kur.	
3175 -	14 -	6 -		
608 -	16 -	8 -		
2389 -	12 -	— -		
978 -	18 -	12 -		60 Pf. : 16 = 3 Stv. 12 Pf.
1659 -	— -	— -		
6754 -	18 -	10 -		129 Stv. : 20 = 6 fl. 9 Stv.
125 -	9 -	9 -		
72 -	18 -	12 -		
4031 -	15 -	— -		
20247 fl.	126 Stv.	60 Pf.		
6	3			
Summe 20253 fl.	9 Stv.	12 Pf.		

2) *Heinrich Schorch* in Magdeburg verkaufte an Getreide:

9 Wisp.	14 Schfl.	8 Metzen	
15 -	16 -	12 -	68 Metz. : 16 = 4 Schfl. 4 Metz.
21 -	11 -	14 -	
8 -	23 -	15 -	95 Schfl. : 24 = 3 Wsp. 23 Schfl.
19 -	9 -	9 -	
23 -	18 -	10 -	
7 -	— -	— -	
3	4		
105 Wisp.	23 Schfl.	4 Metzen.	

3) *Karl Schott* in Bremen verkaufte an Wein:

6 Ohm	3 Ank.	4 Vrtl.	— Quart
8 -	2 -	3 -	6 -
23 -	3 -	2 -	4 -
15 -	3 -	4 -	— -
19 -	— -	1 -	— -
8 -	3 -	4 -	8 -
4	4	2	
83 Ohm	2 Ank.	— Vrtl.	— Qrt.

18 Qrt. : 9 = 2 Vrtl.
20 Vrtl. : 5 = 4 Anker.
18 Ank. : 4 = 4 Ohm + 2 Anker.

Zur Erklärung dieser Beispiele ist, nach den beiden vorigen §, nichts weiter hinzuzufügen, da auch hier zugleich mit bemerkt ist, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf eine Einheit der höhern Sorte gehen. Bei Berechnung der im § 61 enthaltenen Uebungsbeispiele aber wird es wohl nöthig seyn, daſs Anfänger den letzten Abschnitt dieses Kursus fleiſsig nachschlagen, um die ihnen noch unbekannten Eintheilungen der Münzen, Maase und Gewichte aufzusuchen.

§. 60.

Noch eine Probe der Addition.

Man addire die Aufgabe umgekehrt, von der linken zur rechten Hand, und subtrahire die Summe von der bereits ausgerechneten. Bleibt dann bei der kleinsten Sorte kein Rest, so ist die Richtigkeit der berechneten Aufgabe probemäſsig erwiesen. Z. B.

	8643	Mark	12	Schil.	4	Pf.	hamb. Kur.
	978	-	14	-	8	-	-
	1732	-	6	-	10	-	-
	567	-	13	-	6	-	-
	3103	-	7	-	10	-	-
	99	-	15	-	11	-	-
	4		4				
Summe	15126	Mark	7	Schil.	1	Pf.	
Probe.	333(4		64		48		
			71		49	Pf.	
			3(4		1 —		

Die durch das Zusammenzählen der vorgelegten Posten erhaltene Summe ist: 15126 Mark 7 Schillinge 1 Pfennig hamburger Kurrent. Um nun zu wissen, ob man richtig gerechnet habe, so summirt man rückwärts, nämlich: 8 + 1 + 3 (der Tausende) = 12, diese von den oben stehenden 15 Tausenden abgezogen, bleiben 3 Tausend oder 30 Hunderte. Die Kolonne der Hunderte beträgt 28, von 31 abgezogen, bleiben 3 Hunderte oder 30 Zehner. Die Kolonne der Zehner gibt 29 und läſst, von den 32 Zehnern subtrahirt, 3 Zehner oder 30 Einer Rest. Die Kolonne der Einer beträgt 32, von 36 abgezogen, bleiben 4 Mark übrig. Diese verwandelt man durch die Multiplikation mit 16 in die nächst niedere Sorte, in Schillinge, und addirt die obenstehenden 7 Schillinge dazu, die Summe ist 71 Schl. Subtrahirt man nun hiervon die wieder rückwärts summirten 67 Schl., so bleiben 4 Schl. Rest, welche mit 12 multiplizirt 48 Pf., und mit dem obigen 1 Pf., 49 betragen. Gerade so viel beträgt auch die rückwärts erhaltene Summe der Pfennige, und man kann folglich hiervon auf die Richtigkeit der Berechnung mit der gröſsten Gewiſsheit schlieſsen.

Diese Rückzählungsprobe kann bei allen dergleichen Aufgaben, so wie auch bei Rechnungen in großen Summen, angewandt werden.

§. 61.

Uebungsbeispiele.

1) Wilhelm hat nach und nach in seine Sparbüchse gethan: 7 Pf. + 5 Pf. + 5 Pf. + 8 Pf. + 2 Pf. + 3 Pf. + 7 Pf. + 9 Pf. + 10 Pf. Wie viel Ggr. und Pf. wird er darin haben?

2) Wie viel Thaler und gute Groschen betragen folgende Posten: 16 Ggr. + 18 Ggr. + 22 Ggr. + 11 Ggr. + 9 Ggr. + 15 Ggr. + 13 Ggr. + 20 Ggr.?

3) Karl verdiente sich nach und nach: 3 Ggr. 6 Pf. + 5 Ggr. 9 Pf. + 12 Ggr. 3 Pf. + 7 Ggr. + 18 Ggr. 7 Pf. + 20 Ggr. 9 Pf. + 13 Ggr. 3 Pf. + 23 Ggr. 11 Pf. Wie viel Rthlr. Ggr. u. Pf. sind dies?

4) In Leipzig.

2	Rthlr.	2	Ggr.	2	Pf.
6	—	6	—	6	—
15	—	16	—	3	—
36	—	12	—	9	—
27	—	18	—	7	—
30	—	21	—	—	—
18	—	—	—	—	—
—	—	22	—	8	—
—	—	19	—	—	—

5) Konventionsgeld.

409	Rthlr.	18	Ggr.	—	Pf.
754	—	21	—	9	—
3517	—	—	—	6	—
666	—	16	—	8	—
99	—	23	—	11	—
1074	—	9	—	4	—
950	—	4	—	—	—
1005	—	18	—	—	—
809	—	19	—	9	—

6) In Berlin.

55	Rthlr.	15	Ggr.	5	Pf.
166	—	22	—	3	—
708	—	14	—	2	—
1090	—	10	—	10	—
376	—	—	—	8	—
2584	—	21	—	—	—

7) Preussisches Kurrent.

13407	Rthlr.	18	Ggr.	4	Pf.
9786	—	21	—	9	—
25675	—	13	—	5	—
99	—	20	—	—	—
3040	—	9	—	8	—
15008	—	17	—	7	—

8) In Braunschweig.

396	Rthlr.	14	Ggr.	9	Pf.
1075	—	17	—	6	—
898	—	21	—	—	—
5974	—	—	—	—	—
8090	—	6	—	9	—

9) Ebendaselbst.

72	Rthlr.	28	mgr.	6	Pf.
19	—	30	—	4	—
7	—	20	—	—	—
56	—	—	—	4	—
33	—	33	—	2	—

10) In Kassel.

580	Rthlr.	31	Alb.	8	Pf.
7954	—	9	—	4	—
876	—	24	—	6	—
1356	—	20	—	4	—
97	—	18	—	—	—
280	—	16	—	5	—

11) Ebendaselbst.

37	Rthlr.	16	Alb.	11	Hell.
375	—	21	—	10	—
54	—	30	—	9	—
86	—	24	—	8	—
407	—	15	—	7	—
48	—	18	—	3	—

12) Hannöv. Kassengeld.

57800	Rthlr.	14	Ggr.	9	Pf.		
987	—	23	—	—	—		
3054	—	18	—	11	—		
10400	—	20	—	10	—		
209	—	—	—	—	—		
3841	—	9	—	6	—		

13) Hannöv. Goldvaluta.

2754	Rthlr.	23	Ggr.	11	Pf.
197	—	15	—	5	—
3004	—	9	—	9	—
535	—	21	—	—	—
79	—	—	—	8	—
2436	—	18	—	3	—

13) *Paulus Harrer* in Nürnberg nahm folgende Posten ein. 387 fl. 40 Xr. 2 Pf. + 264 fl. 54 Xr. 3 Pf. + 1087 fl. 32 Xr. + 979 fl. 56 Xr. 3 Pf. + 3000 fl. + 56 fl. 19 Xr. 2 Pf.

14) Wie viel betragen folgende Posten in hamburger Kurrent: 33750 Mark 15 Schillinge 11 Pf. + 16785 Mk. 12 Schil. 6 Pf. + 4981 Mk. 10 Schil. + 900 Mk. + 3007 Mk. 8 Schil.?

15) Wie viel betragen in *Lübeck:* 5849 Mk. 12 Schil. 7 Pf. + 761 Mk. 10 Schil. 9 Pf. + 1639 Mk. 14 Schil. 10 Pf. + 3927 Mk. 13 Schil. 6 Pf. + 4000 Mk.?

16) In Leipzig.

132	Zentn.	84	Pfd.	16	Lth.
256	—	96	—	24	—
99	—	109	—	31	—
137	—	55	—	16	—
87	—	22	—	21	—
375	—	79	—	29	—
79	—	85	—	30	—

17) In Berlin.

15	Zentn.	109	Pfd.	4	Lth.
30	—	80	—	20	—
145	—	102	—	16	—
79	—	93	—	21	—
97	—	39	—	12	—
218	—	79	—	—	—
54	—	101	—	30	—

18) In Braunschweig.		19) In Breslau.		20) In Hamburg.	
999 Zentn.	113 Pfd.	99 Zentn.	131 Pfd.	99 Zentn.	111 Pfd.
87 —	75 —	104 —	104 —	305 —	105 —
194 —	104 —	359 —	76 —	88 —	66 —
368 —	87 —	151 —	38 —	194 —	39 —
69 —	38 —	84 —	— —	576 —	102 —

21) In Hamburg.

19 Stn.	19 Pfd.	Flachs
346 —	18 —	
87 —	17 —	
119 —	10 —	
48 —	15 —	

22) In Magdeburg.

6 Wisp.	23 Schfl.	15 Metz.
18 —	16 —	10 —
9 —	19 —	9 —
30 —	20 —	14 —
7 —	14 —	— —

23) In Hildesheim.

Mltr.	Schfl.	Himt.
120	2	1
18	2	—
39	1	1
200	2	1
44	2	1
36	—	—

24) In Braunschweig.

Wsp.	Schfl.	Himt.
15	3	9
45	2	8
136	3	4
73	2	7
86	3	2

25) In Frankfurt a. M.

Fud.	Ohm.	Vrtl.	Maas
9	4	19	3
10	3	18	2
37	4	10	3
8	2	8	3
18	4	15	1

26) In Wien.

Fud.	Eim.	Ms.
9	31	39
20	16	20
36	27	36
18	30	24
41	26	25
17	18	—

27) *Heinrich Sebach* in *Breslau* ist folgende Posten schuldig: 340 Rthlr. 29 Sgr. 11 Pf.

+ 89 Rthlr. 24 Sgr. 8 Pf. + 154 Rthlr. 19 Sgr. 9 Pf. + 318 Rthlr. + 51 Rthlr. 10 Pf. + 28 Sgr. 6 Pf. + 21 Rthlr. 18 Sgr. 10 Pf. Wie viel macht hiervon die Summe?

28) *Ferd. Wuppermann* in *Wesel* hat an verschiedenen Manufakturwaaren eingenommen: 217 Rthlr. 59 Stüver 11 Pf. + 89 Rthlr. 34 Stvr. 10 Pf. + 374 Rthlr. 40 Stvr. + 54 Rthlr. 50 Stvr. + 408 Rthlr. 38 Stv. + 96 Rthlr. 10 Pf. Wie viel also zusammen:

29) Druckpapier.

Blln.	Rs.	Bch.	Bog.
14	9	19	20
19	4	15	15
28	7	9	15
11	8	16	—
17	8	18	—

30) Schreibpapier.

Blln.	Rs.	Bch.	Bog.
18	9	19	23
17	8	16	—
15	7	13	20
13	6	—	20
—	5	10	9

31)

Mfl.	Ggr.	Pf.
28	7	4
19	15	9
35	20	10
79	19	11
21	—	8
—	17	7
—	15	6
—	11	—

1 meiſsn. Gulden = 21 Ggr.

32)

a. Schk.	Ggr.	Pf.
93	19	11
17	15	10
71	13	8
132	18	7
68	14	6
293	17	8
75	—	—
114	—	10

1 altes Schock = 20 Ggr.

33) A. heirathete als er 24 Jahre 20 Wochen alt war; in dieser Ehe lebte er 18 Jahre 32 W. 6 Tg. als Wittwer 1 J. und 5 Tg.;

heirathete hierauf zum zweitenmal, und lebte noch 16 J. 11 W. und 3 Tg. Wie alt ist er geworden?

34) B. verwechselt an C. die von seinem Bruder geerbten Goldstücke, und erhält:

für 6 dänische Speziesdukaten	18 Rthlr.	10 Ggr.	6 Pf.	pr. Kur.
— 2 curländische Dukaten	6 —	4 —	—	—
— 5 baiersche Maxd'or	22 —	12 —	5 —	
— 8 preuss. Friedrichsd'or	42 —	22 —	4 —	
— 5 braunschweig. Karlsd'or	26 —	19 —	9 —	
— 3 engl. Guineen	20 —	9 —	—	—
— 12 holländische Dukaten	37 —	2 —	6 —	

Wie viel preuss. Kurrent hat er von C. erhalten?

Siebenter Abschnitt.

Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen.

§. 62.

Wer sich die oben im dritten Abschnitte §. 15 gegebenen Regeln aufs neue bekannt macht, der wird die Subtraktion mit ungleich-

benannten (oder sortirten) Zahlen gewiſs sehr leicht finden. Hat man den *Subtrahenden* nach allen seinen Theilen richtig unter den *Minuenden* gesetzt, so wird man den *Rest* mit wenig Mühe berechnen können.

Fritz z. B. habe in seiner Sparbüchse 3 Rthlr. 12 Ggr. 9 Pf. und nehme 1 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. heraus, wie viel bleibt noch in der Sparbüchse zurück? Die Aufgabe ist so leicht, daſs sie gleich im Kopfe ausgerechnet werden kann. Um aber das Verfahren beim Subtrahiren auf der Tafel zu zeigen, so stehet dieselbe ausgerechnet also:

Von	3 Rthlr.	12 Ggr.	9 Pf.
ab	1 —	4 —	8 —
Rest	2 Rthlr.	8 Ggr.	1 Pf.

Da der Minuend in allen drei Sorten gröſser ist, als der Subtrahend, so sagt man: 8 Pf. von 9 Pf. bleibt 1 Pf.; ferner 4 Ggr. von 12 Ggr. bleiben 8 Ggr., und 1 Rthlr. von 3 Rthlr. bleiben 2 Rthlr. Es müssen also noch seyn 2 Rthlr. 8 Ggr. 1 Pf. in der Sparbüchse.

Eben so leicht ist auch folgende Aufgabe auszurechnen:

Von	36 Zentn.	84 Pfd.	28 Lth.
werden verkauft	20 —	56 —	24 —
Rest	16 Zentn.	28 Pfd.	4 Lth.

§. 63.

Sollten aber 16 Lothe von 24 Pfunden abgezogen werden, so könnte man nicht sagen: 16 von 24 bleiben 8, *weil nur gleichartige Dinge subtrahirt werden können.* In diesem Falle müſste man von den 24 Pfunden eins wegnehmen, oder borgen, und dasselbe in Lothe verwandeln, dann erst könnte man abziehen und sagen: 16 von 32 Lothen bleiben 16. Die 24 Pfunde aber werden folglich um 1 vermindert. Die Berechnung auf der Tafel selbst sieht nun so aus:

Von	8. Pfd	oder	7 Pfd. 32 Lth.
ab	— — 16 Lth.		— — 16 —
Rest	7 Pfd. 16 Lth.		7 Pfd. 16 Lth.

Eben so verhält sichs bei Geldsorten, bei den verschiedenen Maasen etc. Z. B. einer hat 8 Ggr. bei sich, und gibt 8 Pf. davon aus, so behält er noch 8 Ggr. weniger 8 Pf. d. i. 7 Ggr. 4 Pf. Die Ausrechnung ist folgende:

Von	8. Ggr.	oder	7 Ggr. 12 Pf.
ab	— — 8 Pf.		— — 8 —
Rest	7 Ggr. 4 Pf.		7 Ggr. 4 Pf.

Gesetzt aber, dieser hätte 8 Rthlr. bei sich gehabt, und 2 Rthlr. 12 Ggr. ausgegeben,

wie viel würde er noch haben? Die Berechnung ist folgende:

Von	8 Rthlr.	— Ggr.	oder	7 Rthlr.	24 Ggr.
ab	2 —	12 —		2 —	12 —
Rest	5 Rthlr.	12 Ggr.		5 Rthlr.	12 Ggr.

§. 64.

Wie man aber verfahre, wenn die niedern Sorten des Minuenden alle kleiner sind, als die des Subtrahenden, zeigt nachstehendes Beispiel:

Einnahme	3.5.6. Rthlr.	6. Ggr.	3 Pf.
Ausgabe	298 —	18 —	6 —
Rest	57 Rthlr.	11 Ggr.	9 Pf.

Da sich hier 6 Pf. von 3 Pf. nicht abziehen lassen, so borgt man von der nächst höhern Sorte, von den guten Groschen, eine Einheit, und bemerkt dies durch einen dabei angebrachten Punkt. Dieser geborgte 1 Ggr. hat 12 Pf., wovon man nun die 6 Pf. entweder gleich abziehen, und die oben stehenden 3 Pf. dazu addiren kann, oder man addirt die 12 Pf. zu den obigen 3 Pf., es macht 15 Pf. und zieht dann erst die im Subtrahenden stehenden 6 Pf. davon ab; in beiden Fällen bleiben 9 Pf. Rest. Ferner sagt

man: 18 Ggr. lassen sich von 5 Ggr. auch nicht abziehen, und borgt sich daher bei der nächst höhern Sorte, bei den Thalern, eine Einheit, diese enthält 24 Ggr. Von diesen zieht man nun die 18 Ggr. ab, es bleiben 6, und nimmt die obern 5 Ggr. dazu, so ist der Rest 11 Ggr. Daſs diese Reste jedesmal unter die Linie, und zwar unter die Sorte, wohin sie gehören, geschrieben werden müssen, braucht wohl nicht erst erinnert zu werden. Endlich subtrahirt man auch die Thaler auf eben die Art, wie gleichbenannte Zahlen subtrahirt werden. Der ganze Rest beträgt demnach 57 Rthlr. 11 Ggr. 9 Pf. oder so viel ist mehr eingenommen als ausgegeben worden, oder so viel ist von der Einnahme noch übrig.

Eben so verfährt man bei folgenden zwei Exempeln:

a) *Ferdinand Eggeling* in *Hamburg* hat an *Martin Sachse* zu fordern: 6304 Mark 8 Schil. 4 Pf. hamburger Kurrent und erhält von diesen abschläglich 2456 Mk. 10 Schil. 8 Pf.; wie viel bleibt ihm Sachse noch schuldig? Antwort 3847 Mk. 13 Schil. 8 Pf. wie hier stehet:

Von	6304. Mk.	8. Schil.	4. Pf.
ab	2456 —	10 —	8 —
Rest	3847 Mk.	13 Schil.	8 Pf.

b) *Paul Sederer* in *Nürnberg* hat auf dem Lager 35 Fuder 7 Eimer 15 Viertel Rheinwein, und verkauft davon 19 Fuder 10 Eim. 20 Viertel; wie viel bleibt ihm noch übrig? Antwort 15 Fud. 8 Eim. 27 Vrtl. wie hier folgt:

Von	35. Fud.	7. Eim.	15 Vrtl.
ab	19 —	10 —	20 —
Rest	15 Fud.	8 Eim.	27 Vrtl.

§. 65.

Oefters kommen auch solche Aufgaben vor, wo der Minuend nur *eine* höhere Sorte enthält, der Subtrahend aber aus mehrern Sorten besteht. Z. B. wenn einer von 1000 Rthlr. baarem Gelde 563 Rthlr. 14 Ggr. 6 Pf. ausgibt, wie viel behält er noch? Diese Aufgabe kann man auf folgende doppelte Art berechnen:

	a			oder	b		
	999 Rthlr.	23 Ggr.	12 Pf.		1000 Rthlr.	— Ggr.	— Pf.
	563 —	14 —	6 —		563 —	14 —	6 —
Rest	436 Rthlr.	9 Ggr.	6 Pf.		436 Rthlr.	9 Ggr.	6 Pf.

Da im Minuenden weder gute Groschen noch Pfennige enthalten sind, so wurde a) von den 1000 Rthlr. ein Thaler abgenommen oder geborgt, und es blieben nun noch 999 Rthlr., der geborgte Thaler aber wurde in 23 Ggr. 12 Pf. verwechselt. Das übrige Verfahren ist sehr leicht. Bei b) aber borgte ich von den 14 Ggr. des Subtrahenden einen guten Groschen; allein, anstatt daſs die Zahlen des Minuenden, wenn bei denselben geborgt wird, um 1 vermindert werden, so werden hingegen die Zahlen des Subtrahenden, wenn bei denselben geborgt wird, um eins vermehrt. Denn wenn ich beim Subtrahenden, oder bei der Ausgabe, eins borge, so wird dadurch die Ausgabe um eins vermehrt. Die 14 Ggr. im Subtrahenden wurden nun für 15 Ggr. angenommen und von dem geborgten Thaler abgezogen.

Noch ein Beispiel.

Ein Buchdrucker hat aus der Papiermühle 15 Ballen Druckpapier erhalten, und davon zu einer Schrift verbraucht: 9 Ballen 4 Ries 14 Buch und 10 Bogen. Wie viel Vorrath wird er von diesem Papier noch haben? Antw. 5 Ballen 5 Rs. 5 Buch 15 Bgn. wie hier stehet:

	9	19	25
15. Blln.	— Rs.	— Bch.	— Bg.
9 —	4 —	14 —	10 —
5 Blln.	5 Rs.	5 Bch.	15 Bg.

Oder:

15 Blln.	— Rs.	— Bch.	— Bg.
9· —	4· —	14· —	10 —
5 Blln.	5 Rs.	5 Bch.	15 Bg.

§. 66.

Bisweilen gibt es Fälle, wo man wohl drei, vier und mehrere Posten abzuziehen hat; da verfährt man also: Man setzt den Minuenden oben an, und unter denselben die einzelnen Posten, welche abgezogen werden sollen, umzieht dieselben linker Hand mit zwei Bogenstrichen, addirt hierauf diese Posten, und zieht die erhaltene Summe von dem oben stehenden Minuenden gehörig ab; z. B.

Einer erbt als Universalerbe 9800 Rthlr. mufs aber, nach dem letzten Willen des Verstorbenen, davon auszahlen: a) der dasigen Arbeitsanstalt 850 Rthlr. 16 Ggr., b) zur Erhöhung der Schullehrerbesoldung 875 Rthlr. 16 Ggr., c) zur Errichtung einer Schulbibliothek 210 Rthlr., d) einem treuen hinterlasse-

nen Diener 130 Rthlr. 20 Ggr. 8 Pf. Wie viel wird nach Abzug dieser 4 Posten seine Erbschaft noch betragen? Antw. 7732 Rthlr. 19 Ggr. 4 Pf. Die Rechnung ist folgende:

9800	Rthlr.				
850	Rthlr.	16	Ggr.	—	Pf.
875	—	16	—	—	—
210	—	—	—	—	—
130	—	20	—	8	—
2067	Rthlr.	4	Ggr.	8	Pf.
7732	Rthlr.	19	Ggr.	4	Pf.

§. 67.

Uebungsbeispiele.

1) *Fritz* hatte 2 Schock 3 Mandel Nüsse, verspielte davon 1 — 2 — wie viel blieben ihm übrig?

2) Dessen Bruder *Karl* hatte auch 2 Schock 3 Mandel Nüsse, und da dieser nach beendigtem Spiele seine Nüsse zählte, hatte er 4 Schock 1 Mandel 5 Stück. Wie viel hatte er gewonnen?

3) Der kleine *Ferdinand* in Lübeck hatte in seiner Sparbüchse 13 Mk. 4 Schil. 6 Pf., gibt davon aus für einige Bücher und Landkarten 5 Mk. 10 Schil. 10 Pf., wie viel behält er noch in der Sparbüchse?

4) Dr. *Kunz* in *Nürnberg* hat 12000 Gulden ausstehen, davon wird ihm bezahlt 1039 *fl.* 35 Xr. und dann wieder 6560 fl. 25 Xr.; wie viel hat er noch ausstehen?

5) *Isaak Bamberger* in *Ansbach* brachte von der leipziger Ostermesse an Waaren mit für 6950 fl. 45 Xr., davon liefs er einem seiner Freunde wieder ab für 2988 fl. 56 Xr. Wie viel behielt er für sich?

6) Subtrahire 519 fl. 20 Xr. 2 Pf. von 684 fl. 18 Xr.

7) Subtrahire 6304 fl. 24 Xr. 3 Pf. von 9784 fl. 20 Xr.

8) 8750 Rthlr. 16 mgr. 4 Pf. minus 5860 Rthlr. 30 mgr. 6 Pf.; wie viel bleibt Rest?

9) Ein Kaufmann in *Bremen* nahm ein: 17932 Rthlr. 24 Gr. 2 Schwar; seine Ausgabe betrug 9958 Rthlr. 40 Gr. 4 Schwar. Wie viel bleibt ihm übrig?

10) Subtrahire 503 Rthlr. 31 Grot 3 Schw. von 683 Rthlr. 21 Grot.

11) *Gruner* in Hamburg kaufte 37 Zent. 81 Pfd. Leinöl, und verkaufte davon 28 Zentn. 90 Pfd.; wie viel hat er noch vorräthig?

12) *Schubert* in Bremen erhielt 15 Last 6 Tonnen schwedische Heringe, gab davon wie-

der weg 6 Last 10 Tonnen; wie viel behielt derselbe?

13) *Gerike* in *Hamburg* hatte nach einem entstandenen Brande noch 2 Schpfd. 12 Lspfd. 8 Pfd. Hanf; vorher hatte er 33 Schpfd. 8 Lspfd. 4 Pfd.; wie viel ist ihm verbrannt?

14) *Krüger* in *Breslau* sendet an seinen Freund in F. statt 15 Stein 16 Pfd. Anis, 150 Stn. 6 Pfd.; wie viel hat er zuviel gesandt?

15) Hannover sendet nach Z. von 77 Zentn. 25 Pfd. durch einen Fuhrmann 39 Zentn. 84 Pfd., und durch einen andern Fuhrmann den Rest. Wie viel Fracht erhielt dieser letztere?

16) Jobst Bär in Kassel sollte 65 Zentn. 54 Pfd. nach G. fahren; er selbst nahm 32 Zentn. 85 Pfd., und überliefs seinem Knechte den Rest; wie viel betrug dieser?

17) Ein Pachter bei Leipzig hatte 45 Wisp. 6 Scheffel 10 Metz. Roggen vorräthig, verkaufte davon 31 Wsp. 17 Schfl. 12 Metz; wie viel hat er noch?

18) Ein Landmann bei Nürnberg säete 8 Simra 14 Metzen 12 Ms. Weizen aus, und ärndtete 65 Simra 8 Metz. Wie viel hat er mehr geärndtet als ausgesäet?

19) *Schott* in Lübeck hatte an Wein vorräthig: 64 Ohm 3 Vrtl., und verkaufte davon: 13 Ohm 17 Vrtl. 4 Qrt. + 14 Ohm 15 Vrtl. 6 Qrt. + 21 Ohm 13 Vrtl. 5 Qrt. + 17 Ohm 19 Vrtl.; wie viel hat er noch auf dem Lager?

20) *Hecker* in Leutenberg hat 154 Ballen 3 Ries 7 Buch Druckpapier vorräthig, sendet davon an F. nach Sondershausen 109 Ballen 5 Ries 18 Buch; wie viel beträgt nun sein Vorrath?

21) *Wolff Herz* in Lüneburg hat an 12 löthigem Silber liegen: 135 Mark 10 Loth 1 Qt. 2 Pf. und läſst davon verarbeiten 76 Mark 14 Loth 3 Qt. 3 Pf. Wie viel behält er noch?

22) Derselbe hat an Golde eingekauft 53 Mark 3 Kar. 1 Gran 1 Grän, und davon verarbeiten lassen 35 Mark 15 Kar. 3 Gran u. 2 Grän; wie viel hat er noch zurück?

23) *Reinhold* in *Augsburg* sendet seinen Knecht auf das Land, um Getreide einzukaufen, und gibt ihm 125 fl. 12 Xr. Dieser gibt davon aus: für Weizen 33 fl. 30 Xr., für Roggen 38 fl. 24 Xr., für Gerste 16 fl. 36 Xr., für Hafer 21 fl. 50 Xr. und ver-

zehrt 38 Xr. Wie viel wird er seinem Herrn wieder bringen?

24) D. kaufte sein Haus für 753 meißsn. Gulden 7 Ggr. 5 Pf. und verkaufte es wieder für 1000 Mfl.; wie viel hat er daran gewonnen?

25) Fr. in G. legt eine Pharaobank an mit 600 Rthlr., gewinnt den ersten Tag 380 Rthlr. 15 Ggr., den zweiten verliert er 89 Rthlr. 21 Ggr., den dritten gewinnt er 29 Rthlr. 6 Ggr., den vierten aber verliert er 921 Rthlr. Wie viel hat er von den 600 Rthlr. noch übrig?

§. 68.

Besonders nützlich ist es auch, wenn man das *Alter einer Person ausrechnen lernt*.

Dabei kommt alles auf den Ansatz an, und daſs man genau weiſs, in welchem Jahre, Monate, und an welchem Tage, ja — soll die Rechnung recht genau werden — zu welcher Stunde die Person geboren worden. Wenn ich z. B. mein Alter ausrechnen wollte, so setze ich zuvörderst die jetzige Jahrzahl nebst dem Datum als Minuend oben an, und das Jahr nebst dem Datum, da ich geboren

wurde, wird der Subtrahend. Jetzt haben wir das Jahr 1804 und zwar heute den 9. Februar. Ich bin geboren den 26. Mai 1767. Nun setze ich das jetzige Datum nach Jahren, Monaten und Tagen als die gröſsere Zahl oben an, und unter diese die Jahre, Monate und Tage meiner Geburt, und ziehe beide Zahlen gehörig von einander ab, nämlich also:

d. 9ten Febr.	1804.	Jahre	1.	Mon.	9	Tage.
d. 26sten Mai	1767	—	4	—	26	—
	36	Jahre	8	Mon.	14	Tage.

Im Minuenden wurde 1 Monat und 9 Tage angesetzt, weil der Februar der zweite Monat ist, und folglich seit Anfange dieses 1804ten Jahres 1 voller Monat und 9 Tage verflossen sind. Eben so ist im Subtrahenden der 26ste Mai mit 4 Monaten und 26 Tagen angesetzt worden, weil nur 4 volle Monate und 26 Tage in dem Jahre, da ich geboren wurde, verflossen waren. Nun werden Tage, Monate und Jahre von einander abgezogen. Da aber nicht alle Monate gleich viel Tage haben, so muſs man wissen, wie viel Tage der Monat hat, den man borgt. Hier lassen sich 26 Tage von 9 Tagen nicht abziehen, ich borge daher 1 Monat, und da

im Minuenden nur 1 Monat stehet, so ist es klar, daſs der geborgte Monat der Jänner sei, welcher 31 Tage hat. 26 von 31 bleiben 5, dazu die obern 9, so bleiben 14 Tage.

Noch ein Beispiel.

Friedrich Kirchhof ward geboren im Jahre 1712 den 24. Februar Abends um 8 Uhr, und starb 1796 den 10. August Vormittags um 9 Uhr; sein Alter wird also berechnet:

gest. d. 10. Aug. Vorm. 9 Uhr.	1796 J.	7. Mon.	10 Tg.	9 Std.
geb. d. 24. Febr. Abends 8 Uhr.	1712 -	1 -	24 -	20 -
	84 J.	5 Mon.	16 Tg.	13 Std.

Hier wurden im Subtrahenden 20 Stunden gesetzt, weil der Tag von Mitternacht anfängt; bis Mittag sind 12 Stunden, dazu die 8 Stunden von Mittag bis Abends 8 Uhr, so sind es 20 Stunden. Beim Abziehen der Tage muſste 1 Monat geborgt werden, welches der 7te oder Julius ist und 31 Tage hat.

Eigentlich sollten auch nur die völlig verflossenen Tage gerechnet werden, so wie wir nur die völlig verflossenen Monate rechnen. Da aber bei der Subtraktion einerlei herauskommen muſs, wenn beide Zahlen um gleichviel gröſser (hier um 1 gröſser) angenommen werden, so können die Zahlen der laufenden

Tage ohne Fehler beibehalten werden. Es könnte auch bei den Monaten geschehen, wenn es nicht wegen Verschiedenheit derselben zu manchen Irrungen führte. Bei Zinsrechnungen, und überhaupt bei kaufmännischen Rechnungen wird jeder Monat zu 30 Tagen angenommen.

§. 69.

Uebungsbeispiele.

1) *Friedrich II.* oder der Groſse, war geboren den 24. Jänner 1712, und starb den 17. August 1786; wie hoch hat er sein ruhmvolles Leben gebracht?

2) *Joseph II.* starb den 20. Febr. 1790; Sein Geburtstag war der 13. März 1741. Wie alt wurde er?

3) *Katharina II.* Kaiserin von Russland, war geboren den 2. Mai 1729, und starb den 16. November 1796. Wie alt ist sie geworden?

4) *Kaiser Franz II.* ist geboren den 12. Febr. 1768, und succedirte seinem Vater, Kaiser Leopold II. den 1. März 1792. Wie alt war er beim Antritte seiner Regierung?

5) *Kaiser Alexander I.* war bei seinem Regierungsantritte, den 21. März 1801, 23 Jahre 2 Mon. 26 Tage alt. Wann ist derselbe geboren?

6) *König Friedrich Wilhelm III.* ist geboren den 3. Aug. 1770, und succedirte seinem Vater, als er 27 Jahre 3 Mon. 13 Tage alt war; wann trat er die Regierung an?

7) *Napoleon Bonaparte* ist geboren den 15. August 1769, zu Ajaccio in Corsica, und wurde den 24. Junius 1804 zum Kaiser der Franzosen erklärt. Wie alt war derselbe damals?

8) *D. M. Luther* ward zu Eisleben geboren den 10. November 1483, und starb den 18. Febr. 1546. Wie lange hat dieser höchst merkwürdige Mann gelebt?

9) *Gellert* war geboren den 4. Julius 1715, und starb den 18. Dezember 1769. Wie alt ist dieser vortreffliche Dichter geworden?

10) Hr. B. verheirathete sich den 24. März 1768, und starb den 5. November 1803. Wie lange ist er verheirathet gewesen?

Achter Abschnitt.

Vom Multipliziren ungleichbenannter Zahlen.

§. 70.

Die Multiplikation mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns vornämlich zweierlei:

1) ausrechnen, wie viel Einheiten der niedern Sorte in einer höhern enthalten sind, z. B. wie viel Pfennige in 32 Rthlr. oder wie viel Lothe in 45 Zentnern etc. enthalten sind?

2) ausrechnen, wie eine gegebene Summe von verschiedenen Sorten mehreremal genommen werden müsse, z. B. wie viel 8 *mal* 9 Rthlr. 3 Ggr. 6 Pf. oder wie viel 12 mal 31 fl. 6 Stüv. 8 Pf. holländisch betrage?

Das Multipliziren und Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen deutet in vielen Fällen zwar schon auf verdeckte Proportionen, oder auf Regeldetri - Exempel hin, allein ich habe beim Auswählen der Beispiele besonders auf solche Rücksicht genommen, die man ohne vorhergegangene Erläuterung der Pro-

portionsregel leicht berechnen kann, und die doch im gemeinen Leben sehr häufig vorkommen. Wir werden also den Anfang damit machen, auszurechnen, wie viel Einheiten der niedern Sorte in einer höhern enthalten sind.

§. 71.

Regel. *Eine höhere Sorte in eine niedere,* z. B. Thaler in gute Groschen und in Pfennige, oder Zentner in Pfunde etc. *zu verwandeln, muſs man die höhere Sorte mit der Reduktionszahl multipliziren; will man aber eine niedere Sorte in eine höhere verwandeln,* z. B. Pfennige in gute Groschen, oder Pfunde in Zentner, *so muſs man die niedere Sorte durch die Reduktionszahl dividiren.*

Reduktionszahl ist diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf *eine* Einheit der höhern Sorte gehen; oder auch umgekehrt, wie viel eine Einheit der höhern Sorte Einheiten in der niedern Sorte enthält.

Ex. 1) Wie viel Pfennige sind in 32 Thalern enthalten? Die Rechnung ist folgende:

$$\begin{array}{l} 32 \text{ Rthlr.} \\ \underline{24} \text{ Reduktz.} \\ 128 \\ \underline{64} \\ 768 \text{ Ggr.} \\ \underline{12} \text{ Reduktz.} \\ 1536 \\ \underline{768} \\ 9216 \text{ Pf.} \end{array}$$

Um die 32 Thaler in die nächst niedere Sorte, in gute Groschen, zu verwandeln, multiplizirt man sie mit der Reduktionszahl 24, denn 1 Rthlr. = 24 Ggr. 32 Thaler haben folglich 24 mal 32 oder 32 mal 24 Ggr. das ist 768 Ggr. Hierauf verwandelt man auch die guten Groschen in Pfennige, indem man sie mit der Reduktionszahl 12 multiplizirt, weil 1 Ggr. 12 Pf. hat. 768 Ggr. müssen also 768 × 12 oder 12 × 768 Pf. *das* ist 9216 Pf. enthalten.

Auf eine kürzere Art aber kann die obige Aufgabe berechnet werden, wenn man die 2 bis 9fachen Produkte von den beiden Reduktionszahlen auswendig weiſs, dann hat die Ausrechnung diese kompendiöse Form:

$$\begin{array}{l} 32 \text{ Rthlr.} \\ \hline 768 \text{ Ggr.} \quad (24 \\ \hline 9216 \text{ Pf.} \quad (12 \end{array}$$

Ex. 2) Wie viel betragen 45 leipziger Zentner in Lothen?

```
45 Zentn.              oder      45 Zentn.
110 Rdktz.                       110
----                            ----
450                              4950 Pfd.
45                              ----------(4  32 Redkz.
----                             19800         = 4·8
4950 Pfd.                       ----------(8
32 Rdktz.                        158400 Lth.
----
9900
1485
-----
158400 Lth.
```

Das Verfahren liegt nach der weitläuftigern und kürzern Art vor Augen. Die Reduktionszahl bei den Zentnern ist 110, weil 1 Zentn. in Leipzig 110 Pfd. hat. Die Pfunde aber wurden durch die Multiplikation mit 32 zu Lothen gemacht, da bekanntlich jedes Pfund aus 32 Lothen besteht.

§. 72.

Kommen aber mehrere Sorten vor, die alle in die niederste verwandelt werden sollen, so wird jede Sorte, entweder nach geschehener Multiplikation, oder während derselben, zu derjenigen Sorte addirt, zu welcher sie gehört.

Ex. 3) 37 Wispel 16 Scheffel und 6 Metzen in Berlin, wie viel sind es Metzen?

37 Wsp. 16 Schfl. 6 Mtz.	oder: 37 Wsp. 16 Schfl. 6 Mtz.
24	(24
148	904 Schfl.
74	(16
888 Schfl.	14470 Mtz.
16 - add.	
904 -	
16	
5424	
904	
14464 Mtz.	
6 - add.	
14470 Metzen.	

Bei der Ausrechnung auf die weitläuftige oder gemeine Art wurde die niedere Sorte jedesmal besonders untergesetzt und dazu addirt; bei der zweiten kürzern Art aber wurden sie gleich während der Multiplikation mit der Reduktionszahl in Gedanken dazu addirt. Dieser letztern kürzern Art bedienen sich geübtere Rechner.

Ex. 4) 76 Zentner 64 Pfunde 26 Lothe in Braunschweig, wie viel sind es Lothe?

76 Zentn. 64 Pfd. 26 Lth. oder: 76 Zentn. 64 Pfd. 26 Lth.

114
3041
76
76
8664 Pfd.
64 - add.
8728 Pfd.
32
17456
26184
279296 Lth.
26 - add.
279322 Lth.

× 114
76
304
8728 Pfd.
34912 (4. 32 = 4·8
279322 Lth. (8

S. oben §. 27 u. 29.

§. 73.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viel Pfennige sind 8 Ggr. 4 Pf.?
2) Wie viel gute Groschen sind 4 Rthlr. 4 Ggr.?
3) Wie viel Pfennige enthält 1 Thaler?
4) 41 Rthlr. 16 Ggr., wie viel sind es gute Groschen?
5) 3 Rthlr. 11 Ggr. 4 Pf., wie viel sind es Pfennige?
6) 1 Rthlr. 6 Ggr. 5 Pf., wie viel sind es Pfennige?
7) 15 Rthlr. 5 Ggr., wie viel sind es Pfennige?
8) Wie viel Quentchen hat 1 Pfund?
9) Wie viel Quentchen gehen auf 1 Zentn. von 110 Pfd.
10) — — — — — 1 Zentn. von 114 Pfd.
11) 11 Pfunde 13 Lothe, wie viel sind es Lothe?
12) 71 Zentn. 2 Pfd. 16 Lth. in Leipzig, wie viel sind es Quentchen?

13) 87 Zentn. 82 Pfd. in Braunschweig, wie viel sind es Pfunde?
14) 5050 Zentn. 66 Pfd. in Breslau? — Pfunde?
15) 321 Zentn. 60 Pfd. 7 Lth. in Prag? — Lothe?
16) 312 Zentn. 50 Pfd. in Wien, wie viel sind es Lothe?
17) 19 Jahre 12 Wochen, wie viel sind es Wochen?
18) 114 Jahre 56 Tage 16 Stunden? — Stunden?
19) 16 Schock 2 Mandel 10 Stück? — Stück?
20) 166 — 2 — 10 — ? — Stück?
21) Einer reiste von Bamberg nach Ansbach und Baireuth und verzehrte 23 fl. 45 Xr. 3 Pf., wie viel beträgt es in Pfennigen?
22) 365 fl. 30 Xr. in Nürnberg, wie viel sind es Kreuzer?
23) 10905 fl. 21 Xr. in Augsburg, wie viel sind es Kreuzer?
24) 154 Rthlr. 11 Mgr. 4 Pf. in Braunschweig, — Pfennige?
25) 925 Rthlr. 33 Mgr. — — , — Mattier?
26) 30 Rthlr. 62 Grot 1 Schwar in Bremen, — Schwar?
27) 576 Rthlr. 26 Sgr. 8 Denaren in Breslau, — Denaren?
28) 3579 fl. 28 Gr. 16 Pf. in Danzig, — Pfennige?
29) 999 Rthlr. 53 Stüv. 9 Witten in Emden, wie viel sind es Witten?
30) 17 Rthlr. 8 Ggr. 8 Pf. in Frankfurt a. d. O., wie viel sind es Pfennige?
31) 34 Rthlr. 17 Ggr. 4 Pf. in Gotha, wie viel sind es Pfennige?
32) 59876 Mark 14 Schil. 9 Pf. in Hamburg, — Pfennige?
33) 36400 Rthlr. 30 Mgr. in Hildesheim, — Mariengroschen?
34) 8600 Rthlr. 30 Albus in Kassel, — Pfennige?
35) 27000 Mk. 10 Schil. 10 Pf. in Lübeck, wie viel sind es Pfennige?
36) 54321 Franken in Paris, wie viel sind es Centimen?
37) 12345 Franken 78 Cent. in Marseille, wie viel sind es Centimen?
38) 5869 Lire 15 Soldi 8 Denari in Mailand, wie viel sind es Denari?
39) 9685 Lire 15 Soldi 8 Denari in Genua, wie viel sind es Denari?
40) 8659 Dukati 18 Soldi 4 Denari in Florenz, wie viel sind es Denari?

41) 6958 Scudi 8 Paoli in Rom, wie viel sind es Bajocchi?
42) 6589 Dukati 9 Carlini 9 Grani in Neapel, wie viel sind es Grani?
43) 9856 Silberrealen in Madrid, wie viel sind es Maravedis?
44) 9865 Crusaden 236 Rees in Lissabon, wie viel sind es Rees?
45) 8956 Lsterl. 16 Schilling 8 Pence in London, wie viel sind es Pence?
46) 631 Wisp. 3 Schfl. 8 Himten 2 Vierfaſs in Braunschweig, wie viel sind es Vierfaſs?
47) 753 Malt. 2 Schfl. 3 Viertelmetzen in Hildesheim, wie viel sind es Viertelmetzen?
48) 38 Last 2 Wisp. 8 Schfl. Roggen in Hamburg, wie viel sind es Faſs?
49) 108 Ohm 16 Viertel Wein in Lübeck, wie viel sind es Quartier?
50) 67 Fud. 19 Eim. 32 Maas Wein in Wien, wie viel sind es Maas?

§. 74.

Die Multiplikation mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns 2) *wie eine gegebene Summe von verschiedenen Sorten mehreremal genommen werden müsse*, z. B. wie viel 4 mal 49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. betrage? Das Produkt hiervon kann man auf eine weitläuftige, und auf eine kurze Art finden. Wer die leztere Art zu rechnen nicht kennt, der muſs erst die 49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. in lauter Pfennige verwandeln, und die nun gefundene Summe 4 mal nehmen. Da aber das Produkt Pfennige enthält, so müssen diese dann

durch die Division mit 12 zu guten Groschen, und die guten Groschen mit 24 zu Thalern reduzirt werden. Diese weitläuftige Rechnung ist folgende:

```
            49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf.
            24
           ----
           196
           98
          -----
          1176 Ggr.
            13 - add.
          -----
          1189 Ggr.
            12
          -----
          2378
         1189
         ------
         14268 Pf.
             8 - add.
         ------
         14276 Pf.
             4 mal so viel
         ------
                          24
12  :    57104 Pf. |  4758  | 198 Rthlr.
         48...     |  24..  |
         -----        ----
          9.1..       23.5.
          84..        216.
          ----        ----
           70.         198
           60.         192
           ---         ---
           1.04          6 Ggr.
             96
            ---
             8 Pf.
```

Weit leichter und kürzer aber wird das nämliche Produkt auf folgende Art gefunden:

```
  49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf.  × 4
   2         2
 ------------------------(4
 198 Rthlr.  6 Ggr. 8 Pf.
```

Es wird nämlich zu wissen verlangt, wie viel das vierfache Produkt von 49 Rthlr. 13 Ggr.

8 Pf. betrage, oder wie viel 4 mal 49 Rthlr., 4 mal 13 Ggr. und 4 mal 8 Pf. sei? Da man nun schon bei gleichbenannten Zahlen die Zahlen der niedern Stellen *zuerst* multiplizirt, so fängt man auch bei ungleichbenannten Zahlen die Multiplikation mit der niedersten Sorte an, um die darin enthaltenen Einheiten der höhern Sorte zu den höhern mit übertragen zu können. 4 mal 8 Pf. sind 32 Pf. oder 2 Ggr. 8 Pf. Diese letztern 8 Pf. schreibt man unter die Linie (nämlich gerade unter die Pfennige) und nimmt die 2 Ggr. aus den Pfennigen mit zu der nächst höhern Sorte, zu den guten Groschen. Ferner 4 × 13 Ggr. = 52 Ggr. = 2 Rthl. + 4 Ggr. oder 4 mal ein halber Thaler und 4 mal 1 Ggr. = 2 Rthlr. + 4 Ggr., hierzu die 2 Ggr. aus den Pfennigen, so erhält man 2 Rthlr. 6 Ggr. Die 2 Rthlr. werden bei der folgenden höhern Sorte bemerkt, die 6 Ggr. aber unter die Linie, und zwar unter die guten Groschen, geschrieben. Endlich multiplizirt man auch die Thaler, und sagt 4 mal 49 oder lieber 4 mal 9 sind 36, hierzu die 2 Rthlr. aus den guten Groschen, sind 38, schreibt die 8 Einer unter die Einer der Thaler, und nimmt die 3 Zehner zur folgenden höhern Stelle; nämlich

4 × 4 sind 16, dazu die 3 Zehner, so sind es 19. Das Produkt 198 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. ist demnach auf eine sehr leichte und kurze Art gefunden worden.

Noch ein Beispiel.

Wie viel betragen 8 mal 32 Zentner 58 Pfd. 16 Loth leipziger Gewicht? Antwort 260 Zentn. 28 Pfd. wie hier folgt:

$$\begin{array}{l} \overset{}{\underset{\frown}{32}} \text{ Zentn. } \underset{\frown}{58} \text{ Pfd. } 16 \text{ Lth. } \times 8 \\ \;\;4 \qquad\qquad\quad 4 \\ \hline \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (8 \\ 260 \text{ Zentn. } 28 \text{ Pfd. — Lth.} \end{array}$$

8 × 16 Lothe = 8 mal ein halbes Pfund, folglich 8 halbe oder 4 ganze Pfunde. 8 × 58 Pfd. + 4 Pfd. = 468 Pfd. Diese durch die Reduktionszahl 110 dividirt, gibt 4 Zent. und 28 Pfd. Noch kürzer aber kann man dies finden, wenn man 55 Pfd., als einen halben Zentner, mit 8 multiplizirt, so sind 8 halbe Zentner 4 ganze, die übrigen 3 Pfunde ebenfalls mit 8 vermehrt, gibt noch 24, hierzu die 4 Pfd. aus den Lothen, so sind es 28 Pfd. folglich ebenfalls 4 Zentn. 28 Pfd.

§. 75.

Besteht der Multiplikator aus zwei oder mehrern Ziffern, so zerfällt man denselben, wie oben §. 29 u. 32 gelehrt worden. Es

wird daher sehr nützlich seyn, die angezeigten § §. hier zu wiederholen.

Ex. 1) Wie viel betragen 42 mal 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf.? oder wenn 42, durch eine Feuersbrunst verunglückten Einwohnern, jedem 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf. gegeben werden sollen, wie viel Geld wird dazu erfordert? Die Rechnung ist folgende:

30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf. × 42
1 4 (6 6.7
181 - 4 - 6 -
1 3 (7
1268 Rthlr. 7 Ggr. 6 Pf.

Der Multiplikator 42 wird in 6 mal 7 zerfällt. Das Produkt der ersten Zerfällungszahl (6) gibt 181 Rthlr. 4 Ggr. 6 Pf.; multiplizirt man nun dies 6fache Produkt nochmals mit 7, so erhält man 1268 Rthlr. 7 Ggr. 6 Pf., welches das 42fache Produkt von 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf. ist.

Ex. 2) 24 Kaufleute in London legen zusammen, jeder 416 Lsterl. 13 Schil. 4 Pence, wie viel beträgt es?

416 L. 13 S. 4 D. × 24
2 1 (4 4 × 6
1666 - 13 - 4 -
4 2 (6
10000 L. — S — D.

Oder.

416 L. 13 S. 4 D. × 24
(2) (1) (3 — 3 × 8
1250 - — - — -
(8
10000 L. — S. — D.

Oder.

416 L. 13 S. 4 D. × 24
(16) (8) (24
10000 L. — S. — D.

Ex. 3) Wie viel betragen 29 mal 3907 fl. 11 Stüver 11 Pf. in Amsterdam?

3907 fl. 11 Stv. 11 Pf. × 29
(2) (2) (4 — 4 × 7 + 1
15630 - 6 - 12 -
(2) (5) (7
109412 - 7 - 4 -
3907 - 11 - 11 - (+ 1
113319 fl. 18 Stv. 15 Pf.

Oder.

3907 fl. 11 Stv. 11 Pf. × 29
(1) (2) (3 — 3 × 10 — 1
11722 - 15 - 1 -
(7) (10
117.22.7. - 1.0 - 10 -
3907 - 11 - 11 (— 1
113319 fl. 18 Stv. 15 Pf.

Oder indem man jede Sorte des Multiplikanden gleich mit dem ganzen Multiplikator vermehrt, als:

3907 fl. 11 Stüv. 11 Pf. × 29
16 19
113319 fl. 18 Stüv. 15 Pf.

3907 fl. + 16	11 Stüv. + 19		11 Pf.	
29	29		29	
35163	319	(16)	319	19 Stüv.
7814	19 +		16	
16 + 20)	33\|8	16 fl.	159	
113319	1(1		144	
			15 Pf.	

Ex. 4. Wie viel betragen in Hamburg 56 mal 19 Last 8 Schpfd. 16 Lspfd. 4 Pfd.

19 Lst. 8 Schpfd. 16 Lspfd. 4 Pfd. × 56
5 5 2 7·8
(7
138 - 1 - 14 - —
1 5
(8
1105 Lst. 1 Schpfd. 12 Lspfd. — Pfd.

Hoffentlich wird jeder fleiſsige und aufmerksame Rechenschüler, wenn er besonders die obigen angezeigten §§. wieder nachgelesen hat, diese Beispiele ohne alle weitere Erklärung nachzurechnen im Stande seyn.

§. 76.

Obgleich bei der Multiplikation (S. §. 25) es einerlei ist, welchen der gegebenen Faktoren man zum Multiplikator macht, so richtet sich doch die Benennung des Produkts theils

nach der Benennung des wahren Multiplikanden, theils nach dem Sinne der Aufgabe. Wenn ich z. B 8 Ellen und 4 Rthlr. *multipliziren* soll, so kommen entweder 32 Ellen, oder 32 Thaler zum Produkte, je nachdem der Sinn der Aufgabe ist. Gilt 1 Elle 4 Rthlr. so gelten 8 Ellen 8 × 4 d. i. 32 Rthlr. Bekomme ich aber 8 Ellen für 1 Rthlr., so erhalte ich für 4 Rthlr. 4 × 8 = 32 Ellen. Dort sind Ellen, hier aber sind Thaler der wahre Multiplikand. Wenn ferner einer sagt: er habe 16 Pfund Thee à 3 Gulden gekauft, so weiſs man sogleich, daſs ihm die 16 Pfd. 16 × 3 oder 3 × 16 Gulden = 48 Gulden kosten. Hätte derselbe aber von einer andern Waare 16 Pfd. für 1 Gulden gekauft, so würde er für 3 Gulden von der nämlichen Waare 48 Pfd. bekommen.

Ex. 5) Einer erhält von Petersburg 51 Pud Wachs à 20 Rubel; wie viel beträgt es? Antwort 51 × 20 Rub. oder, weil 20 ein bequemerer Multiplikator ist, 20 × 51 Rub. = 1020 Rubel, wie hier stehet:

$$\begin{array}{r} 51 \\ 20 \\ \hline 1020 \text{ Rubel.} \end{array}$$

Ex. 6) *Georg Voigt* in W. kauft in

der leipziger Ostermesse 60 Ellen Band für 1 Thaler, wie viel Ellen wird er für 23 Rthlr. bekommen? Antw. 60 × 23 oder 23 × 60 Ellen = 1380 Ellen.

§. 77.

Ist aber der Multiplikator eine so groſse Zahl, daſs man denselben ohne viele Mühe und Weitläuftigkeit nicht zerfällen kann, so nimmt man die kleinern Sorten des Multiplikanden als Theile von den höhern Sorten an; allein dies setzt schon einige Kenntniſs von der Bruchrechnung voraus, daher dies auch bis dahin, und besonders bis in die Regel de tri verspart wird. Hier mag nur ein Beispiel noch folgen, wie man sich in einem solchen Falle etwa helfen kann.

Ex. 7) Wenn das Pfund Muskatnüsse in Amsterdam 14 fl. 15 Stüver kostet, wie theuer kommen 384 Pfd.? Antw. 384 × 14 fl. + 384 × 15 Stüv., das folgendermaſsen berechnet werden kann.

14 fl. 15 Stv. ×	384 Stüv. (15	384 fl.
	2∅) 576∅	14
	288 fl.	1536
		384
		5376 fl.
hierzu die fl. aus den Stüv.		288
		5664 fl.

Hier kann man sich, wie bei dem vorigen 5. u. 6. Ex. einer arithmetischen Lizenz bedienen, die freilich als moralische Lizenz durchaus verwerflich seyn würde, weil sie in einer Anwendung *verkehrter* Mittel besteht, um dadurch seinen Zweck zu erreichen. In der Arithmetik besteht dieser Zweck nicht bloſs so unbedingt darin, daſs man das Fazit einer vorliegenden Aufgabe aufsuchen will; sondern es findet hierbei in der Praxis auch noch die billige Bedingung Statt, dasselbe auf dem kürzesten Wege aufzusuchen, und aufsuchen zu lernen. Daher ist in der Arithmetik der verkehrte Weg öfters der kürzeste, und der geübte Praktikus macht sichs daher in einem solchen Falle jedesmal zur Regel, diesen Weg einzuschlagen. Er kehrt also z. B. die obige Aufgabe in Gedanken um, als ob zu berechnen wäre, wie viel 15 mal 384 Stüver und 14 mal 384 fl. betragen? Diese sogenannte arithmetische Lizenz kann man noch weiter ausdehnen, und da an den 15 Stüv. nur 5 Stüver fehlen, um noch einen Gulden zu erhalten, so kann man die 14 fl. 15 Stüv. für 15 fl. weniger 5 Stüver, d. i. weniger $\frac{1}{4}$ fl. annehmen. Dann wird die Berechnung noch kürzer, als:

$$\begin{array}{r} 384 \times 15 \text{ fl.} - \tfrac{1}{4} \\ \underline{\quad (15} \\ 5760 \\ \text{ab } \tfrac{1}{4} \quad \underline{96} \\ 5664 \text{ fl.} \end{array}$$

Doch dies wird zu seiner Zeit in der Regel de tri ausführlicher erklärt werden.

§. 78.

Als gute Hülfsmittel zur geschwindern Uebersicht der Zahlen, können die oben §. 36 enthaltenen Multiplikationstabellen auch in nachstehende Tabellen umgeändert werden.

1) Pfennigtabelle.

Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.
12	1	84	7	156	13	228	19
24	2	96	8	168	14	240	20
36	3	108	9	180	15	252	21
48	4	120	10	192	16	264	22
60	5	132	11	204	17	276	23
72	6	144	12	216	18	288	24

2) Tabelle für hamb. Schillinge, und für holländ. Pfennige.

Schl.	Mk.	Schl.	Mk.	Schl.	Mk.	Schl.	Mk.
Pf.hl.	Stüv.	Pf.hl.	Stüv.	Pf.hl.	Stüv.	Pf.hl.	Stüv.
16	1	112	7	208	13	304	19
32	2	128	8	224	14	320	20
48	3	144	9	240	15	336	21
64	4	160	10	256	16	352	22
80	5	176	11	272	17	368	23
96	6	192	12	288	18	384	24

3) Tabelle für gute Groschen.

Ggr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.
24	1	168	7	312	13	456	19
48	2	192	8	336	14	480	20
72	3	216	9	360	15	504	21
96	4	240	10	384	16	528	22
120	5	264	11	408	17	552	23
144	6	288	12	432	18	576	24

4) Lothtabelle.

Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.
32	1	224	7	416	13	608	19
64	2	256	8	448	14	640	20
96	3	288	9	480	15	672	21
128	4	320	10	512	16	704	22
160	5	352	11	544	17	736	23
192	6	384	12	576	18	768	24

Anwendung und Gebrauch dieser Tabellen.

Will einer z. B. wissen, wie viel 204 Pf. gute Groschen betragen, so sucht er in der ersten Tabelle diese Zahl, und findet in der darneben stehenden Spalte 17, folglich sind 204 Pf. = 17 Ggr. Hätte er aber 212 Pf., so erreicht diese Zahl noch nicht die darauf folgende 216, sondern es fehlen 4 daran; es ist daher leicht einzusehen, daſs 212 Pf. noch nicht 18 Ggr., sondern nur 17 Ggr. 8 Pf. ausmachen. Eben so verhält sichs auch mit den drei übrigen Tabellen. Oefteres Durchlesen wird einen aufmerksamen Schüler bald in den Stand setzen, dergleichen Zahlen und Produkte auswendig zu merken, und dieses wird ihm dann das Rechnen sehr erleichtern.

Hierbei merke man sich noch eine Eigenschaft der ersten und dritten Tabelle: Eine gewisse Summe Pfennige beträgt als gute Groschen allemal halb so viel Thaler, als jene gute Groschen beträgt. Eine gewisse Summe guter Groschen hingegen, als Pfennige betrachtet, gibt gerade noch einmal so viel gute Groschen, als jene Thaler. Z. B. 288 Pf. sind 24 Ggr., 288 Ggr. aber sind 12 Rthlr., oder 528 Ggr. sind 22 Rthlr., und 528 Pf. sind 44 Ggr. Die nämliche Eigenschaft bemerkt man auch bei der 2ten und 4ten Tabelle. Diese Bemerkung aber trägt sehr viel zum leichtern Behalten der Summen bei.

§. 79.

Uebungsbeispiele.

1) Multiplizire 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. mit 3.
2) — 124 fl. 51 Xr. mit 5.
3) — 84 Schock 3 Mand. 8 Stück mit 4.
4) Wie heiſst das Produkt von 6 mal 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. oder: was kosten ½ Duzend Stühle à 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf.?
5) Ein Fleischer kauft 6 Schafe, jedes zu 2 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf., wie viel muſs er dafür bezahlen?
6) 8 Stück Leinwand à 4 Rthlr. 10 Ggr. 4 Pf., wie viel betragen sie?

7) Eine Köchin kauft 7 Gänse, und gibt für jede 22 Ggr. 8 Pf., wie viel hat sie dafür bezahlt?

8) 24 Pfd. Butter à 4 Ggr. 8 Pf., wie viel beträgt es?

9) 48 Pfd. Rindfleisch à 2 Ggr. 6 Pf., wie viel beträgt es?

10) Wie viel beträgt das Produkt von 26 mal 81 fl. 45 Xr.?

A m s t e r d a m.

11) Wie theuer kommen daselbst 31 Zentner Rosinen à 20 fl.?

12) 42 Zentn. Korinthen à 24 fl. 12 Stüv.?

13) 16 Zentn. Feigen à 22 fl. 10 Stvr.?

14) 100 Pfd. Wallfischbaarden gelten 83 fl., wie viel kosten 12 mal so viel?

15) a) 56 Pfd. Kaneel à 154 Stüv. ? Stüver? b) wie viel in holl. Gulden?

16) a) 45 Pfd. Muskatnüsse à 198 Stüv. ? Stv.? b) wie viel holl. fl.?

17) a) 54 Pfd. Thee Pecco à 96 Stüv. 10 Pf. ? Stv. u. Pf.? b) wie viel fl. holl.?

18) a) 71 Pfd. Indigo, Karolina, à 67 Stv. 12 Pf. ? Stv. u. Pf.? b) wie viel fl. Stv. u. Pf.?

19) a) 81 Pfd. Indigo, St. Domingo à 123 Stüv. 15 Pf.? b) wie viel fl. etc.

20) 100 Pfd. edamer Käse kosten 29 fl. 16 Stüv., wie theuer kommen 50 mal so viel?

B e r l i n.

21)	Was kosten	33 Pfd. Indigo	à 4	Rthlr.	—	Ggr.?
22)	— —	44 Pfd. Berlinerblau	à 1	—	11	— ?
23)	— —	50 Pfd. dito, fein	à 2	—	23	— ?
24)	— —	7 Pfd. Karmin	à 110	—	18	— ?
25)	— —	29 Pfd. Cochenille	à 6	—	18	— ?
26)	— —	27 Zentn. Butter	à 29	—	8	— ?
27)	— —	8 Zentn. Graupen	à 18	—	7	— ?

28) Was kosten 84 Stein Landwolle à 7 Rthlr. 10 Ggr.?
29) — — 10 Ries f. Herrenpap. à 2 — 10 — ?
30) — — 22 Ballen Makulatur à 7 — 18 — ?

Bremen.

31) Was kosten 15 Zentn. Reis à 15 Rthlr. 36 Groot.?
32) — — 25 Zentn. Syrup à 9 — 30 —
33) — — 124 Pfd. smirn. Baumw. à - — 34 —
34) — — 8 Zt. bittere Mandeln à 34 — 40 —
35) — — 9 Zentner Anies à 8 — 54 —
36) — — 7 Last (od. 84 Tonnen) schwedische Häringe à 47 — 45 —
37) — — 6 Last Weizen à 102 — 60 —
38) — — 35 Last Roggen à 84 — 44 —
39) — — 21 Ton. braune Seife à 22 — 36 —
40) — — 23 Oxh. Weinessig à 11 — 32 —

Breslau.

41) Was kosten 98 Stein Wolle, feine, à 15 Rthlr. 20 Sgr.
42) — — 101 - dito mittlere, à 13 — 15 —
43) — — 120 - dito ordinaire, à 10 — 20 —
44) — — 9 SchockEllen Leinw. à 19 — 24 —
45) — — 8 - dito à 20 — 22 —
46) — — 30 Pfund Kampher à 4 — 22 —
47) — — 7 Stein schw. Pfeffer à 11 — 26 —
48) — — 12 - Pomeranzensch. à 3 — 10 —
49) — — 85 - Süſsholz à 3 — — —
50) — — 17 Zentn. Stockfische à 19 — 25 —
51) — — 35 T. schwed. Heringe à 22 — 18 —
52) — — 42 - holländ. dito à 47 — 20 —

Bourdeaux.

53) Wie theuer kommen 240 Pfd. Moka Kaffee à 1 Fr. 95 Cent.
54) — — — 360 Pfd. Mart. Kaffee à 1 - 40 —

55) Wie theuer kommen	27 Zentn. Baumw.	à	305	Fr.	20	Cent.	
56) — — —	63 Pfd. Elfenbein	à	4	-	75	—	
57) — — —	44 Pfd. Nelkenpfeff.	à	1	-	25	—	
58) — — —	15 Zentn. Zucker	à	98	-	50	—	
59) — — —	40 Tonnen Medok	à	2200	-	—	—	
60) — — —	32 - Pontak	à	1600	-	—	—	

Hamburg.

61) Was kosten	7 Zentn. Syrup	à	31	Mk.	8	Schl.
62) — —	8 - Mandeln	à	56	-	12	-
63) — —	9 - dän. Alaun	à	23	-	8	-
64) — —	15 - Weinstein	à	48	-	6	-
65) — —	18 Stück Leinwand	à	7	-	4	-
66) — —	72 - Segeltuch	à	70	-	8	-
67) — —	45 Zt. Bleiweis, hol.	à	29	-	12	-
68) — —	25 - bittere Mand.	à	105	-	—	-
69) — —	8 - Wallfischbaard.	à	18 Rthl.	2 Mk.	8	Schil.
70) — —	31 Schpfd. Kupfer	à	80	-		
71) — —	43 - petersb. Hanf	à	30	-	2 Mk.	
72) — —	80 Ton. Butter	à	44	-	—	
73) — —	51 - grüne Seife	à	68	Mk.	—	
74) — —	119 - Steinkohl.	à	5	-	—	
75) — —	213 Oxhoft Franzw.	à	28	-	—	

London.

76) Was kosten	7 Ton. engl. Alaun	à	22	L.	10	S.		
77) — —	12 - Gelbholz	à	12	-	16	-		
78) — —	27 Zt. Moka Kaffee	à	7	-	5	-		
79) — —	40 - Java Kaffee	à	4	-	15	-		
80) — —	88 Pfd. Baumwolle	à	—	-	2	-	8	D.

Neunter Abschnitt.

Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen.

§. 80.

Die Division mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns ebenfalls zweierlei, nämlich:

1) ausrechnen, wie viel Einheiten der höhern Sorte in einer gegebenen Summe der niedern Sorte enthalten sind, z. B. 5678 Pfennige, wie viel sie gute Groschen und Thaler betragen?

2) ausrechnen, wie eine gegebene Summe von verschiedenen Einheiten oder Sorten, unter einige und mehrere vertheilt werden muſs, z. B. wie 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. unter 5 Erben zu vertheilen sind?

Hier ist es zuvörderst nöthig, sich wieder an die oben §. 71 gegebene Regel zu erinnern, nämlich: *Eine höhere Sorte in eine niedere zu verwandeln, muſs man die höhere Sorte mit der Reduktionszahl multipliziren; will man aber eine niedere Sorte in eine höhere verwandeln*, z. B. Pfennige in gute Groschen,

und diese in Thaler, oder Pfunde in Zentner, *so mufs man die geringere Sorte durch die Reduktionszahl dividiren.* Durch die Division mit der *Reduktionszahl* (§. 71) wird die niederste Sorte zu der nächsthöhern, und diese wieder zu der nächsthöhern reduzirt; oder es werden dadurch die Einheiten der höhern Sorten aus den nächstniedern herausgenommen.

§. 81.

Ex. 1) 5678 Pfennige, wie viel enthalten sie in den höhern Sorten, nämlich in guten Groschen und Thalern? Nach der gemeinen Art wird diese Aufgabe folgendermafsen berechnet:

		24	
12)	5.678 Pf.	473 Ggr.	19 Rthlr.
	48..	24.	
	87.	233	
	84.	216	
	38	17 Ggr.	
	36		
	2 Pf.		

Die Reduktionszahl bei Pfennigen zu guten Groschen ist 12, weil 12 Pf. = 1 Ggr., daher wurden die 5678 Pf. durch 12 dividirt; der Quotient gibt 473 Ggr. 2 Pf. Dividirt

man ferner diese erhaltenen guten Groschen durch 24, (weil 24 Ggr. = 1 Rthlr.) so bekommt man zum Quotienten 19 Rthlr. + 17 Ggr. 5678 Pf. betragen folglich 19 Rthlr. 17 Ggr. 2 Pf.

Auf eine weit kürzere Art aber werden diejenigen diesen Quotienten finden, welche die zwei bis neunfachen Produkte von 12 und 24 gut inne haben, und die Aufgabe auf folgende Art berechnen können:

```
     5678 Pf.
12)─────────
      473 Ggr. + 2 Pf.
24)─────────
     19 Rthlr. + 17 Ggr. + 2 Pf.
```

§. 82.

Ex. 2) 90240 Pf. Sterl. in London, wie viel sind es L. oder Pfund Sterl.? Die Antwort kann man durch folgende doppelte Berechnung finden:

```
                       20
12)  9.0240 D.  |  7520 S.  |  376 L.
     84 . . .   |  60 . .   |
     ──────        ────
       62 . .      152.
       60 . .      140.
       ──────      ────
        24 .       120
        24 .       120
        ────       ────
         0
```

Oder.

12) 90240 D.
2|0) 752|0 S.
376 L. S. §. 53.

Ex. 3) 37164 Pfennige in Amsterdam, wie viel sind es Gulden etc.?

```
                 20
16) 37164 Pf. | 2322 | 116 fl.
    51..      | 32.  |
    36.         122
    44         2 Stüv.
    12 Pf.     S. §. 45. 46. 47.
```

Oder.

```
16) 37164 Pf.
    232|2 Stv. + 12 Pf.
2|0)
    116 fl. 2 Stv. 12 Pf.   S. §. 53.
```

Ex. 4) 25064 Metzen Weizen in Leipzig, wie viel sind es Wispel?

```
                   24
16) 25064 Mtz. | 1566 Schfl. | 65 Wisp.
    90..       |  126        |
    106.          6 Schfl.
    104
    8 Mtz.
```

Oder.

```
16 : 25064 Mtz.
     1566 Schfl. + 8 Mtz.
24)
     65 Wsp. 6 Schfl. 8 Mtz.
```

Ex. 5) 553154 Quentchen, wie viel sind es Pfunde?

4) 553154 Qt.	32 138288 Lth.	4321 Pfd.
15....	102..	
33...	68.	
11..	48	
35.	16 Lth.	
34		
2 Qt.		

Oder.

4) 553154 Qt.

32) 138288 Lth. + 2 Qt.

4321 Pfd. 16 Lth. 2 Qt.

§. 83.

Sind aber die Reduktionszahlen so beschaffen, daſs man die Vielfachen derselben nicht auswendig weiſs, und auch nicht leicht im Gedächtnisse behalten kann, wenn solche besonders seltner vorkommen; so kann man dieselben ebenfalls zerfällen, und sich dadurch die Rechnung öfters sehr erleichtern. Nur merke man hierbei die Regel: *die höhere Sorte, zu welcher man eine geringere erheben will, bleibt auch bei der Division mit der Reduktionszahl übrig, und ist ein Theil der höhern*

Sorte schon bei dem ersten Faktor des zerfällten Divisors (oder der zerfällten Reduktionszahl).

Ex. 1) 36980 Mariengroschen in Hannover, wie viel Thaler betragen sie?

$\frac{36}{6 \times 6}$: 36980 Mgr.
6) ————— (Rest 2)
6163 Rthlr. 12 Mgr.
6) ————— (Rest 1)
1027 Rthlr. 8 Mgr.

Hier bleiben bei der Division mit der ersten Zerfällungszahl (6) 2 übrig, die dem Quotienten 6163 als ein Bruch ($\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$) beigefügt werden könnten; allein dies setzte schon Kenntniſs der Division mit Brüchen voraus. Man nimmt daher den Rest 2 für 2 Rthlr. an, diese haben 72 Mariengroschen, und dividirt die dadurch erhaltenen Mgr. wieder durch 6, der Quotient ist 12. Bei der Division mit dem zweiten Faktor 6 bleibt wieder 1 Rthlr. übrig, den man in Mariengroschen verwandelt, und die obigen 12 Mgr. dazu addirt; 36 + 12 = 48 Mgr., diese durch 6 dividirt, kommen 8 Mgr. Es betragen demnach 36980 Mgr. 1027 Rthlr. 8 Mgr.

Die Zerfällungszahl 36 kann auch in 4 × 9 zerstreuet werden, dann bleibt bei der Division mit dem ersten Faktor 4 kein Rest, nämlich also:

$\frac{36}{4 \times 9}$: 36980 Mgr.

4) 9245 ($\widehat{2}$)

9) 1027 Rthlr. 8 Mgr.

Ex. 2) 88902 Groot in Bremen, wie viel betragen sie in Thalern à 72 Groot? Die Berechnung ist folgende:

$\frac{72}{8 \times 9}$: 88902 Pf.

8) 11112 Rthlr. 54 Pf. ($\widehat{6}$)

9) 1234 Rthlr. 54 Pf. ($\widehat{6}$)

Oder da man aus der Summe der Groote, wenn man sie als Einer addirt, sogleich sieht, daſs sich dieselben durch 9 ohne Rest dividiren lassen, so ist die Berechnung auf folgende Art, wo man mit der Zerfällungszahl 9 zuerst dividirt, leichter:

$\frac{72}{8 \times 9}$: 88902 Pf.

9) 9878

8) 1234 Rthlr. 54 Pf. ($\widehat{6}$)

Ein geübter Rechner muſs nach und nach einen so scharfen Blick erhalten, daſs er sogleich übersehen kann, auf welche Art und mit welchen Zahlen das Geschäft am leichtesten zu vollenden sei. So wird sich ein Fuſsgänger, der öfters eine und dieselbe Reise

zu machen hat, mit den verschiedenen Wegen so bekannt machen, daſs er dann den besten und kürzesten auswählen wird.

Ex. 3) In einer Papiermühle werden 2385600 Bogen Druckpapier verfertigt, wie viel sind es Ballen, Ries etc.? Die Berechnung ist auf doppelte Art folgende:

25 : 2385600 Bog.

5 × 5 5) 477120

20 : 5) 95424 Buch.

4 × 5 4) 23856

5) 4771 Ries + 4 Buch.

10 : 477 Blln. + 1 Ries + 4 Buch.

Oder mit Anwendung der oben §. 53 angezeigten Vortheile also:

25 : 23856|00 Bog.

(4

2|0 : 9542|4 Buch.

1|0 : 477|1 Ries + 4 Buch.

477 Blln. + 1 Ries + 4 Buch.

§. 84.

Noch einige Beispiele nebst deren Ausrechnung.

Ex. 4) 378596 Pfennige in Ansbach, wie viel betragen sie nach Gulden und Kreuzern?

$$
\begin{array}{rl}
4 : & \underline{378596 \text{ Pf.}} \\
6|0 : & \underline{9464|9 \text{ Xr.}} \\
& 1577 \text{ fl. } 29 \text{ Xr.}
\end{array}
$$

Hier bleiben bei der Division mit 60, die nach dem obigen Vortheile (§. 53) verrichtet wird, 2 übrig, diese zu der abgeschnittenen 9 geschrieben, so werden es 29, eigentlich $\frac{29}{60}$ fl. Der 60ste Theil eines Guldens ist 1 Kreuzer, 29 solcher Theile sind folglich 29 Kreuzer.

Ex. 5) 184584 Pfennige vlämisch in Hamburg, wie viel sind es Mark und Schillinge? Da 2 Pf. vls. = 1 Schil. oder da 32 Pf. vls. = 1 Mk., so kann man diese Aufgabe auf zweierlei Art berechnen, nämlich:

$$
\begin{array}{rl}
2 : & \underline{184584 \text{ Pf. vls.}} \\
16 : & \underline{92292 \text{ Schil.}} \\
& 5768 \text{ Mk.} + 4 \text{ Schil.}
\end{array}
$$

Oder.

$$
\begin{array}{rl}
\frac{32}{4 \times 8} : & \underline{184584 \text{ Pf. vls.}} \\
& \underline{46146} \\
& \quad 2 \\
& 5768 \text{ Mk.} + 8 \text{ Pf. vls. } (= 4 \text{ Schil.})
\end{array}
$$

Ex. 6) 654321 Centimen in Paris, wie viel sind es Franken? Da ein Frank 100 Cen-

timen enthält, so ist die Rechnung nach §. 53 überaus leicht, nämlich:

100 : 6543|21 Cent. = 6543 Fr. 21 Cent.

Ex. 7) 182114 Quentchen in Kassel, wie viel sind es Zentner etc. den Zentner zu 108 Pfd. gerechnet?

4 : 182114 Qt.
32 : 4) 45528 Lth. + 2 Qt.
4 × 8 8) 11382
108 : 9) 1422 Pfd. + 24 Lth. + 2 Qt.
9 × 12 12) 158
13 Zentn. + 18 Pfd. + 24 Lth. + 2 Qt.

§. 85.

Uebungsbeispiele.

1) 100 Ggr., wie viel sind es Thaler?
2) 100 Pf. — — — gute Groschen?
3) 100 Pf. — — — Mariengroschen?
4) 365 Pf. — — — Thaler u. Ggr.?
5) 365 Ggr. — — — Thaler?
6) 365 Mgr. — — — Thaler?
7) 1000 Pf. — — — Thaler u. Ggr.?
8) 1000 Pf. — — — Thaler u. Mgr.?
9) 1 Million Pf. — — — Thaler u. Ggr.?
10) 1 Million Ggr. — — — Thaler?
11) 1 Million Pf. — — — Gulden u. Xr.?
12) 1000 Wochen — — — Jahre?
13) 7654321 Minuten — — — Jahre etc.?

14) 6638 Garben, wie viel sind es Schock, Mand. u. Garb.?
15) 76509 Stück Nüsse — — — Schock und Stück?
16) 1 Million Bog. Druckpap. — — Ballen?
17) 38768 Bog. Schreibpap. — — Ballen etc.?
18) 12424 Gran Silber — — — Mark etc.?
19) 789500 Gran Gold — — — Mark etc.?
20) 59564 Skrupel — — — Pfunde?
21) Einem kostete die Reise von Baireuth nach Bamberg 5703 Pfennige, wie viel Gulden sind dies?
22) 73058 Pfd. in Hamburg — ? Schpfd.?
23) 36529 Pfd. in Breslau — ? Stein?
24) 13765 Pfd. in Hamburg — ? Zentner?
25) 887766 Pfd. in Prag — ? Zentner?
26) 567890 Pfd. in Leipzig — ? Zentner?
27) 123400 Pfd. in Wien — ? Zentner?
28) 384384 Metz. in Berlin — ? Wispel?
29) 337536 Mtz. in Magdeburg — ? Wisp.?
30) 51200 Gescheid in Bamberg — ? Malter?
31) 36925 Viertel in Augsburg — ? Schaf?
32) 65437 Himten in Braunschweig — ? Wisp.?
33) 69584 Viertelmetz. in Hildesheim — ? Malter?
34) 708050 Faſs Gerste in Hamburg — ? Last?
35) 44556 Faſs in Lübeck — ? Last?
36) 279650 Quart Wein in Hamburg — ? Oxhoft?
37) 487350 Qrt. in Bremen — ? Ohm?
38) 64231 Maas in Frankfurt a. M. — ? Ohm?
39) 64231 Maas in Bamberg — ? Eimer?
40) 1234567 Maas in Heidelberg — ? Fuder?
41) 135748 Seidel in Linz — ? Eimer?
42) 357480 Seidel in Wien — ? Eimer?
43) 166666 Kopeken in Petersburg — ? Rubel?
44) 83333 Groschen in Riga — ? Thaler?
45) 586089 Ferdinge in Riga — ? Rthlr. Kur.?

46) 6798354 Pf. preuss. in Königsberg wie viel sind es Thaler?
47) 976830 Ggr. poln. in Warschau — — — Thaler?
48) 473580 Pf. vls. in Amsterdam — — — Lvls?
49) 273928 Denari in Genua — — — Lire?
50) 1 Million Bajocchi in Rom — — — Scudi?

§. 86.

Das Zweite, was uns die Division ungleichbenannter Zahlen lehrt, ist: wie eine gegebene Summe von verschiedenen Einheiten oder Sorten unter einige oder mehrere auf die leichteste Art zu vertheilen sei, z. B. wie 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. unter 5 Erben zu vertheilen sind, so daſs jeder gleichviel bekomme?

Nur einmal sei es mir erlaubt, hier in einem Beispiele zu zeigen, nach welcher weitläuftigen Art man ehedem dergleichen Aufgaben berechnete:

```
  2848 Rthlr 4 Ggr. 8 Pf. dividirt durch 5.
    24
  -----
 11396
  5696
 ------
 68356 Ggr.
    12
 ------
136720
 68356
 ------                  12             24
5) 820280 Pf.  | 164056 Pf.  | 13671 Ggr.  | 569 Rthl.
   5.....      | 12....      | 120..       |
   --            --            ---
   32....        44...         167.
   30....        36...         144.
   --            --            ---
    20...         80..          231
    20...         72..          216
    --            --            ---
     28.           85.           15 Ggr.
     25.           84.
     --            --
      30            16
      30            12
      --            --
                     4 Pf.
```

Man brachte nämlich die gegebenen verschiedenen Sorten unter einerlei Benennung, und machte, wie hier, die Thaler zu guten Groschen und diese zu Pfennigen, dividirte dann die erhaltene niederste Sorte durch die Theilungszahl, und da folglich der Quotient ebenfalls Einheiten der niedersten Sorte enthielt, so mussten dann, wie in dem angeführten Beispiele geschehen, die niedern Sorten

durch die Division wieder in die höhern reduzirt werden.

Allein auf eine weit kürzere und bequemere Art dividirt man gleich mit der Theilungszahl in die höhere Sorte, verwandelt den Rest in die nächstniedere, und setzt die Division bis zur geringsten Sorte fort. Eine kürzere Berechnung der obigen Aufgabe ist nun diese:

5 : 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf.
3 1

569 Rthlr. 15 Ggr. 4 Pf.

Wenn sich 5 in 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. theilen sollen, so bekommt folglich jeder den fünften Theil. Um diesen zu finden, dividirt man mit der Theilungszahl 5 zuerst in die 2848 Rthlr., der Quotient ist 569 Rthlr., so viel erhält nämlich ein jeder der 5 Erben von den Thalern. Da nun noch 3 Rthlr. übrig bleiben, die ebenfalls getheilt werden müssen, so verwechseln wir dieselben in gute Groschen (72 Ggr.), und nehmen gleich die obigen 4 Ggr. dazu. Die zu theilende Summe der guten Groschen ist also 76, durch 5 dividirt, kommen 15 Ggr., und es bleibt noch 1 Ggr. übrig, welcher 12 Pf. beträgt, hierzu die obigen 8 Pf., so sind noch 20 Pf. unter 5

zu theilen, wovon folglich jeder noch 4 Pf. erhält.

Ein anderes Beispiel.

Wenn sich 4 Kaufleute in Leipzig in 235 Zentner 9 Pfund Zucker theilen wollen, wie viel wird der Antheil eines jeden betragen? Antw. 58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

4 : 235 Zentn. 9 Pfd.
3 3

58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

Jeder von diesen 4 Kaufleuten muſs, bei gleicher Theilung, den 4ten Theil der Waare erhalten. Der 4te Theil von 235 Zentn. beträgt 58 Zentn. und es bleiben noch 3 Zentner zu theilen übrig. Dieser Rest (3 Zentn.) wird in Pfunde verwandelt, und die noch überdies zu theilenden 9 Pfd. werden dazu ad*dirt*. Der 4te Theil von den nun auch zu theilenden 339 Pfd. beträgt 84 Pfd. und es bleiben noch 3 Pfd. zu theilen übrig. Diese 3 Pfd. machen 96 Lothe, wovon jeder noch den 4ten Theil, nämlich 24 Lothe, erhält. Folglich beträgt der Antheil eines jeden: 58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

§. 87.

Die hier folgenden und zugleich berechneten Divisionsaufgaben wird ein Jeder, der das Obige richtig verstanden, und den 38. bis 51. §. des fünften Abschnittes wiederholt hat, ohne beigefügte Erklärung selbst ausrechnen können.

Ex. 1) Ein Duzend moderne Stühle kosten 14 Rthlr. 8 Ggr., wie theuer kommt 1 Stück?

12 : 14 Rthlr. 8 Ggr.
2͡ 8͡
―――――――
1 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf.

Ex. 2) 72 Paar Schuhe kosten 88 Rthlr. 18 Ggr., was kostet 1 Paar?

72 : 88 Rthlr. 18 Ggr.
――
8 × 9 8) ――――――― 2͡ ―
11 - 2 - 3 -
2͡ 5͡
9) ―――――――
1 Rthlr. 5 Ggr. 7 Pf.

Ex. 3) 16 Personen verzehren von Nürnberg bis nach Wien 65 fl. 40 Kreuzer; wie viel kommt auf jeden?

16 : 65 fl. 40 Xr.
1͡ 4͡
―――――――
4 fl. 6 Xr. 1 Pf.

Ex. 4) 54 engl. Yards feines Tuch kosten in Manchester 87 Pfund 6 Schil. Sterl., wie theuer kommt 1 Yard?

$$\frac{54}{6 \times 9} : 87 \text{ L. } 6 \text{ S.}$$

6) 3 — 14 - 11 -

9) 5 3 — 1 L. 12 S. 4 D.

Ex. 5) Wenn man in Danzig die Last Weizen (oder 60 Scheffel) für 405 fl. 18 Gr. kauft, wie theuer kommt 1 Scheffel?

$$\frac{60}{6 \times 10} : 405 \text{ fl. } 18 \text{ Gr.}$$

6) 3 — 67 - 18 -

10) 7 8 — 6 fl. 22 Gr. $14\frac{4}{10}$ Pf.

§. 88.

Mit Plus und Minus aber kann man (§. 50) *ohne groſse Mühe und vielem Zeitverlust nicht* dividiren. Kommen daher solche ungeschickte Divisoren vor, welche sich nicht ohne Rest zerfällen lassen, so thut man stets am besten, wenn man mit dem ganzen Divisor zuerst in die höchste Sorte des gegebenen Dividenden dividirt; bleibt etwas übrig, so wird es in die nächst niedere Sorte verwandelt, das dazu gehörige addirt, und aufs neue dividirt etc. wie folgende Beispiele zeigen.

Ex. 1) Wie hoch kommt in Triest der Zentner smirnische Feigen zu stehen, wenn

31 Zentn. für 511 fl. 30 Xr. eingekauft werden? Antw. 16 fl. 30 Xr.

```
31 : 511 fl. 30 Xr.
     31          | 16 fl.
     201         |
     186
     15
     60
31 : 930 Xr.     | 30 Xr.
     93
     0
```

Ex. 2) Wenn in Königsberg 59 Stein Stockfische für 787 fl. 20 Gr. verkauft werden, wie theuer kommt da 1 Stein?

```
59 : 787 fl. 20 Gr.
     59          | 13 fl.
     197         |
     177
     20
     30
59 : 620         | 10 Gr.
     59          |
     30
     18
59 : 540         | 9 9/59 Pf.
     531         |
     9
```

1 Stein kostet 13 fl. 10 Gr. $9\frac{9}{59}$ Pf.

Ex. 3) 143 Pfd. Muskatennüsse kosteten in Amsterdam 1416 fl. 18 Stüver, wie hoch kommt 1 Pfd.

```
143 : 14.1.6 fl. 18 Stüv.
      1287      | 9 fl.
      ----      |
       129      |
        20
      ----
143 : 2598 Stv. | 18 Stüv.
      143       |
      ----
      1168
      1144
      ----
        24
      ----(16
143 : 3.8.4 Pf. | 2 98/143 Pf.
      286       |
      ----
       98
```

1 Pfd. kommt 9 fl. 18 Stüv. $2\frac{98}{143}$ Pf.

§. 89.

Endlich muſs ich noch einer, aber *seltner* vorkommenden Art Divisionsaufgaben erwähnen, wo nämlich nicht nur der Dividend, sondern auch der Divisor aus verschiedenen Sorten besteht. Sollte z. B. ausgerechnet werden, wie oft 25 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. in 409 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. enthalten wären, so könnte man dies zwar auch durch eine wiederholte Subtraktion finden; kürzer aber wird die Berechnung in diesem Falle, wenn man sowohl

dem Dividenden als auch dem Divisor einerlei Benennung gibt, d. h. beide in Pfennige verwandelt, und dann erst die Division verrichtet, nämlich:

25 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. : 409 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf.
(24 (24
613 Ggr. 9818 Ggr.
(12 (12
7364 Pf. 1.17824 Pf.
7364. | 16 mal.
44184
44184

Gesetzt Herr v. W. in Höchst habe 572 Ohm Wein auf dem Lager, und es würden bei demselben gewöhnlich 70 Ohm 16 Viertel verlangt, wie oft könnten diese geliefert werden?

70 Ohm 16 Viert. : 572 Ohm.
20 20
1416 Vrtl. 11440 Vrtl.
11328 | 8 mal + $\frac{112}{1416}$.
112

Antw. 8 mal, und es würden noch 112 Viertel oder 5 Ohm und 12 Vrtl. übrig bleiben.

Anmerkung. Wie man die Probe auf die Division mache, ist oben §. 55 bereits gezeigt worden, und wird auf ungleichbenannte Zahlen leicht anzuwenden seyn.

§. 90.

Uebungsbeispiele.

1) 4 Pferde kosten 100 Friedrichsd'or, wie viel kostet eins?

2) 3 Kaufleute theilen sich in 81 Zentn. 18 Pfd. Kaffee, wie viel beträgt der Antheil eines jeden?

3) 5 Duzend Taschentücher werden für 30 Rthlr. 20 Ggr. eingekauft, wie hoch kommt 1 Duzend?

4) Wenn 12 Stück Taschentücher 6 Rthlr. 4 Ggr. kosten, was kommt 1 Stück?

5) 12 Stück Kattun kommen 147 Rthlr., was k. 1 Stück?

6) 80 Ellen rother Kasimir kosten 133 Rthlr. 8 Ggr., was kostet 1 Elle?

7) 3 Zentn. englischer Pfeffer kosten 145 Rthlr., was kostet 1 Zentn.?

8) 15 Stück Dukaten gelten 45 Rthlr. 20 Ggr., was gilt 1 Stück?

9) 40 Stück Friedrichsd'or gelten 219 Rthlr., was gilt 1 Stück?

10) 300 Mark hamb. Banko gelten 148 Rthlr. 12 Ggr., was gilt 1 Mark?

Danzig.

11) 1 Last von 60 Scheffel Weizen kostet 500 fl., was kommt 1 Scheffel?

12)	1 Zentn.	v. 110 Pfd.	Salpeter k.	103 fl.	15 Gr.,	w. k.	1 Pfd.?
13)	1 —	v. 110 -	Krappe -	137 -	— -	—	1 —
14)	1 Stein	v. 22 -	Anies -	18 -	22 -	—	1 —
15)	1 —	v. 22 -	Kümmel -	45 -	— -	—	1 —
16)	1 —	v. 33 -	Mandeln -	50 -	22 -	—	1 —
17)	1 Zentn.	v. 110 -	engl. Zinn -	169 -	— -	—	1 —

Elbing.

18) 8 Stein Flachs k. 89 fl. 4 Gr., w. k. 1 Stein?
19) 16 — Wolle - 386 - 20 — — 1 —
20) 1 Stn. v. 33 Pfd. glb. Wachs 42 - — — — 1 Pfd.
21) 1 — v. 20 Pfd. Oel (weiſs) 38 - — — — 1 —

Hamburg.

22) 100 Pfd. Fernambukholz k. 56 Mk. 4 Schl. w. k. 1 Pfd.?
23) 1 Zentn. v. 112 Pfd. Hanföl - 46 — 8 — — 1 —
24) 1 — — — Leinöl - 49 — — — — 1 —
25) 1 — — — Rüböl - 53 — — — — 1 —
26) 100 Pfd. Mandeln - 125 — — — — 1 —

Königsberg.

27) 7 Zentner Blei k. 184 fl. 10 Gr. w. k. 1 Zentn.?
28) 9 Stein Flachs - 121 - 15 — — 1 Stein?
29) 15 — Pfeffer - 627 - 15 — — 1 —
30) 18 Ton. Leinsaat - 297 - — — — 1 Ton.?
31) 1 St. v. 33 Pfd. rig. Flachs 13 - — — — 1 Pfd.?
32) 42 Stein Talg - 562 - 24 — — 1 Stein?
33) 1 Lst. v. 12 T. Heringe - 83 Rth. — 1 Tonne?
34) 135 Pfd. Thee Boe - 303 — 22 Gr. 9 Pf. — 1 Pfd.?

Lissabon.

35) 40 Arroben Kaffee k. 237000 Rees w. k. 1 Arrobe?
36) 51 — Zucker - 214914 — — 1 —
37) 49 Pfund Indigo - 41895 — — 1 Pfd.?
38) 84 — Baumwolle - 24780 — — 1 —

London.

39) 1 Znt. v. 112 Pfd. Kaffee, Java, k. 105 S. sterl., w. k. 1 Pfd.?
40) 1 — — — — Martin. - 115 — — 1 —
41) 100 Pfd. Muskatnüsse - 7 L. 16 S. 8 D. — 1 —
42) 25 — Gewürznägelein - 4 - 13 - 9 - — 1 —

43) 36 Zentn. Zucker, Melis, k. 156 L. 12 S. w. k. 1 Zentn.?
44) 54 — Zucker, Lumpen - 172 - 16 - — 1 —

Magdeburg.

45) 12 Zentner Salpeter 511 Rthlr. 12 Ggr. w. k. 1 Zentn.?
46) 1 Znt. v. 110 Pfd. Pottasche 11 — 12 — — 1 Pfd.?
47) 1 - — — Butter - 28 — 16 — — 1 —
48) 1 - — — Seife - 6 — 12 — — 1 —

Marseille.

49) 159 Pfd. Indigo v. St. Domingo k. 1574 Fr. 10 Cent. was kostet 1 Pfd.?
50) 433 Pfd. Kaffee, Levant. k. 1558 Fr. 80 Cent., w. k. 1 Pfd.?
51) 100 - Baumwolle - 265 - — — — 1 —
52) 100 - Wachs - 268 - — — — 1 —
53) 100 - Mandeln - 170 - — — — 1 —
54) 56 Zentn. Baumöl - 10640 - — — — 1 Znt.?
55) 72 — Gelbholz - 900 - — — — 1 —
56) 23 — schwarz. Pfeffer 4503 - 40 — — 1 —
57) 7 — span. Wolle - 2348 - 50 — — 1 —

Nürnberg.

58) 66 Pfund Muskatnüsse k. 1287 fl. w. k. 1 Pfd.?
59) 1 Zentn. weiſser Pfeffer - 130 - — 1 —
60) 7 — schwarz. Pfeffer - 764 - 45 Xr. — 1 Znt.?
61) 1 — Zucker, Melis - 82 - — — — 1 Pfd.?
62) 1 — Kandis, brauner - 75 - 30 — — 1 —
63) 10 — dito weiſser - 882 - — — — 1 Znt.?
64) 1 — gelbes Wachs - 102 - — — — 1 Pfd.?
65) 1 — weiſses Wachs - 142 - — — — 1 —
66) 25 Pfd. Thee Boe - 31 - 15 — — 1 —
67) 15 — Thee, grüner, - 31 - 15 — — 1 —

Petersburg.

68) 1 Pud Indigo (v. 40 Pfd.) k. 220 Rubel, w. k. 1 Pfd.?
69) 1 — Zucker, Raffin. - 36 — — 1 —

70)	7 Pud	Cochenille	k. 3363 Rub.	50 Kop.,	w. k. 1 Pud?
71)	1 Berkow.	Talg (v. 400 Pfd.) -	56 —	25 —	— 1 Pfd.?
72)	8 Pud	Juchten -	118 —	— —	— 1 Pud?
73)	1 —	Hausenblase -	75 —	— —	— 1 Pfd.?
74)	1 —	Schweinsborsten -	19 —	50 —	— 1 —
75)	12 —	Rhabarber -	990 —	— —	— 1 Pud?
76)	1 —	Muskatnüsse -	325 —	— —	— 1 Pfd.?
77)	1 —	Kaneel -	104 —	— —	— 1 —
78)	1000 Stück	Hasenfelle -	716 —	— —	— 1 Stück?
79)	1 Berkw.	Talg (v. 10 Pud.) -	53 —	45 —	— 1 Pud.?
80)	1 —	Campechenholz -	56 —	65 —	— 1 —

§. 91.

Fleifsigen Rechenschülern will ich nunmehr, zur Wiederholung und Anwendung des bisher Gelernten, noch einige Aufgaben zur Berechnung geben, in welchen die vier Rechnungsarten vorkommen. So bald man den Sinn dieser Aufgaben richtig gefafst hat, so wird die Berechnung ebenfalls leicht werden.

Ex. 1) Ein Pachter im schwäbischen Kreise hat eine Heerde Schafe von 6530 Stück, nämlich 3804 Schafe, 1760 Hammel und 966 Lämmer. Ein Schaf gibt 7 Pfund Wolle, ein Hammel 8 Pfd. und ein Lamm 4 Pfd. Der Wollhändler kauft den Stein von 22 Pfd. für 16 Gulden 30 Kreuzer ($16\frac{1}{2}$ fl.). Wenn er nun die Zahlung in Karolin leisten soll, wie

viel Stück Karolin à 11 fl. wird er hierzu nöthig haben?

Zuerst berechnet man den Betrag der Wolle, nämlich also:

3804	Schafe à 7 Pfd.	26628 Pfd.	
1760	Hammel à 8 -	14080 -	
966	Lämmer à 4 -	3864 -	
	Sämmtlicher Ertrag der Wolle	44572 Pfd.	
	dividirt durch 22:	—57	2026 Stein.
		132	

Da nun der Stein Wolle 16 fl. 30 Xr. kostet, so betragen 2026 Stein 2026 mal 16 fl. und 2026 mal 30 Xr., nämlich:

2026 × 30 Xr.		2026 × 16 fl.
30		12156
6ø : 6078ø		32416
1013 fl. . . .	+	1013
		33429 fl.

Für die 2026 Stein Wolle à 16 fl. 30 Xr. würde demnach der Verkäufer 33429 fl. erhalten. Da aber der Käufer seine Zahlung in Karolin leisten mufs, und 11 fl. auf ein Karolin gerechnet werden, so geben endlich, die 33429 fl. durch 11 in Karolin reduzirt, 3039 Stück Karolin, als:

11 : 33429 fl.

3039 Karolin.

So viel Stück Karolin wird der Wollhändler geben müssen.

Ex. 2) Fünf Erben haben 32750 Rthlr. 18 Ggr. 9 Pf. theils an baarem Gelde, theils an ausstehenden Schulden zu theilen, müssen aber hiervon vorher noch bestreiten: a) die Begräbnifsunkosten 132 Rthlr. 19 Ggr. 8 Pf., b) für öffentliche Bekanntmachung des Todesfalles nebst Porto 8 Rthlr. 16 Ggr., c) als Vermächtnifs den 4 Schullehrern, jedem 100 Rthlr., d) zur Errichtung einer Sonntagsschule für Handwerksbursche 500 Rthlr., e) zur Unterstützung der Armen im Städtchen 200 Rthlr. Nachdem sie dies alles berichtigt haben, finden sie ferner zu theilen: 20 Eimer Rheinwein, wovon der Eimer zu 42 Rthlr. verkauft wird; 3 Zentner Zucker à 68 Rthlr., 560 Pfd. Kaffee à 15 Ggr. Die Grundstücke nehmen sie unter einander selbst an für 9658 Rthlr. 20 Ggr., das Haus nimmt einer derselben an für 1527 Rthlr. und aus den öffentlich versteigerten Mobilien und Büchern lösen sie, nach Abzug der Unkosten, 2679 Rthlr. 19 Ggr. 9 Pf. Von den ausstehenden Schulden aber gehen verloren: bei K. 509 Rthlr. 18 Ggr., bei L. 718 Rthlr. 21 Ggr. 4 Pf., bei M. 1000 Rthlr. Es wird nun gefragt, wie viel jeder dieser 5 Erben erhalten habe?

Der natürlichste Weg, diese Aufgabe zu

berechnen, ist folgender: Man bringe erst die ganze Erbschaftsmasse in eine Summe; hierauf summire man die verschiedenen Posten, welche davon abgehen, und ziehe dann diese von jener ab. Der Rest enthält das, was die Erben zu theilen haben, und wird folglich durch 5, als der Anzahl der Theilenden, dividirt. Der Antheil eines jeden beträgt dann 8908 Rthlr. 1 Ggr. 6 Pf. wie folgende Berechnung zeigt:

Die Erben haben zu theilen

an baarem Gelde u. ausstehenden Kapitalien . . .	Rthl. 32750 -	18 Ggr.	9 Pf.
20 Eim. Rheinwein à 42 Rthlr. .	840 -	— —	— —
3 Zentner Zucker à 68 Rthlr. . .	204 -	— —	— —
560 Pfd. Kaffee à 15 Ggr. . . .	350 -	— —	— —
an Grundstücken	9658 -	20 —	— —
die Verkaufsumme des Hauses . .	1527 -	— —	— —
an Mobilien und Büchern . . .	2679 -	19 —	9 —
	2	1	
Summe	Rthlr. 48010 -	10 Ggr.	6 Pf.

Hiervon aber gehen ab:

a) Begräbnißunk.	Rthl. 132 -	19 Ggr.	8 Pf.
b) öffentl. Bekanntmach.	8 -	16 —	— —
c) 4 Schullehr. à 100 Rt.	400 -	— —	— —
d) zur Sonntagsschule	500 -	— —	— —
e) den Armen . .	200 -	— —	— —
f) Verlust bei K. .	509 -	18 —	— —
g) — — L. .	718 -	21 —	4 —
h) — — M. .	1000 -	— —	— —
	3	1	
Summe des Abzugs . .	3470 -	3 —	— —
Die 5 Erben haben zu theilen	Rthlr. 44540 -	7 —	6 —
5)			
Folglich erhält jeder	Rthlr. 8908 -	1 Ggr.	6 Pf.

Ex. 3) 6 hamburger Kaufleute führen einen gemeinschaftlichen Handel. Zu Ende des Jahres gehen deren zwei davon ab, um eine eigne Handlung zu etabliren. Die Handlungsbücher werden durchgegangen, und es findet sich folgender Stand der Handlung: 1) An baarem Gelde, laut Kassabuch, 19760 Mk. 14 Schil. 2) An Waaren, als: 4 Ballen smirnische Baumwolle, netto 12 Zentner à 120 Mk., 4680 Pfd. ff. Martinique Kaffee à 14 Schil., 20 Zentner Zucker à 150 Mk., 6 Zentner engl. Pfeffer à 115 Mk., 200 Pfd. Cochenille à 12 Mk. 8 Schil., 44 Zentner Blauholz à 13 Mk. 12 Schil., 32 Zentner Gelbholz à 11 Mk. 10 Schil. 3) An guten Debitoren, als: an Ferd. Klug in Hamburg 11406 Mk. 8 Schil., an Heinr. Freund in Lübeck 8750 Mk. 12 Schl. 6 Pf., an C. Leroux in Lion 5049 Mk. 11 Schil. 6 Pf., an Peter den Hengst in Amsterdam 15400 Mk., an F. Seyfferth in Gotha 6080 Mk. 12 Schil., an Ludw. Hiller in Leipzig 17034 Mk. 6 Schil. 4) Der Werth aller Vasen und Handlungspertinenzien beträgt, laut Inventarium, 4546 Mk. 12 Schil. Dagegen finden sich folgende Kreditoren oder Gläubiger, nämlich S. v. Witzleben in Triest mit 13416 Mk. 4 Schil., Eduard Go-

vett in London mit 19400 Mk., J. Debure in Marseille mit 8390 Mk. 12 Schil. Wie viel werden nun die beiden abgehenden von den übrigen ausgezahlt erhalten?

Berechnung.

1) An baarem Gelde		Mk. 19760 - 14 - — -
2) An Waaren, als:		
12 Znt. Baumw. à 120 Mk.	Mk. 1440 - — - — -	
4680 Pfd. Mrt. Kaffee à 14 Schl.	4095 - — - — -	
20 Zent. Zucker à 150 Mk.	3000 - — - — -	
6 Zentn. engl. Pfeffer à 115 Mk.	690 - — - — -	
200 Pfd. Cochenille à 12 M. 8 S.	2500 - — - — -	
44 Zentn. Blauholz à 13 M. 12 S.	605 - — - — -	
32 — Gelbholz à 11 M. 10 S.	372 - — - — -	
		- 12702 - — - — -
3) An guten Debitoren		
F. Klug in H. . .	Mk. 11406 - 8 - — -	
H. Freund in Lübeck .	8750 - 12 - 6 -	
C. Leroux in Lion . .	5049 - 11 - 6 -	
P. d. Hengst in A. . .	15400 - — - — -	
F. Seyfferth in G. . .	6080 - 12 - — -	
L. Hiller in L. . . .	17034 - 6 - — -	
		- 63722 - 2 - — -
4) An Vasen u. Handlungspert. . . .		4546 - 12 - — -
	Summe Mk.	100731 - 12 - — -
Hiervon gehen ab die Forderungen folg. Kreditoren:		
S. v. Witzleben in Triest	Mk. 13416 - 4 Sch.	
E. Govett in London . .	19400 - — -	
J. Debure in Marseille .	8390 - 12 -	
Summe im Kredit		41207 - — - — -
	Bleibt zu theilen Mk.	59524 - 12 - — -

In der Aufgabe wurde zu wissen verlangt, wie viel die beiden abgehenden Compagnons von den übrigen herausbekommen würden? Dies findet man nun durch die Division mit 3, weil die bemeldeten beiden den dritten Theil der Gesellschaft ausmachen, und ihnen folglich auch, bei gleicher Vertheilung, der dritte Theil der obigen Summe gehört. Sie erhalten also:

3 : 59524 Mk. 12 Schil.

19841 Mk. 9 Schil. 4 Pf.

§. 92.

Vermischte Uebungsbeispiele
über die vier Rechnungsarten mit gleich- und ungleichbenannten Zahlen.

1) 1680 Silbergroschen in Breslau, wie viel sind es Thaler?

2) 9436 Rthlr. 15 Ggr. 6 Pf. in Magdeburg, wie viel sind es Pfennige?

3) 153 Rthlr. 17 Ggr. 10 Pf. in Stettin, wie viel sind es Pfennige?

4) 147225 Ggr. in Stettin, wie viel sind es Thaler u. Ggr.?

5) 4879 Mk 12 Schil. in Hamburg, wie viel sind es Schillinge?

6) 337568 Schil. lüb. in Hamburg, wie viel sind es Mark?

7) 337568 Schil. lüb. daselbst, wie viel sind es Thaler?

8) 100 Pfund Mandeln in Bremen k. 14 Rthlr. 36 Groot, was kostet 1 Pfd.?

9) Was betragen 49 Friedrichsd'or in Königsberg à 16 fl. 20 Gr.?

10) 18 Friedr.d'or wurden daselbst angenommen für 304 fl. 6 Gr., wie wurde ein Stück gerechnet?

11) Weisker in Schleiz hatte folgende Posten ausstehen: bei A. 124 Rthlr., bei B. 75 Rthlr., bei C. 39 Rthlr., bei D. 47 Rthlr., bei E. 219 Rthlr., bei F. 116 Rthlr. Wie viel ist die Summe, nach Abzug von 75 Rthlr., welche F. eben bezahlt hat?

12) Ein Vater schenkte seinen beiden Söhnen den Profit von einer verkauften Waare, jedem zur Hälfte. *Julius* kaufte sich für sein erhaltenes Geld 1) für 3 Rthlr. 8 Ggr. Bücher, 2) für 16 Ggr. Farben, 3) für 6 Ggr. 8 Pf. Bleifedern und Pinsel, 4) für 5 Ggr. 4 Pf. Papier, und 4 Rthlr. 12 Ggr. legte er in die Sparbüchse. *Egon* aber verwahrte alles in der Sparbüchse. Wie viel betrug der Profit, den der Vater gemacht hatte?

13) Um wie viel ist 6 mal 18 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf. von 18 mal 6 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf. unterschieden?

14) Jac. Schlegel in Kopenhagen hatte bei einem Schuldner zu fordern 539 Rthlr. 4 Mk. 4 Schil. und erhielt darauf 249 Rthlr. 4 Mk. 12 Schil., wie viel betrug die Forderung noch?

15) Wie viel betragen 88 venet. Zechini in Venedig à 22 Lire?

16) Wie viel betragen daselbst 157 dänische Speziesdukaten à 21 Lire?

17) Wie viel betragen 36 Souverainsd'or in Prag à 13 fl. 20 Xr.

18) Wie viel betragen 133 Speziesduk. in Botzen à 4 fl. 40 Xr.?

19) 100 Pfd. levant. Kaffee in Triest kosten 217 fl. 30 Xr.; was k. 1 Pfd.?

20) 100 Pfd. engl. Alaun kosten in Bremen 7 Rthlr. 36 Pf.; was k. 1 Pfd.?

21) 1 Gross (o. 12 Duzend) Tabakspfeifen in Berlin kostet 3 Rthlr. 16 Ggr., was kommt a) 1 Duzend? u. b) 1 Stück?

22) Was betragen 15 Last Gerste in Danzig à 266 fl.?

23) Was betragen 39 Pud Hausenblase in Petersburg à 78 Rub.

24) Was betragen 61 Pud Juchten in Petersburg à 18 Rubel?

25) 6772 fl. 30 Xr. in Nürnberg, wie viel sind es Kreuzer?

26) 38965 Xr. daselbst, wie viel sind es fl. u. Xr.?

27) Von 130 Pfd. Indigo werden verkauft 87 Pfd. 24 Lth. 2 Qt., wie viel bleibt übrig?

28) Von 2648 Pfd. Kaffee werden verkauft 687 Pfd. + 596 Pfd. + 198 Pfd., wie viel bleibt noch vorräthig?

29) Wenn Perrin in G. den 23. Juni 1804 40 Jahre alt wird, wann ist derselbe geboren?

30) Minchen H. ist geboren den 26. November 1794, wie alt ist sie den 18. Mai 1805?

31) 1093 Rthlr. 28 Mgr. in Braunschweig, wie viel sind es Pfennige?

32) 876 Rthlr. 18 Ggr. 9 Pf. daselbst, wie viel sind es Pfennige?

33) 246804 Pf. daselbst, wie viel sind es Rthlr. Ggr. u. Pf.?

34) 1357986 Groot in Bremen, wie viel sind es Rthlr.?

35) 187 Rthlr. 31 Groot 3 Schwar daselbst, wie viel sind es Schwar?

36) Wie viel betragen in Berlin 10 Friedr.d'or à 5 Rthlr. 15 Ggr., 7 dito à 5 Rthlr. 12 Ggr. und 3 dito à 5 Rthlr. 11 Ggr.?

37) Wie viel betragen in Nürnberg 64 Karolinen à 11 fl. 25 Xr., 48 Maxd'or à 7 fl. 35 Xr., 10 Goldgulden à 3 fl. 48 Xr.?

38) 100 Pfd. Mandeln kosten in Hamb. 58 Mk. 8 Schil., was 1 Pfd.?

39) 1 Zentner Salpeter (v. 110 Pfd.) in Magdeburg kostet 45 Rthlr. 15 Ggr., was 1 Pfd.?

40) 100 Pfd. Anies k. in Amsterdam 66 fl. 10 Stüver, wie theuer kommen 24 mal so viel?

41) 375900 Pf. holl. in Amsterd.? sind es fl.?

42) 474 fl. daselbst, wie viel sind es Pfund vlämisch (Lvls)?

43) Wie viel betragen in Stettin 60 Anker Medok à 67 Rthlr. 12 Ggr.?

44) Wie viel betragen in Stettin 80 Anker Franzwein à 68 Rthlr. 12 Ggr.?

45) Wie viel betragen in Stettin 72 Ohm Moseler Wein à 22 Rthlr. 9 Ggr.?

46) 1 Stein Wolle (v. 33 Pfd.) in Königsberg kostet 26 fl. 15 Gr., was 1 Pfd.?

47) 1 Stein Stockfische das. k. 13 fl. 10 Gr. 9 Pf., was kommen 6 Schpfd. oder 60 Stein?

48) 375920 Xr. in Ansbach, wie viel sind es Gulden?

49) 879 fl. preuss. in Breslau, wie viel sind es Denaren?

50) 182 Lvls. (Pfund vlämisch) in Amsterd., wie viel sind es holl. Gulden?

51) 54368 Schl. vls. daselbst, wie viel sind es holl. fl.?

52) 54368 Schil. vls. in Hamburg, wie viel sind es Mark?

53) 1985 Pfd. Martin. Kaffee daselbst à 14 Schil., wie viel beträgt es?

54) 1 Pfd. Karmin kostet in Berlin 86 Rthlr., was 1 Loth?

55) Was kosten in Paris 740 Pfd. Mandeln à 170 Centimes?

56) 100 Pfd. franz. Wolle kosten daselbst 480 Fr., was 1 Pfd.?

57) 100 Pfd. spanische dito kosten daselbst 675 Fr., was 1 Pfd.?

58) 100 Pfd. Baumwolle kosten in Marseille 175 Fr., was 1 Pfd.?

59) Was kosten 8 Faſs Bourdeaux Wein in Amsterdam à 81 Lvls.?

60) Ein hamburger Kaufmann hat an baarem Gelde vorräthig: 780 Speziesdukaten à 7 Mk. 14 Schil., 150 dito à 7 Mk. 12 Schil., 75 dito à 7 Mk. 13 Schil. 6 Pf., 139 alte Louisd'or à 13 Mk. 9 Schil. 6 Pf., 254 vollwichtige dito à 12 Mk. 14 Schil. 9 Pf. und 1869 Mk. 12 Schil. Wie viel betr. es zusammen?

61) 1 Stein Prov. Oel (v. 24 Pfd.) kostet in Breslau 9 Rthlr., was 1 Pfd.?

62) 1 Loth Karmin kostet in Berlin 3 Rthlr. 9 Ggr., was 1 Pfd.?

63) 70590 Ferdinge in Riga, wie viel sind es Thaler Kurrent?

64) 2589 Pfd. Tabak in Amsterdam à 8 Stüv., was betragen sie?

65) 10 Pud (oder 1 Berkowitz) Flachs in Petersburg k. 77 Rub. 50 Kop., was k. 1 Pud?

66) 113 portug. Pistolen in London à 18 Schil. Sterl., wie viel betragen sie?

67) 1 Zentn. (von 112 Pfd.) Elephantenzähne daselbst k. 16 L. 10 S., was 1 Pfd.?

68) Wie viel betragen folgende Goldmünzen in Frankfurt am Main: 45 Goldgulden à 3 fl. 51 Xr., 78 Maxd'or à 7 fl. 43 Xr., 44 Karolinen à 11 fl. 40 Xr., 128 Speziesdukaten à 5 fl. 24 Xr., 81 franz. Schildlouisd'or à 11 fl. 46 Xr.?

69) Ein Kaufmann in Kassel nimmt folgende Goldmünzen an: 120 alte Louisd'or à 5 Rthlr. 3 Albus, 90 franz. Schildlouisd'or à 6 Rthlr. 5 Alb., 64 Karolinen à 6 Rthlr. 7 Alb., 80 Maxd'or à 4 Rthlr. 17 Alb., wie viel beträgt es zusammen?

70) Wie viel betragen in Venedig: 183 venet. Zechini à 22 Lire, 100 detti, Milan, à 21 Lire 2 Soldi; 144 deutsche Speziesduk. à 21 Lire 2 Soldi; 64 kaiserl. Souverainsd'or à 62 Lire 6 Soldi; 130 franz. alte Louisd'or à 37 Lire 11 Soldi; 63 franz. Schildlouisd'or, ältere, à 41 Lire 15 Soldi; 90 detti, neuere, à 41 Lire 18 Soldi; 192 franz. Laubthaler à 11 Lire 5 Soldi und 406 deutsche Konvent. Speziesthaler à 10 Lire?

Zehnter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen.

§. 93.

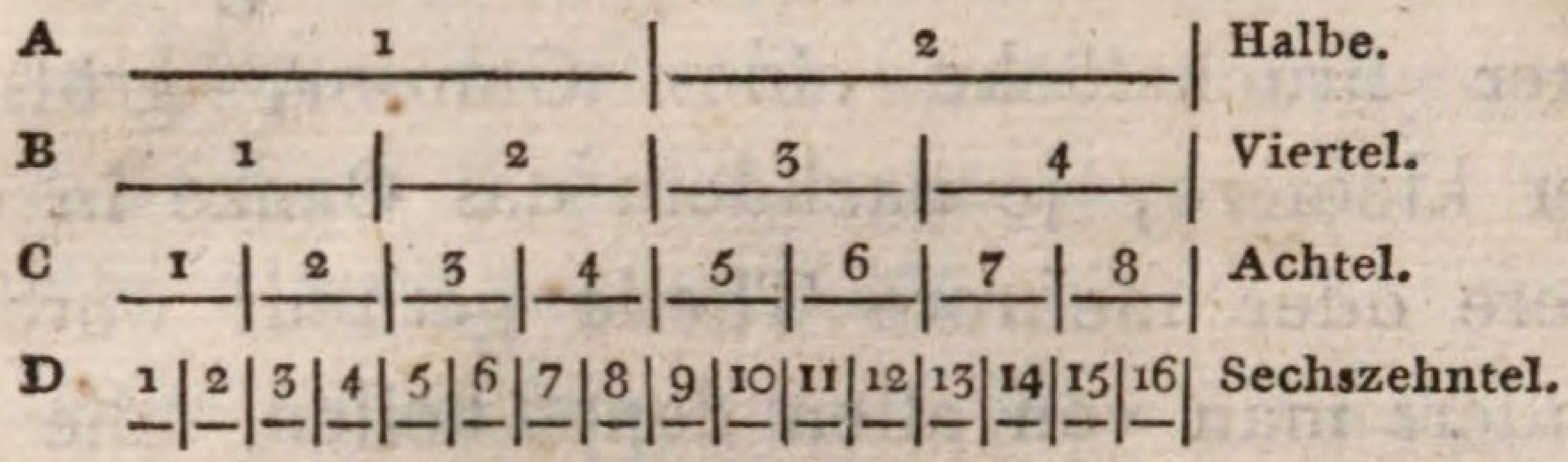
Jede körperliche Gröſse, z. B. einen Apfel, einen Tisch, ein Stück Geld etc. kann man sich aus Theilen zusammengesetzt vorstellen. Alle Theile zusammengenommen machen *ein Ganzes* aus. Und eben so läſst sich

jede Zahlengröſse in zwei, drei, vier gleiche Theile, und so weiter bis ins Unendliche, eintheilen. Dadurch entstehen also gleichsam lauter Bruchstücke eines Ganzen, gröſsere oder kleinere, je nachdem das Ganze in wenigere oder mehrere Theile getheilt worden. Sondert man von allen den Theilen, die ein Ganzes ausmachen, einen oder einige ab, so hat man nicht mehr die ganze Zahl, oder das Ganze selbst, sondern nur ein oder einige Bruchstücke oder Theile desselben. Diese Theile nennt man in der arithmetischen Kunstsprache *Brüche*, oder gebrochene Zahlen.

Ein Bruch entsteht also, wenn ein Ganzes in gleiche Theile getheilt, und eine gewisse Anzahl solcher Theile bestimmt angegeben wird. Wenn ich einen Apfel mitten durch zerschneide, so erhalte ich zwei gleiche Theile, und jeder dieser Theile heiſst ein Halbes. Beide zusammen machen wieder den ganzen Apfel aus. Zerschneide ich den Apfel in vier gleiche Theile, so wird jeder Theil desselben ein Viertel genannt.

Kleiner und immer kleiner werden die Theile, oder die Bruchstücke eines Ganzen, in eben dem Grade, in welchem die Anzahl der Theile sich vergröſsert, worin dasselbe

eingetheilt wird, welches aus folgenden vier Linien A B C D deutlich zu ersehen ist:



A ist nur in zwei, B in vier, C in acht, D hingegen in sechszehn gleiche Theile getheilt. Der Augenschein lehrt, daſs in der Linie D, welche in 16 gleiche Theile getheilt worden, die kleinsten Theile enthalten sind. Ein jeder einzelne dieser 16 Theile heiſst ein *Sechszehntel*, und zwei solcher Theile betragen eben nicht mehr, als in der Linie C ein Theil, welcher ein *Achtel* genannt wird. Hiernach gehen auf die Hälfte eines Ganzen 2 Viertel, oder 4 Achtel, oder 8 Sechszehntel. 12 Sechszehntel = 6 Achtel = 3 Viertel. 14 Sechszehntel = 7 Achtel etc.

Anmerkung. Die Endsylbe *tel* ist das abgekürzte Wort Theil; endigt sich aber das Zahlenwort auf ein g, z. B. zwanzig, funfzig, so fügt man demselben die Sylbe *stel* bei, und sagt Zwanzigstel, Funfzigstel.

§. 94.

Kunstmäſsig und der Kürze wegen wird in der Zahlenschrift der Name, welcher anzeigt, in wie viel Theile das Ganze getheilt worden, (der *Nenner*) eben so gut durch eine Ziffer angedeutet, wie der *Zähler*, welcher die Theile, die aus dem Ganzen hieher gehören, bestimmt angibt. 7 Sechszehntel schreibt man daher $\frac{7}{16}$; $\frac{3}{8}$ wird gelesen 3 Achtel; $\frac{1}{4}$ heiſst 1 Viertel. Die Zahl unter dem Striche, oder der *Nenner* zeigt also an, in wie viel Theile das Ganze getheilt worden; die Zahl über dem Striche aber, oder der *Zähler* gibt bestimmt an, wie viel Theile, wie viel Viertel, Achtel, Sechszehntel etc. hieher gehören, oder zu berechnen sind. Der Nenner ist immer nur als eine der Zahl beigefügte Benennung zu betrachten, und wird deswegen eben so wenig addirt, subtrahirt, multiplizirt und dividirt, als die Benennungen Thaler, Gulden, Zentner, Pfunde etc. Der Bruch $\frac{3}{4}$ Rthlr. zeigt den vierten Theil eines Thalers dreimal genommen an. $\frac{5}{8}$ Zentn. bedeutet den achten Theil eines Zentners 5 mal genommen, oder daſs von einem Zentner, welcher in acht gleiche Theile getheilt worden, deren 5 hieher gehören oder zu berechnen sind.

Die Bezeichnung der Brüche ist einerlei mit der Bezeichnungsart der Division (§. 38), und dies gründet sich darauf: weil jeder Bruch als ein Quotient, dessen Dividend der Zähler, und dessen Divisor der Nenner ist, angesehen werden kann. Solche Brüche entstehen, wie man sich noch aus der Division mit gleichbenannten Zahlen (§. 41) erinnern wird, aus den Resten, welche bei der Division zuletzt übrig bleiben, und wo man diesen Rest dem Quotienten als Bruch anhängt.

§. 95.

Man theilt die Brüche:

1) in *ächte* und *unächte;*

2) in *reine* und *gemischte;*

3) in *einfache* und *zusammengesetzte.*

Ein Bruch, dessen Zähler kleiner ist, als der Nenner, ist ein *ächter Bruch*, z. B. $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{5}{24}$; $\frac{31}{32}$.

Ein Bruch, dessen Zähler gröſser ist, als der Nenner, ist ein *unächter Bruch*, weil er in diesem Falle ein Ganzes oder wohl mehrere Ganze enthält, z. B. $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{15}{4}$; $\frac{25}{8}$; $\frac{97}{24}$. Wenn ich mir das Ganze aus so vielen Theilen bestehend denke, als deren der Nenner anzeigt, der Zähler aber mehr solcher

Theile enthält, so beträgt er folglich auch mehr als ein Ganzes. Sind Zähler und Nenner einander gleich, so enthält der Bruch gerade ein Ganzes, z. B. $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{12}{12}$; $\frac{16}{16}$; $\frac{32}{32}$. Sind aber im Zähler mehr Theile als der Nenner anzeigt, und will man wissen, wie viel Ganze ein solcher unächter Bruch enthalte, so *dividirt man den Zähler durch den Nenner*. So oft nun letztrer im ersten enthalten ist, so viel sind auch Ganze darin. Z. B. $\frac{25}{8}$, hier ist der Nenner 8 in dem Zähler 25 drei und $\frac{1}{8}$ mal enthalten, folglich beträgt der Bruch 3 Ganze und $\frac{1}{8}$. Ein solcher Bruch deutet immer auf eine noch unvollendete Division hin, der Zähler 25 ist der Dividend, und der Nenner 8 der Divisor, der Quotient beträgt daher $3\frac{1}{8}$.

Ein *reiner Bruch* ist ein jeder Bruch, der keine ganze Zahl neben sich hat; ein *gemischter Bruch* aber besteht aus einer ganzen Zahl und einem Bruche; z. B. $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{11}{24}$ sind reine Brüche; $1\frac{3}{4}$; $4\frac{5}{8}$; $7\frac{11}{12}$; $96\frac{7}{16}$ sind gemischte Brüche (Wie gemischte Brüche eingerichtet werden, s. §. 101).

Ein *einfacher Bruch* hat nur einen Zähler und einen Nenner, z. B. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{3}$ etc.

Ein *doppelter* oder *zusammengesetzter Bruch* hat dem Scheine nach 2 Nenner, als: $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$; $\frac{3\frac{1}{2}}{8}$, wo im ersten und zweiten Beispiel $\frac{1}{2}$ der Zähler, und 4 im ersten und $\frac{3}{4}$ im zweiten Beispiele der Nenner ist. Bei $\frac{3\frac{1}{2}}{8}$ ist $3\frac{1}{2}$ der Zähler und 8 der Nenner. Dieser, der Nenner nämlich, zeigt auch hier die Anzahl der gleichen Theile an, welche zusammen die Einheit ausmachen; der Zähler aber zeigt an, wie viel solcher Theile zu berechnen sind. Einen zusammengesetzten Bruch kann man leicht in einen einfachen verwandeln, wenn man die beiden Nenner multiplizirt und den Zähler unverändert läſst; so ist $\frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}$; $\frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16}$; $\frac{\frac{1}{3}}{12} = \frac{1}{36}$. Sind aber Zähler und Nenner eines Bruches gebrochene Zahlen, so multiplizirt man die beiden Zähler und die beiden Nenner, als: $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{8}$; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} = \frac{5}{16}$. Ferner $\frac{3\frac{1}{2}}{8} = \frac{7}{16}$; $\frac{2\frac{1}{2}}{4} = \frac{5}{8}$. Doch hiervon bei der Division gebrochener Zahlen ein mehreres. Hier nur noch die Bemerkung, daſs dergleichen Doppelbrüche mehrentheils nur von dem unwissenden Laien gebraucht werden, weil dessen Bruchrechnungs-Gelehr-

samkeit selten bis zu den Achteln sich erstreckt, sondern schon bei den Vierteln ihre Endschaft erreicht hat. Zu ihm spricht man daher aus Herablassung, z. B. beim Ellenhandel: von anderthalbviertel $\left(\frac{1\frac{1}{2}}{4}\right)$ Ellen etc.

§. 96.

Einige Veränderungen, die man mit Brüchen vornehmen kann.

1) Multiplizirt man den *Zähler* eines Bruches mit einer beliebigen Zahl, so wird der Werth des Bruches dadurch um so vielmal vergrößsert, als die erwählte Zahl Einheiten hat. Wenn ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Zähler 5 mit 4 multiplizire, so erhalte ich $\frac{20}{24}$, welches viermal so viel ist, als $\frac{5}{24}$. Nehmen wir statt des Nenners eine andere Benennung, z. B. gute Groschen, so sind 5 Ggr. 4mal genommen oder 4×5 Ggr. $=$ 20 Ggr. Wird hingegen, bei unverändertem Nenner, der *Zähler* eines Bruches durch irgend eine Zahl *dividirt*, so wird der Werth des Bruches dadurch um so vielmal kleiner oder geringer, als die erwählte Zahl Einheiten hat; z. B. $\frac{9}{16}$ dividirt durch $3 = \frac{3}{16}$; oder $\frac{20}{24}$ Rthlr. : $4 = \frac{5}{24}$ Rthlr.

2) Wird hingegen der *Nenner* eines Bruches mit irgend einer Zahl *multiplizirt*, so wird der Bruch dadurch um so vielmal kleiner, als der Multiplikator Einheiten hat. Multiplizire ich z. B. in $\frac{3}{4}$ den Nenner 4 mit 2, so kommen $\frac{3}{8}$, welches zweimal weniger, oder halb so viel ist, als $\frac{3}{4}$. Hiervon kann sich jeder recht anschaulich überzeugen, wenn man zwei Aepfel, den einen in vier gleiche Theile, und den andern in acht gleiche Theile zerschneidet. Nimmt man nun von jedem dieser beiden in vier und acht Theile zerschnittenen Aepfel einen Theil weg, so wird man sehen, daſs in je mehr Theile man die Aepfel zerlegt, desto kleiner dieselben auch werden.

Eben so verhält sichs auch umgekehrt, wenn ich den Nenner eines Bruches durch eine beliebige Zahl dividire, wodurch dann der Bruch um so vielmal gröſser wird, als der Divisor Einheiten hat. Dividire ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Nenner 24 durch 4, so erhalte ich $\frac{5}{6}$, welches viermal mehr ist, als $\frac{5}{24}$, weil die Theile, in welche das Ganze zertheilt worden, viermal gröſser sind, als jene.

3) *Wird aber sowohl der Zähler als der Nenner des Bruches mit einer und derselben Zahl multiplizirt oder dividirt, so bleibt der innere*

Werth des Bruches unverändert. Wenn ich den Zähler und Nenner in $\frac{3}{4}$ mit 6 multiplizire, so kommen $\frac{18}{24}$, welcher Bruch nicht mehr und nicht weniger ist, als $\frac{3}{4}$. Oder $\frac{5}{8}$ multiplizirt mit $\frac{4}{4} = \frac{20}{32} \times \frac{8}{8} = \frac{160}{256}$. Dieser letztere Bruch $\frac{160}{256}$ ist nicht mehr und nicht weniger, als $\frac{5}{8}$. Dies nennt man einen Bruch *erweitern*, und es geschieht, wie wir gesehen haben, durch die Multiplikation des Zählers und Nenners mit einer und derselben Zahl.

§. 97.

Brüche zu abbreviren.

Einen Bruch abbreviren heiſst: einen mit gröſsern Zahlen ausgedrückten Bruch, unbeschadet seines innern Werthes, in kleinern Zahlen darstellen. Eine *Kleinerung der Brüche* aber kann es durchaus nicht genannt werden, weil der innere Werth derselben unverändert bleibt. Die obige §. 93 enthaltene versinnlichende Darstellung zeigt ganz deutlich, daſs $\frac{8}{16} = \frac{4}{8}$ und diese $= \frac{2}{4}$ und diese $= \frac{1}{2}$. Eben so sind $\frac{6}{16}$ äqual $\frac{3}{8}$; $\frac{12}{16} = \frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$; $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$.

Wird demnach der Zähler und Nenner eines Bruches durch eine und dieselbe Zahl dividirt, so wird der Bruch dadurch bloſs in

kleinern Zahlen ausgedrückt. Da man nun mit kleinern Zahlen ausgedrückte Brüche nicht nur leichter übersehen, sondern auch viel bequemer mit denselben umgehen kann, als im Gegentheil mit Brüchen von groſsen Zählern und Nennern; so ist es gewiſs von mannichfaltigem Nutzen, sich im Abbreviren der Brüche recht zu üben. Den Bruch $\frac{2}{3}$ Rthlr. z. B. kann ein jeder gleich beim ersten Anblicke richtig schätzen, nicht sogleich aber $\frac{1458}{2187}$ Rthlr., welcher letztere Bruch doch weder mehr noch weniger beträgt, als $\frac{2}{3}$ Rthlr.

Wie aber ein durch gröſsere Zahlen ausgedrückter Bruch mit leichter Mühe in kleinern Zahlen dargestellt werden kann, hierzu werden die folgenden §§. einige Anweisung enthalten.

§. 98.

Die prompte Ausmittelung des *gemeinschaftlichen Theilers*, wo vermittelst desselben der Zähler und Nenner eines Bruches durch *eine* Zahl *ohne* Rest dividirt, und eben dadurch in kleinern und bequemern Zahlen ausgedrückt werden, läſst sich, als eine der arithmetischen Kunstfertigkeiten, nicht leicht durch Regeln erlernen; man muſs sich vielmehr be-

streben, durch ausdrücklich dahin abzweckende Uebungen eine gute Routine zu erlangen, um durch treffende Vermuthungen nach und nach die wahren und wo möglich *gröſsten* gemeinschaftlichen Theiler des Zählers und Nenners zu finden. Hierzu dienen besonders die oben §. 19, 36 u. 78 mitgetheilten Multiplikations- und Divisionstabellen. Dann aber auch verschiedene Merkmale, woran man, in Ansehung der Zahlen, die über das Gebiet jener Tabellen hinausreichen, sogleich erkennen kann, ob diese in jenen gerade aufgehen oder nicht. Zu diesen Merkmalen gehören vorzüglich folgende:

1) Ist die letzte Ziffer des Zählers und Nenners eine gerade Zahl, als 2, 4, 6, 8, so kann man sie sowohl durch gerade als ungerade Zahlen, wenigstens durch 2 dividiren. $\frac{42}{48}$ z. B. läſst sich durch 2 und 3 oder durch 6 abbreviren, als: $\overset{2}{\frac{42}{48}}\Big|\overset{3}{\frac{21}{24}}\Big|\frac{7}{8}$ oder $\overset{6}{\frac{42}{48}}\Big|\frac{7}{8}$; und eben so kann man den Bruch $\frac{48}{72}$ nicht nur durch $2 \times 4 \times 3$, oder durch 3×8 sondern auch gleich durch 24 abkürzen, als:

$$\overset{2}{\frac{48}{72}}\Big|\overset{3}{\frac{24}{36}}\Big|\overset{4}{\frac{8}{12}}\Big|\frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad \overset{3}{\frac{48}{72}}\Big|\overset{8}{\frac{16}{24}}\Big|\frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad \overset{24}{\frac{48}{72}}\Big|\frac{2}{3}$$

2) Von den Zahlen 2, 4, 8 geht die

erstere in allen geraden Zahlen unbedingt, 4 und 8 hingegen mit den Bedingungen gerade auf, dafs, um durch 4 gerade auf theilbar zu seyn, die *beiden* letzten, und um durch 8 auf solche Weise theilbar zu seyn, die *drei* letzten Ziffern auch besonders für sich, dort durch 4 und hier durch 8, gerade auf theilbar seyn müssen. So lassen sich folgende Brüche, nach den angegebenen Merkmalen, durch 2, 4 und 8 theilen, man nimmt aber gern gleich den gröfsten Theiler.

$$\overset{8}{\frac{104}{128}}\Big|\frac{13}{16} \qquad \overset{8}{\frac{136}{192}}\Big|\frac{17}{24} \qquad \overset{8}{\frac{5136}{7704}}\Big|\frac{642}{963}$$

3) Ist die letzte Ziffer des Zählers und Nenners, oder eines von beiden, eine ungerade Zahl, so kann der Bruch auch nur durch eine ungerade Zahl abbrevirt werden; z. B. $\frac{15}{21}$ kann nur durch 3 dividirt werden, und wird dann $\frac{5}{7}$. Eben so ist es bei folgenden Brüchen, als:

$$\overset{7}{\frac{49}{56}}\Big|\frac{7}{8} \qquad \overset{11}{\frac{55}{132}}\Big|\frac{5}{12}$$

4) Die Zahlen, welche durch 3, 6, 9 gerade auf theilbar sind, haben folgende äufsere Kennzeichen. a) Durch 3 sind theilbar alle Zahlen, gerade oder ungerade, deren Ziffern, als blofse Einer addirt, eine Zahl

ausmachen, worin 3 ebenfalls gerade aufgeht, z. B. $\overset{3}{\frac{63}{84}}\Big|\frac{21}{28}$ $\frac{21}{28}$ aber läſst sich, wie ein jeder, der das Einmaleins kann, sogleich einsehen wird, nochmals durch 7 abbreviren, und wird dann $\frac{3}{4}$. b) 6 geht gerade auf in solchen *geraden* Zahlen, deren Ziffern, als Einer addirt, eine Zahl betragen, die durch 3 gerade theilbar ist, z. B. $\overset{6}{\frac{276}{414}}\Big|\frac{46}{69}$. c) Geben aber die Ziffern des Zählers, wie auch die Ziffern des Nenners, als Einer addirt, solche Zahlen, die durch 9 theilbar sind, so kann der Bruch allemal durch 9 abbrevirt werden, z. B.

$$\overset{9}{\frac{81}{324}}\Big|\overset{9}{\frac{9}{36}}\Big|\frac{1}{4} \text{ oder } \overset{9}{\frac{243}{648}}\Big|\overset{9}{\frac{27}{72}}\Big|\frac{3}{8}$$

5) Endigen sich Zähler und Nenner auf 5, oder auf 0 und 5, so sind beide durch 5 theilbar; z. B.

$$\overset{5}{\frac{75}{135}}\Big|\overset{5}{\frac{15}{27}}\Big|\frac{5}{9} \text{ oder } \overset{5}{\frac{375}{400}}\Big|\overset{5}{\frac{75}{80}}\Big|\frac{15}{16}$$

6) Endigen sich aber Zähler und Nenner auf eine oder mehrere Nullen, so kann man von beiden eine gleiche Anzahl Nullen abschneiden, d. i. man kann den Zähler und Nenner des Bruches durch 10, durch 100 oder durch 1000 etc. dividiren, z. B.

$$\frac{1}{6}\Big|\frac{0}{0} = \frac{1}{6};\quad \frac{3}{40}\Big|\frac{0}{0} = \frac{3}{40};\quad \frac{7}{56}\Big|\frac{000}{000}\Big|\frac{1}{8}.$$

$$\frac{315}{720}\Big|\frac{00}{00}\Big|\frac{63}{144}\Big|\frac{7}{16}$$

7) Besteht sowohl der Zähler als Nenner aus drei Ziffern, deren mittlere so viel beträgt, als die zwei äufsern, so darf man nur die mittlere Ziffer im Zähler und Nenner ausstreichen, und der Bruch ist gleich abgekürzt; z. B. $\frac{143}{176} = \frac{13}{16}$; $\frac{242}{385} = \frac{22}{35}$

Dies beruht auf der Division mit der Zahl 11, s. oben §. 36.

8) 12 geht ohne Rest auf in solchen *geraden* Zahlen, deren beide letztern Ziffern so beschaffen sind, dafs 4 darin gerade aufgeht, und deren Ziffern, als Einer addirt, in 3, 6 oder 9 gerade aufgehen, z. B.

$$\frac{336}{432}\Big|\frac{28}{36}\Big|\frac{7}{9} \text{ oder } \frac{792}{1728}\Big|\frac{66}{144}\Big|\frac{11}{24}$$

9) 24 geht ohne Rest auf in solchen *geraden* Zahlen, deren drei letztern Ziffern so beschaffen sind, dafs 8 darin gerade aufgeht, vorausgesetzt, dafs sämmtliche Ziffern, als Einer addirt, durch 3 theilbar sind.

$$\frac{7128}{9504}\Big|\frac{297}{396}\Big|\frac{3}{4}$$

10) 25 geht ohne Rest auf in allen Zahlen, deren niederste zwei Ziffern so beschaffen sind, daſs 25 in ihnen aufgeht. Z. B.

$$\overset{25}{\frac{325}{575}} \Big| \overset{5}{\frac{15}{55}} \Big| \frac{3}{11}$$

§. 99.

Fortsetzung.

11) Kann man gar keinen passenden Theiler finden, so sucht man den gröſsten gemeinschaftlichen Divisor auf folgende Art: Man dividirt den Zähler in den Nenner, macht dann den Rest zum zweiten Divisor, und den vorigen Divisor zum Dividenden; bleibt nochmals ein Rest, so wird derselbe der dritte Divisor, und der vorige Divisor wird wieder der Dividend. Auf diese Art setzt man die Division so lange fort, bis kein Rest übrig bleibt. Der letzte Divisor, der dann keinen Rest läſst, ist der gröſste gemeinschaftliche Theiler des Bruches. Bleibt aber 1 Rest, so ist dies ein Beweis, daſs sich der Bruch nicht weiter abbreviren lasse. Z. B. $\frac{434}{465}$.

```
434 : 465 | 1
      434 |
      ---
       31 : 434   14
            31
            ---
            124
            124
            ---
             —
```

31 ist also der gröſste Theiler, wodurch sich obiger Bruch abbreviren läſst, wie hier folgt:

$$\overset{31}{\frac{434}{465}\Big|\frac{14}{15}}$$

Eben so verfahre man mit dem Bruche $\frac{2821}{4836}$ Rthlr. nämlich:

```
2821 : 4836 | 1
       2821 |
     ----------
       2015 : 2821 | 1
              2015 |
             ---------
               806 : 2015 | 2
                     1612 |
                    ---------
                      403 : 806 | 2
                            806 |
                           ------
                            ---
```

Folglich ist der letzte Divisor 403 der gemeinschaftliche Theiler des Zählers und Nenners, nämlich also:

$$\overset{403}{\frac{2821}{4836}\Big|\frac{7}{12}}\ \text{Rthlr.}$$

In $\frac{151}{373}$ aber bleibt, wie hier folgt, 1 Rest, welches ein Zeichen ist, daſs sich dieser Bruch durch keine Zahl abbreviren läſst.

```
151 : 373 | 2
      302 |
     --------
       71 : 151 | 2
            142 |
           --------
              9 : 71 | 7
                  63 |
                 ------
                  8 : 9 | 1
                      8 |
                     ---
                      1 Rest.
```

Ein geübter Rechner wird, bei vorkommenden Fällen, einen so unbequemen Bruch zu schätzen suchen, und den obigen für etwa $\frac{3}{8}$ annehmen, ob er gleich noch eine Kleinigkeit mehr als $\frac{2}{5}$ beträgt. S. §. 108. Nr. 4. Wie man aber dergleichen Brüche durch die Dezimalbruchrechnung noch leichter schätzen könne, dies wird weiter unten im folgenden Abschnitte gezeigt werden.

§. 100.

Uebungsbeispiele.

a) Zu §. 96. Nr. 1.

1) Wenn der Zähler in $\frac{7}{48}$ Rthlr. mit 6 multiplizirt wird, wie heiſst dann der Bruch?

2) Wie viel mal ist er dann gröſser, oder kleiner, als $\frac{7}{48}$?

3) Wenn der Zähler in $\frac{28}{32}$ Pfd. durch 7 dividirt wird, was für ein Bruch entsteht daraus?

4) Wie viel mal ist er dann gröſser oder kleiner als $\frac{28}{32}$?

b) zu §. 96. Nr. 2.

5) Wenn der Nenner in $\frac{7}{96}$ Rthlr. durch 8 dividirt wird, wie heiſst dann der Bruch?

6) Wie viel mal ist dann $\frac{7}{12}$ gröſser oder kleiner, als $\frac{7}{96}$?

7) Wenn der Nenner in $\frac{17}{24}$ Rthlr. mit 4 multiplizirt wird, wie viel mal ist der Bruch dann gröſser oder kleiner?

c) Zu §. 96. Nr. 3.

8) $\frac{2}{3}$ fl. durch die Multiplikation mit 4. 9. 7. 5 erweitert, wie heiſst dann der Bruch?

9) Wie — wenn $\frac{3}{4}$ Mk. durch 6. 8. 11. erweitert wird?

10) Wie — wenn $\frac{5}{8}$ Zentn. durch 7. 6. 5 erweitert wird?
11) Wie — wenn $\frac{7}{16}$ Pfd. durch 5. 3. 8. 10 — — ?
12) Wie — wenn $\frac{4}{5}$ Lsterl. durch 7. 8. 9. 11 — — ?

d) Zu §. 97. — 99.

13) Wie wird der Bruch $\frac{288}{576}$ Rthlr. in den kleinsten Zahlen ausgedrückt werden?
14) Wie — $\frac{2520}{3780}$ fl.?
15) Wie — $\frac{96}{768}$ Zentn.?
16) Wie — $\frac{945}{1512}$ Pfd.?
17) Wie — $\frac{135}{180}$ Ellen?
18) Wie — $\frac{273600}{288000}$ holl. fl.?
19) Wie — $\frac{1536}{1920}$ Lsterl.?
20) Wie — $\frac{286}{396}$ Gr. poln.?
21) Wie — $\frac{65}{104}$ Mk. lüb.?
22) Wie — $\frac{9656}{18176}$ Rthlr. in Kassel?
23) Wie — $\frac{113}{517}$ fl.?
24) Wie — $\frac{847}{1452}$ Rthlr.?
25) Wie — $\frac{1903}{2076}$ Ggr.?

§. 101.

Gemischte Brüche einzurichten.

Gemischte Brüche sind, nach §. 95 solche *gemischte Zahlen*, wo der Bruch in Gesellschaft ganzer Zahlen die Reihe derselben beschliefst, oder wo ganzen Zahlen noch ein Bruch angehängt ist. Manche Rechnungsoperationen, namentlich die Division, werden dadurch sehr erleichtert, wenn man den Bruch wegschafft, oder diese gemischte Zahl unter einerlei Benennung bringt. Dies geschieht dadurch, wenn man die vorliegende gemischte Zahl gerade mit der nämlichen Zahlengröfse multiplizirt, welche den Nenner des der ganzen Zahl zugesellten Bruches ausmacht. Dadurch wird die ganze Zahl in eben solche Theile verwandelt, als der Nenner des Bruches anzeigt, oder die ganze Zahl wird mit dem Bruche unter einerlei Nenner (unter einerlei Benennung) gebracht. Die gewöhnliche Regel ist:

Multiplizire die am Bruche befindliche ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches, und addire zum Produkte dessen Zähler. Die Summe wird nun der Zähler eines unächten reinen Bruches, welcher den Nenner des gemischten

Bruches bekommt, und diesem selbst völlig gleich ist.

Soll z. B. der Bruch $18\frac{3}{4}$ eingerichtet werden, so wird die ganze Zahl 18 mit dem Nenner 4 multiplizirt, das Produkt ist 72, hierzu den Zähler 3, so sind es 75, nämlich Viertel, und dies drückt man so aus $\frac{75}{4}$. Die 18 Ganzen werden auf diese Art in eben solche Theile zerlegt, als der Nenner des Bruches anzeigt, und nun können, da die Benennung der Theile gleich ist, die $\frac{3}{4}$ des Bruches dazu addirt werden.

Ebendasselbe gilt auch von folgenden Beispielen:

$3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$	$12\frac{3}{10} = \frac{123}{10}$
$6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$	$4\frac{17}{20} = \frac{97}{20}$
$11\frac{3}{4} = \frac{47}{4}$	$32\frac{7}{12} = \frac{391}{12}$
$9\frac{3}{5} = \frac{48}{5}$	$193\frac{15}{32} = \frac{6191}{32}$

Ist dem gemischten Bruche die Benennung irgend einer Sorte beigefügt, so behält diese auch der eingerichtete Bruch; z. B. $7\frac{3}{8}$ Zent. $= \frac{59}{8}$ Zent., $50\frac{5}{6}$ Rthlr. $= \frac{305}{6}$ Rthlr., $16\frac{3}{4}$ Mark $= \frac{67}{4}$ Mk.

§. 102.

Brüche zu resolviren.

Einen Bruch *resolviren* heiſst, den Werth oder Betrag desselben in den nächstniedern Sorten bestimmt anzeigen.

Bekanntlich enthält ein ächter Bruch allemal weniger Theile, als deren das Ganze hat: daher fällt es jedem gleich selbst in die Augen, daſs der Werth des Bruches einer gegebenen Sorte in der nächstniedern zu suchen seyn müsse. Bisweilen läſst sich aber der Werth des Bruches in dieser niedern Sorte noch nicht in völlig ganzen Zahlen darstellen, sondern es bleibt auch da noch ein Bruch; dieser muſs dann in einer noch niedern Sorte auf ganze Zahlen gebracht werden. Uebrigens gibt es auch Fälle, wo ein Bruch nie ganz genau in ganzen Zahlen ausgedrückt werden kann; allein der Rest, welcher bei der kleinsten Sorte noch übrig bleibt, ist entweder so klein, daſs er für Nichts geachtet wird, oder man rechnet ihn für eine Einheit der niedersten Sorte. Dies alles soll nun durch einige Beispiele erläutert werden. Die allgemeine Regel ist, oder sollte vielmehr seyn:

Dividire die Reduktionszahl durch den Nenner des Bruches, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler.

Was die *Reduktionszahl* sei, ist aus §. 71 klar. Wird nun diese durch den Nenner des Bruches dividirt, so zeigt der Quotient gleich an, wie viel, wenn der Zähler nur 1 wäre, ein solcher Theil in der nächstniedern Sorte beträgt. Ist aber der Zähler mehr als 1, z. B. 3, 4 oder 8, so beträgt der Werth des Bruchs in der niedern Sorte, auch 3, 4 oder 8 mal so viel.

Ex. 1) Wie viel betragen $\frac{5}{8}$ Rthlr. in der nächstniedern Sorte? (in guten Grochen.)

$\frac{5}{8}$ Rthlr. : 8) 24 Reduktionszahl. Oder $\frac{5 \times 24}{8} = 15$ Ggr.

3 (5

15 Ggr.

Nachdem die Reduktionszahl 24 durch den Nenner 8 dividirt worden, so zeigt der Quotient 3 an, daſs der achte Theil ($\frac{1}{8}$) eines Thaler 3 Ggr. betrage, da es aber $\frac{5}{8}$ Rthlr. sind, so beträgt der Werth des Bruches auch 5 mal 3 Ggr. = 15 Ggr.

Ex. 2) Wie viel betragen $\frac{4}{5}$ Lsterl. in England?

$\frac{4}{5}$ L. : 20 Reduktz. Oder $\frac{4 \times 20}{5} = 16$ S.

$$\begin{array}{l} 5)\underline{\quad 20 \quad} \\ \quad \underline{\ \ 4 \ \ }(4 \\ 16 \text{ S. (Schilling.)} \end{array}$$

Ein Lsterl. in England hat bekanntlich 20 Schillinge, der fünfte Theil ($\frac{1}{5}$) davon beträgt also 4 S. und $\frac{4}{5}$ L. machen 4 mal so viel d. i. 16 Schillinge.

Ex. 3) Wie viel betragen $\frac{5}{8}$ Zentn. in Hamburg?

$\frac{5}{8}$ Zentn. : 112 Redkz. Oder $\frac{5 \times 112}{8} = 70$ Pfd.

$$\begin{array}{l} 8)\underline{\quad 112 \quad} \\ \quad \underline{\ \ 14 \ \ }(5 \\ 70 \text{ Pfd.} \end{array}$$

Der Zentner in Hamburg hat 112 Pfd., der achte Theil davon beträgt 14 Pfd. und 5 mal so viel macht 70 Pfd. Auf diese Art lassen sich die Resultate folgender Aufgaben sogleich im Kopfe berechnen, nämlich:

Berlin.

$\frac{3}{8}$ Rthlr. = 9 Ggr.	$\frac{7}{12}$ Rthlr. = 14 Ggr.
$\frac{2}{3}$ Rthlr. = 16 Ggr.	$\frac{5}{6}$ Rthlr. = 20 Ggr.
$\frac{3}{4}$ Pfund = 24 Loth	$\frac{5}{8}$ Pfund = 20 Lth.

Braunschweig.

$\frac{7}{8}$ Rthlr. = 21 Ggr.	$\frac{5}{6}$ Ggr. = 10 Pf.
$\frac{4}{9}$ Rthlr. = 16 Gr.	$\frac{3}{4}$ Gr. = 6 Pf.

Bremen.

$\frac{17}{36}$ Rthlr. = 34 Grt.	$\frac{11}{12}$ Rthlr. = 66 Grt.
$\frac{5}{9}$ Rthlr. = 40 —	$\frac{5}{8}$ Rthlr. = 45 —

Hamburg.

$\frac{1}{4}$ Mark = 4 Schil.	$\frac{3}{4}$ Mark = 12 Schil.
$\frac{5}{8}$ Mark = 10 Schil.	$\frac{7}{8}$ Mark = 14 Schil.

Leipzig.

$\frac{7}{10}$ Zentn. = 77 Pfd.	$\frac{7}{11}$ Zentn. = 70 Pfd.
$\frac{4}{5}$ Zentn. = 88 Pfd.	$\frac{9}{22}$ Zentn. = 45 Pfd.
$\frac{1}{4}$ Zentn. = $27\frac{1}{2}$ Pfd.	$\frac{1}{8}$ Zentn. = $13\frac{6}{8}\|\frac{3}{4}$ Pfd.

§. 103.

Die Resultate der letztern beiden Aufgaben enthalten noch einen leichten Bruch von einem Pfunde, dessen Betrag nun wieder in der nächstniedern Sorte gesucht werden muſs. Allein beide Brüche lassen sich auch hier wieder im Kopfe in ganzen Zahlen darstellen. Ein Pfund hat 32 Loth, folglich beträgt die Hälfte davon (oder $\frac{1}{2}$) 16 Loth. $\frac{3}{4}$ Pfd. ist dreimal der 4te Theil von 1 Pfd. oder von 32 Loth, d. i. 3 × 8 oder 24 Loth.

Sollte nun gefunden werden, wie viel $\frac{3}{4}$ Zentner, oder wie viel $\frac{5}{8}$ Zentn. in der nächstniedern Sorte betragen, so würde im ersten Falle $\frac{3}{4}$ Zentn. = 3 × $27\frac{1}{2}$ Pfd. = $82\frac{1}{2}$ Pfd. im andern Falle aber würde $\frac{5}{8}$ Zentn. = 5 × $13\frac{3}{4}$ Pfd. = $68\frac{3}{4}$ Pfd. Die den ganzen Zahlen hier angehängten Brüche lassen sich mit leichter Mühe in einer niedern Sorte aus-

drücken, und enthalten, wie aus dem vorigen schon bekannt, 24 Loth. Als ein Erleichterungsmittel für Anfänger in der Bruchrechnung, denen besonders die Multiplikation der Brüche noch unbekannt ist, hat man daher die obige Regel umgekehrt und also ausgedrückt:

Multiplizire die jedesmalige Reduktionszahl mit dem Zähler, und dividire das Produkt durch den Nenner. Der Quotient enthält ebenfalls das gesuchte Resultat. Uebrigens brauche ich wohl kaum zu erinnern, daſs man diese Regel nur bei solchen Brüchen anzuwenden pflegt, deren Nenner in der Reduktionszahl nicht ohne Rest aufgehen. Wollte man sie durchgängig anwenden, so würde die Rechnung sehr häufig, ohne allen Nutzen, vergröſsert werden.

Ex. 1) Was betragen $\frac{5}{16}$ Rthlr. in Leipzig? Antw, $\frac{5 \times 24}{16}$ Ggr.

$\frac{5}{16}$ Rthlr. : 24
(5
120
16) 8
$7\frac{8}{16}|\frac{1}{2}$ Ggr. = 7 Ggr. 6 Pf.

Oder.

$\frac{5}{16}$: 24
16)
$1\frac{1}{2}$
(5
$7\frac{1}{2}$ Ggr.

Ex. 2) Wie viel betragen $\frac{4}{9}$ Rthlr. in Berlin? Antw. $\frac{4 \times 24}{9}$ Ggr.

$\frac{4}{9}$: 24

$\overline{\quad 96 \quad}$ (4

9) 96 ; 3

$10\frac{6}{9}|\frac{2}{3}$ Ggr. = 10 Ggr. 8 Pf.

Ex. 3) Wie viel betragen $\frac{17}{24}$ fl. in Nürnberg?

$\frac{17}{24}$ fl. : 60 Rdktz.

17

1020

24) ; 12

$42\ \frac{12}{24}|\frac{1}{2}$ Xr.

Ex. 4) $\frac{25}{32}$ fl., wie viel sind es Xr. etc. in Bamberg?

$\frac{25}{32}$ fl. : 60 Rdktz.

25

$32 = 4 \times 8$ 1500

4) 375

8) $46\frac{7}{8}$ Xr. 4 Redktz.

7

28

8) ; 4

$3\frac{4}{8}|\frac{1}{2}$ Pf.

$\frac{25}{32}$ fl. = 46 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf.

Ex. 5) $\frac{89}{250}$ fl. pr. in Königsberg, wie viel sind es Gr. etc.?

$\frac{89}{250}$ fl. : 30 Rdktz.

89

25$\not{0}$) 267$\not{0}$ | 10 Ggr.

17 × 18

136

25) 306 | $12\frac{6}{25}$ Pf.

56

6

$\frac{89}{250}$ fl. pr. = 10 Ggr. $12\frac{6}{25}$ Pf. = 10 Ggr. $12\frac{1}{4}$ Pf. cca.

Wie diese sämmtlichen Resultate gefunden worden, zeigt die hier beigefügte Berechnung jeder Aufgabe selbst, ohne einer weitern Erklärung zu bedürfen.

§. 104.

Uebungsbeispiele.

Breslau.

1) $\frac{5}{6}$ Rthlr.	2) $\frac{9}{10}$ Rthlr.	3) $\frac{4}{5}$ Rthlr.
4) $\frac{8}{15}$ Rthlr.	5) $\frac{17}{30}$ Rthlr.	6) $\frac{11}{12}$ Rthlr.
7) $\frac{3}{4}$ Sgr.	8) $\frac{5}{6}$ Sgr.	9) $\frac{2}{3}$ Sgr.
10) $\frac{1}{2}$ Zentn.	11) $\frac{3}{4}$ Zentn.	12) $\frac{5}{8}$ Zentn.

Frankfurt a. M.

13) $\frac{3}{4}$ fl.	14) $\frac{5}{8}$ fl.	15) $\frac{8}{15}$ fl.
16) $\frac{19}{24}$ fl.	17) $\frac{23}{40}$ fl.	18) $\frac{41}{120}$ fl.

Hamburg.

19) $\frac{7}{8}$ Mk.	20) $\frac{15}{32}$ Mk.	21) $\frac{7}{12}$ Mk.
22) $\frac{5}{8}$ Zentn.	23) $\frac{3}{4}$ Zentn.	24) $\frac{3}{4}$ Stn. Flachs.

Petersburg

25) $\frac{4}{5}$ Rub.	26) $\frac{1}{4}$ Rub.	27) $\frac{5}{16}$ Rub.
28) $\frac{3}{8}$ Pud.	29) $\frac{11}{80}$ Pud.	30) $\frac{51}{64}$ Pud.

§. 105.

Ganze Zahlen in Brüche zu reduziren.

Dieses kann auf eine dreifache Art geschehen:

1) *Wenn der ganzen Zahl nur Bruchsgestalt gegeben werden soll.* Dies ist am leichte-

sten. Man nimmt nämlich die ganze Zahl zum Zähler eines Bruches, dessen Nenner 1 ist; folglich setzt man blos eine 1 unter die ganze Zahl, und trennt beide Ziffern durch einen Querstrich, wie man gewöhnlich die Brüche schreibt. Z. B. wenn 4 Rthlr. in Bruchsgestalt ausgedrückt werden sollen, so stehet der verlangte Bruch gleich also: $\frac{4}{1}$ Rthlr.

2) *Wenn der Nenner, den der Bruch haben soll, gegeben ist.* In diesem Falle multiplizirt man die ganze Zahl mit dem gegebenen Nenner, das dadurch erhaltene Produkt wird der Zähler eines Bruches, dessen Nenner dieser gegebene Nenner selbst ist. Wenn z. B. 4 Rthlr. in einen Bruch verwandelt werden sollen, dessen Nenner 8 ist, so wird die ganze Zahl 4 mit dem gegebenen Nenner 8 multiplizirt, das Produkt 32 wird der Zähler und 8 wird der Nenner, nämlich also $\frac{32}{8}$ Rthlr. Dadurch wird die ganze Zahl 4 Rthlr. in lauter 8tel Thaler verwandelt. Ein Thaler besteht aus $\frac{8}{8}$ folglich enthalten 4 Thaler 4 mal so viel 8tel das sind 32 Achtel oder $\frac{32}{8}$. Sollen aus 6 Pfd. Viertelpfunde gemacht, oder soll die Zahl 6 in einen Bruch verwan-

delt werden, dessen Nenner 4 ist, so heifst der daraus entstehende Bruch $\frac{24}{4}$ Pfd. Ein Pfund hat 4 Viertel, 6 Pfunde betragen folglich 6 mal so viel Viertel, d. i. 24 Viertel oder $\frac{24}{4}$ Pfd. Ein jeder wird daher die Richtigkeit folgender Beispiele sogleich einsehen.

Die gegebene Zahl.	Der gegebene Nenner.		Der daraus entstandene Bruch.
5 fl.	10	=	$\frac{50}{10}$ fl.
11 Zentn. . . .	8	=	$\frac{88}{8}$ Zent.
12 Pfd.	8	=	$\frac{96}{8}$ Pfd.
6 Stein	22	=	$\frac{132}{22}$ Stein.
8 Stüv.	16	=	$\frac{128}{16}$ Stüv.
16 Mk.	4	=	$\frac{64}{4}$ Mk.
15 Rthlr. . . .	6	=	$\frac{90}{6}$ Rthlr.
36 Mgr.	8	=	$\frac{288}{8}$ Mgr.

§. 106.

F o r t s e t z u n g.

3) *Wenn eine ganze benannte Zahl, oder auch selbst ein Bruch, in einen Bruch der höhern Sorte verwandelt werden soll.* Alle niedere Sorten von Münzen, Maasen und Gewichten,

sind schon, in Vergleichung mit der höhern Sorte, unter welcher sie stehen, Brüche. So sind 6 Ggr. so viel als $\frac{6}{24}$ oder in kleinern Zahlen, so viel als $\frac{1}{4}$ Thaler, und 8 Lothe sind so viel als $\frac{8}{32}$ oder in kleinern Zahlen, so viel als $\frac{1}{4}$ Pfd. Die allgemeine Regel wird daher so ausgedrückt:

Mache die benannte ganze Zahl zum Zähler eines Bruches, und setze die Reduktionszahl der höhern Sorte als Nenner darunter. Der dadurch erhaltene Bruch wird dann, wo es angeht, in kleinern Zahlen ausgedrückt, oder abbrevirt.

Sollen z. B. 55 berliner Pfunde in einen Bruch vom Zentner reduzirt werden, so verfährt man nach der angegebenen Regel folgendermaſsen:

$$55 \text{ Pfd.} = \frac{\overset{55}{\smile}\;22}{110} \Big| \frac{1}{2} \text{ Zent.}$$

Die Reduktion von 8 Pf. in einen Bruch vom Thaler geschieht also:

$$\frac{\overset{8}{\smile}\;8}{288} \Big| \frac{1}{36} \text{ Rthlr.}$$

Ferner:

22 Pfd. $= \overset{22}{\frac{22}{110}}\Big\vert\frac{1}{5}$ Zentn.	24 Groot $= \overset{24}{\frac{24}{72}}\Big\vert\frac{1}{3}$ Rthlr.
16 Ggr. $= \overset{8}{\frac{16}{24}}\Big\vert\frac{2}{3}$ Rthlr.	16 Stüv. holl. $= \overset{4}{\frac{16}{20}}\Big\vert\frac{4}{5}$ fl.
8 Mgr. $= \overset{4}{\frac{8}{36}}\Big\vert\frac{2}{9}$ Rthlr.	12 Schl. lüb. $= \overset{4}{\frac{12}{16}}\Big\vert\frac{3}{4}$ Mk. l.
8 Pfen. $= \overset{4}{\frac{8}{12}}\Big\vert\frac{2}{3}$ Ggr.	14 S. stl. engl. $= \overset{2}{\frac{14}{20}}\Big\vert\frac{7}{10}$ Lstrl.

Ist die Zahl, welche in einen Bruch der höhern Sorte reduzirt werden soll, selbst *ein Bruch*, so wird blos der Nenner mit der Reduktionszahl multiplizirt, der Zähler aber bleibt ganz unverändert. Z. B. $\frac{3}{4}$ Ggr. in einen Thalerbruch verwandelt, wird $\frac{1}{32}$ Rthlr. denn

$$\frac{3}{4 \cdot 24} = \overset{3}{\frac{3}{96}}\Big\vert\frac{1}{32}$$

Oder $\frac{5}{8}$ Pfd. in einen Zentnerbruch verwandelt, gibt $\frac{1}{176}$ Zentn. denn

$$\frac{5}{8 \cdot 110} = \overset{5}{\frac{5}{880}}\Big\vert\frac{1}{176} \text{ Zentn.}$$

Ferner:

$$\tfrac{2}{3} \text{ Ggr.} = \frac{2}{3 \cdot 24} \text{ Rthlr.} = \overset{2}{\frac{2}{72}}\Big\vert\frac{1}{36} \text{ Rthlr.}$$

$$\tfrac{3}{4} \text{ Schil.} = \frac{3}{4 \cdot 16} \text{ Mark} = \frac{3}{64} \text{ Mk.}$$

Sind die Zahlen, welche in Brüche der höhern Sorte reduzirt werden sollen, *gemischte Brüche*, so werden sie erst eingerichtet, und dann verfährt man, wie schon gezeigt worden; z. B. $10\frac{1}{2}$ Ggr. in einen Thalerbruch reduzirt, gibt $\frac{7}{16}$ Rthlr. nämlich:

$$10\tfrac{1}{2}\text{ Ggr.} = \frac{21}{2\cdot 24} = \frac{21}{48}\Big|\frac{7}{16}\text{ Rthlr.}\quad(3)$$

Ferner:

$$31\tfrac{1}{2}\text{ Mgr.} = \frac{63}{2\cdot 36} = \frac{63}{72}\Big|\frac{7}{8}\text{ Rthlr.}\quad(9)$$

$$8\tfrac{3}{4}\text{ Stüv. holl.} = \frac{35}{4\cdot 20} = \frac{35}{80}\Big|\frac{7}{16}\text{ fl. holl.}\quad(5)$$

$$5\tfrac{1}{2}\text{ Pfd. leipz.} = \frac{11}{2\cdot 110} = \frac{11}{220}\Big|\frac{1}{20}\text{ Zentn.}\quad(11)$$

Dies vorausgesetzt, wird es nun sehr leicht seyn, ganze Zahlen von verschiedenen Sorten in einen Bruch der höhern Sorte zu verwandeln. Z. B. 3 Ggr. 9 Pf., was für Theile sind es vom Thaler? Antw. $\frac{5}{32}$ Rthlr. nämlich:

$$3\text{ Ggr. }9\text{ Pf.} = 3\tfrac{3}{4}\text{ Ggr.} = \frac{15}{4\cdot 24}\text{ Rthlr.} = \frac{15}{96}\Big|\frac{5}{32}\text{ Rthlr.}\quad(3)$$

Es wird die niederste Sorte in einen Bruch der höhern Sorte gebracht, dann der gemischte Bruch eingerichtet, und dessen Nenner mit der Reduktionszahl multiplizirt.

h) Mariengros

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1
1/36	1/18	1/12	1/9	5/36	1/6	7/36	2/9	1/4	5/18	11/36	1/3	1/3

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	3
19/32	5/9	7/12	11/18	23/36	2/3	25/36	13/18	3/4	7/9	29/36	5/6	3/3

i) Pfunde in Ru

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1/40	1/20	3/40	1/10	1/8	3/20	7/40	1/5	9/40	1/4	11/40	3/10	13/40

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	3
21/40	11/20	23/40	3/5	5/8	13/20	27/40	7/10	29/40	3/4	31/40	4/5	33/40	[illegible]

k) Kreuze

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1/60	1/30	1/20	1/15	1/12	1/10	7/60	2/15	3/20	1/6	11/60	1/5	13/60

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
7/20	11/30	23/60	2/5	5/12	13/30	9/20	7/15	29/60	1/2	31/60	8/15	11/20

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
41/60	7/10	43/60	11/15	3/4	23/30	47/60	4/5	49/60	5/6	17/20	13/15	53/60

l) Groot in B

beigefügte Tabelle (A.) dienen, nach welcher sich ein jeder für die in seinem Lande, oder

c h e n.

3	14	15	16	17	18	Mgr.
$\frac{3}{6}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{1}{2}$	Rthlr.

1	32	33	34	35	36	Mgr.
$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{17}{18}$	$\frac{35}{36}$	1	Rthlr.

ſsland.

14	15	16	17	18	19	20	Pfd.
$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{17}{40}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{19}{40}$	$\frac{1}{2}$	Pud

34	35	36	37	38	39	40	Pfd.
$\frac{17}{20}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{37}{40}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{39}{40}$	1	Pud.

r.

14	15	16	17	18	19	20	Xr.
$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{19}{60}$	$\frac{1}{3}$	rfl.

34	35	36	37	38	39	40	Xr.
$\frac{17}{30}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{37}{60}$	$\frac{19}{30}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{2}{3}$	rfl.

54	55	56	57	58	59	60	Xr.
$\frac{9}{10}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{29}{30}$	$\frac{59}{60}$	1	rfl.

remen.

gemischte Bruch eingerichtet,
Nenner mit der Reduktionszahl

Eben dies gilt auch von folgenden Beispielen:

$$8 \text{ Ggr. } 3 \text{ Pf.} = 8\tfrac{1}{4} \text{ Ggr.} = \frac{8\frac{1}{4}}{24}\Big|\frac{33}{96}\Big|\frac{11}{32} \text{ Rthlr.}$$

$$16 \text{ Ggr. } 8 \text{ Pf.} = 16\tfrac{2}{3} \text{ Ggr.} = \frac{16\frac{2}{3}}{24}\Big|\frac{50}{72}\Big|\frac{25}{36} \text{ Rthlr.}$$

$$18 \text{ Stüv. } 12 \text{ Pf. holl.} = 18\tfrac{3}{4} \text{ Stüv.} = \frac{75}{4 \cdot 20} \text{ fl.} = \frac{75}{80}\Big|\frac{15}{16} \text{ fl.}$$

$$\text{oder} = \frac{18\frac{3}{4}}{20}\Big|\frac{75}{80}\Big|\frac{15}{16} \text{ fl.}$$

$$15 \text{ S. } 6 \text{ D. in London} = 15\tfrac{1}{2} \text{ S.} = \frac{15\frac{1}{2}}{20}\Big|\frac{31}{40} \text{ Lsterl.}$$

$$1 \text{ Rthl. } 2 \text{Gr. } 3 \text{Pf. in Leipz.} = 1 \text{ Rthl. } 2\tfrac{1}{4} \text{Gr.} = 1\tfrac{9}{96}\Big|\tfrac{3}{32} \text{Rt.} = \frac{35}{32} \text{Rt.}$$

$$3 \text{Rth. } 12 \text{Mgr. } 4 \text{Pf. in Hildesh.} = 3 \text{Rt. } 12\tfrac{1}{2} \text{Mgr.} = 3\tfrac{25}{72} \text{Rt.} = \frac{241}{72} \text{Rt.}$$

Die Berechnung wird am besten dadurch *probirt*, wenn man den erhaltenen Bruch nach §. 102 u. 103 wieder resolvirt, oder den Betrag desselben in ganzen Zahlen ausrechnet. Auf gleiche Art kann man die Resolution dadurch probiren, wenn man die erhaltenen ganzen Zahlen wieder in Brüche der höhern Sorte reduzirt.

Zur Uebung im Reduziren ganzer Zahlen in Bruchtheile der höhern Sorte, kann die beigefügte Tabelle (A.) dienen, nach welcher sich ein jeder für die in seinem Lande, oder

in seiner Stadt üblichen kleinern Sorten der Münz- Maas- und Gewichtseintheilungen, ähnliche verfertigen kann. Ihr Gebrauch ist in der Regeldetri von grofsem Nutzen.

§. 107.

Uebungsbeispiele.

Wie heifsen die Brüche der höhern Sorte von nachstehenden ganzen Zahlen?

a) in Braunschweig.

1) 15 Ggr. 2) 18 Ggr. 3) 18 Mgr.
4) 6 Mgr. 4 Pf. 5) 20 Mgr. 6 Pf. 6) $1\frac{4}{5}$ Marienguld.
7) 57 Pfund 8) $36\frac{1}{2}$ Pfund 9) 18 Lpfd. 7 Pfd.

b) in Bremen.

10) 54 Groot 11) 30 Gr. 12) 24 Gr. 4 Schwar.
13) 24 Scheffel 14) 36 Schfl. 2 Vrtl. 15) 60 Pfd. 24 Lth.

c) in Breslau.

16) 15 Sgr. 17) 6 Sgr. 3 Denaren 18) 3 Sgr. 9 Denaren.
19) 33 Pfd. 20) 55 Pfd. 21) 12 Pfd.
22) 80 Pfd. 16 Lt. 23) 75 Pfd. 24 Lth. 24) 1 Rth. 15 Sgr. 9 Den.

d) in Florenz und Genua.

25) 8 Denari 26) 10 Denari 27) 15 Soldi.
28) 12 Soldi 4 D. 29) 18 Soldi 9 D. 30) 1 Lira 9 S. 6 D.

e) in Königsberg und Memel.

31) 15 Gr. 32) 24 Gr. 33) 12 Pf. pr.
34) 15 Pf. 35) 20 Gr. 6 Pf. 36) 1 fl. 10 Ggr. 6 Pf.

f) in Kopenhagen.

37) 48 Schil. 38) 32 Schil. 39) 4 Mk. 12 Schil.
40) 3 Mk. 4 Schl. 41) 1 Rthl. 2 Mk. 8 S. 42) 16 Lspfd. 8 Pfd.

g) in London.

43) 8 S.	44) 12 S. 4 D.	45) 1 L. 8 S. 9 D.
46) 56 Pfd.	47) 42 Pfd.	48) 70 Pfd.

h) in Malaga.

49) 17 Maravedis	50) $8\frac{1}{2}$ Marv.	51) 1 Rvln. 12 Marv.

i) in Marseille.

52) 75 Cent.	53) 60 Cent.	54) 15 Sols 8 Den.

k) in Nürnberg.

55) 30 Xr.	56) 56 Xr.	57) 15 Xr. 3 Pf.
58) 25 Pfd.	59) 62 Pfd. 16 Lt.	60) 1 Zentn. 12 Pfd. 16 Lth.

§. 108.

Vergleichung des Werths verschiedener Brüche.

Sollten mehrere Brüche *ganz genau* mit einander verglichen, und ihr Werth bestimmt angegeben werden, so müſste man sie unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen. Diejenigen Brüche, die dann den gröſsten Zähler haben, sind die gröſsten, und die mit dem kleinsten Zähler sind die kleinsten Brüche. Allein es gibt noch einige Merkmale, woran man den Werth eines Bruches gegen einen andern ziemlich genau schätzen kann, ohne die Brüche vorher unter einen Nenner zu bringen.

1) Wenn mehrere Brüche einerlei Zähler haben, so hat der den gröſsten Werth, dessen Nenner der kleinste ist. Denn je grö-

ſser der Nenner ist, in desto mehr Theile ist das Ganze getheilt, und desto kleiner muſs ein solcher Theil seyn.

So ist von $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{15}$, der Bruch $\frac{3}{4}$ der, welcher den gröſsten Werth hat, auf diesen folgt $\frac{3}{5}$, dann $\frac{3}{8}$ und endlich $\frac{3}{15}$, welcher letztere den kleinsten Werth hat.

2) Von mehrern Brüchen, die sowohl ungleiche Zähler, als ungleiche Nenner haben, hat derjenige den gröſsten Werth, dessen Nenner, durch den Zähler dividirt, den kleinsten Quotienten gibt. Je gröſser bei Brüchen, die auf diese Art dividirt werden, der Quotient ist, desto kleiner ist der Werth derselben. So ist $\frac{5}{18}$ kleiner als $\frac{7}{15}$, denn 18 durch 5 dividirt, gibt $3\frac{3}{5}$, hingegen 15 durch 7 dividirt, nur $2\frac{1}{7}$. Ist also in mehrern Brüchen der Zähler im Nenner bei dem einen Bruche eben so oft enthalten, als bei dem andern, so haben die Brüche einerlei Werth; z. B. $\frac{5}{8}$ und $\frac{15}{24}$, bei beiden ist, wenn der Nenner durch den Zähler dividirt wird, der Quotient $1\frac{3}{5}$.

Die Brüche $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$ folgen, in Ansehung ihres Werthes also auf einander: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{12}$. Hieraus sieht man, daſs der gröſste Bruch

am Werthe nicht immer derjenige ist, welcher den gröfsten Zähler oder Nenner hat.

3) Die Brüche, die nur eine Ziffer zum Zähler und nicht über 10 zum Nenner haben, folgen in Absicht ihres Werthes in folgender Ordnung auf einander:

$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{2}$,
$\frac{5}{9}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$.

4) Wenn Zähler und Nenner eines Bruches aus vielen Ziffern bestehen, und sich auch durch keine Zahl abbreviren lassen, so kann man von beiden einige der niedern Ziffern, jedoch im Nenner so viel als im Zähler, weglassen, die übrigbleibenden geben den Werth des Bruches beinahe, oder ohngefähr an. In $\frac{35471}{85937}$ geben, wenn man 4 Ziffern im Zähler und Nenner abschneidet, $\frac{3}{8}$ den Werth des Bruchs zwar ohngefähr, aber noch etwas zu wenig, $\frac{35}{85}$ schon etwas genauer an. Hier thut, wie schon vorher bemerkt worden, die Dezimalbruchrechnung noch bessere Dienste. Ohne diese könnte man, wenn wir uns jetzt schon in das Gebiet der Proportionsrechnung wagen dürften, den Betrag durch ein Regeldetri - Exempel finden; dann würde man folgende Sätze formiren

müssen, um den Bruch in 32stel zu erhalten:

$$85937 : 35471 = 32 : 13$$

Der Betrag des obigen Bruchs wäre dann mit $\frac{13}{32}$ ziemlich genau ausgedrückt.

A. Addition der Brüche.

§. 109.

1) Haben die Brüche gleiche Nenner, so ist die Addition so leicht, als bei ganzen Zahlen, denn in diesem Falle zählt man gleich die Zähler zusammen, und gibt der Summe den Nenner der Brüche. Gemeiniglich entstehen dadurch *unächte Brüche*, wo man dann durch die Division des Nenners in den Zähler die Ganzen herausnimmt, wie folgende Beispiele zeigen.

Ex. 1) *Friedrich Blum* in Leipzig erhält von Triest 8 Ballen smirnische Baumwolle, Nr. 1 wiegt $3\frac{3}{8}$ Zentn., Nr. 2 $3\frac{5}{8}$ Zentn., Nr. 3 $4\frac{1}{8}$ Zentn., Nr. 4 $2\frac{7}{8}$ Zentn., Nr. 5 $3\frac{2}{8}$ Zentn., Nr. 6 $3\frac{4}{8}$ Zentn., Nr. 7 $2\frac{3}{8}$ Zentn., Nr. 8 $2\frac{7}{8}$ Zentn. Wie viel beträgt dies zusammen?

Berechnung.

Nr. 1	$5\frac{3}{8}$	Zentn.	3
- 2	$3\frac{5}{8}$	—	5
- 3	$4\frac{1}{8}$	—	1
- 4	$2\frac{7}{8}$	—	7
- 5	$3\frac{2}{8}$	—	2
- 6	$3\frac{4}{8}$	—	4
- 7	$2\frac{5}{8}$	—	5
- 8	$2\frac{7}{8}$	—	7
	$\overset{\frown}{4}$		

Antw. $26\frac{1}{4}$ Zentn. $\frac{34}{8} = 4\frac{2}{8} = 4\frac{1}{4}$ Zentn.

Ex. 2) *Peter Grupen* in Nürnberg fand in seinen Büchern folgende Debitoren. A. $368\frac{23}{60}$ fl., B. $189\frac{7}{60}$ fl., C. $3614\frac{17}{60}$ fl., D. $211\frac{19}{60}$ fl., E. $536\frac{31}{60}$ fl., F. $190\frac{41}{60}$ fl., G. $88\frac{11}{60}$ fl., H. $38\frac{51}{60}$ fl., I. $104\frac{37}{60}$ fl., K. $75\frac{53}{60}$ fl. Wie viel beträgt die Summe dieser ausstehenden Schulden? Antwort $5417\frac{5}{6}$ fl. wie hier folgt:

Berechnung.

A.	$368\frac{23}{60}$	fl.	23
B.	$189\frac{7}{60}$	-	7
C.	$3614\frac{17}{60}$	-	17
D.	$211\frac{19}{60}$	-	19
E.	$536\frac{31}{60}$	-	31
F.	$190\frac{41}{60}$	-	41
G.	$88\frac{11}{60}$	-	11
H.	$38\frac{51}{60}$	-	51
I.	$104\frac{37}{60}$	-	37
K.	$75\frac{53}{60}$	-	53
	$\overset{\frown}{4}$		

Summe $5417\frac{5}{6}$ fl. $\frac{29\emptyset}{6\emptyset} = 4\frac{5}{6}$.

§. 110.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viel betragen *in Berlin* $\frac{5}{24}$ Wispel + $\frac{7}{24}$ + $\frac{11}{24}$ + $\frac{13}{24}$ + $\frac{17}{24}$ + $\frac{19}{24}$ + $\frac{23}{24}$ Wisp.?

2) Wie viel — $3\frac{7}{16}$ Pfd. + $\frac{9}{16}$ + $21\frac{5}{16}$ + $36\frac{15}{16}$ + $4\frac{3}{16}$ + $10\frac{11}{16}$?

3) Wie viel — 15 Rthlr. $16\frac{7}{12}$ Ggr. + 38 Rthlr. $19\frac{5}{12}$ Ggr. + 19 Rthlr. $17\frac{11}{12}$ Ggr. + 9 Rthlr. $9\frac{5}{12}$ Ggr. + $21\frac{11}{12}$ Ggr.

4) Wie viel — $18\frac{7}{8}$ + $25\frac{3}{8}$ + $7\frac{5}{8}$ + $11\frac{7}{8}$ + $39\frac{3}{8}$ + $52\frac{5}{8}$ Ellen.

5) Wie viel betragen in Hamburg $7\frac{3}{16}$ Mk. + $8\frac{5}{16}$ + $9\frac{7}{16}$ + $12\frac{9}{16}$ + $18\frac{11}{16}$ + $43\frac{13}{16}$ + $87\frac{15}{16}$ Mk.

6) Wie viel — $18\frac{7}{20}$ Stein + $13\frac{3}{20}$ + $19\frac{11}{20}$ + $34\frac{9}{20}$ + $107\frac{19}{20}$ + $73\frac{13}{20}$ + $60\frac{17}{20}$ + $8\frac{1}{20}$?

§. 111.

2) Haben aber die gegebenen Brüche verschiedene Nenner, so müssen sie vor der Addition erst unter einerlei Nenner gebracht werden. So sind $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ weder 4 Viertel, noch 4 Achtel, und man kann diese beiden Brüche nicht eher addiren, als bis sie einerlei Nenner oder gleiche Benennung haben. Mache ich nun die $\frac{3}{4}$ zu Achtel, so erhalte

ich $\frac{6}{8}$, hierzu $\frac{1}{8}$, so sind es zusammen $\frac{7}{8}$. Hieraus sieht man, daſs sich öfters ein Bruch, wie hier $\frac{3}{4}$, mit einem andern (hier $\frac{1}{8}$) unter gleiche Benennung bringen lasse, indem man nur den einen durch die Multiplikation erweitert, und zwar mit der Zahl, welche anzeigt, wie oft der kleinere Nenner in dem gröſsern enthalten sei. Bei dem obigen Bruche ist es die Zahl 2, denn 4 ist in 8 zweimal enthalten, folglich darf ich nur Zähler und Nenner mit 2 multipliziren, so kommen $\frac{6}{8}$. Dies gilt auch von folgenden Beispielen:

a) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$
$\frac{7}{16}$
$\frac{17}{16} = 1\frac{1}{16}$

b) $\frac{11}{16}$ Rthlr.
$\frac{3}{4}$ - $= \frac{12}{16}$
$\frac{23}{16}$ Rthlr. $= 1\frac{7}{16}$ Rthlr.

c) $16\frac{1}{2}$ Zentn. $= \frac{4}{8}$ 4
$9\frac{3}{4}$ - $= \frac{6}{8}$ 6
$21\frac{7}{8}$ - $\frac{7}{8}$ 7
2
$48\frac{1}{8}$ Zentn. $\frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$

d) $7\frac{1}{4}$ fl. $= \frac{5}{20}$ 5
$13\frac{9}{10}$ - $= \frac{18}{20}$ 18
$51\frac{17}{20}$ - $= \frac{17}{20}$ 17
2
73 fl. $\frac{40}{20} = 2$

Aus diesen Beispielen ergibt sich nun gleichsam von selbst: wenn mehrere Brüche zu addiren sind, deren Nenner in einem solchen Verhältnisse zusammen stehen, daſs die kleinern ohne Rest in dem gröſsten aufgehen, so kann man diesen gröſsten als den gemeinschaftlichen Nenner aller Brüche an-

nehmen. Nun dividirt man diesen gemeinschaftlichen Nenner durch jeden der kleinern Nenner, und findet dadurch die Zahl, mit welcher die respektiven Zähler multiplizirt werden müssen, um in gleichem Verhältnisse mit den Nennern anzuwachsen, oder zuzunehmen. Z. B.

1) Addire $\frac{11}{48} + \frac{7}{24} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{11}{12}$ Rthlr. Die Berechnung ist folgende:

			48
$\frac{11}{48}$	Rthlr.	1	11
$\frac{7}{24}$	-	2	14
$\frac{1}{2}$	-	24	24
$\frac{5}{6}$	-	8	40
$\frac{3}{8}$	-	6	18
$\frac{11}{12}$	-	4	44

$3\frac{7}{48}$ Rthlr. $\frac{151}{48} = 3\frac{7}{48}$.

Der gemeinschaftliche, oder wie er auch genannt wird, *Generalnenner* ist hier 48; in diesen gehen alle übrigen Brüche ohne Rest auf. Die Zahlen linker Hand der vertikalen Linie sind die durch die Division der kleinern Nenner in den obigen Generalnenner gefundenen Zahlen, mit welchen die respektiven Nenner vermehrt werden müssen, um eine zu ihrem vergröſserten Nenner verhältniſsmäſsige Gröſse zu geben. Die Zahlen rechter Hand dieser vertikalen Linie enthalten nun die neuen Zähler, deren Nenner 48 ist. Zum

Beweise der Richtigkeit dieser Rechnung abbrevire man jeden auf diese Art erhaltenen neuen Bruch, und man wird den erstern Bruch, aus welchem derselbe entstanden ist, in ebendenselben kleinern Zahlen wieder erhalten, z. B.

$$\frac{14}{48}\overset{2}{\Big|}\frac{7}{24} \qquad \frac{24}{48}\overset{24}{\Big|}\frac{1}{2} \qquad \frac{40}{48}\overset{8}{\Big|}\frac{5}{6} \qquad \frac{18}{48}\overset{6}{\Big|}\frac{3}{8} \qquad \frac{44}{48}\overset{4}{\Big|}\frac{11}{12}$$

Wie der kleinste Generalnenner bei der Addition solcher Brüche, die kein so in die Augen fallendes Verhältniſs unter einander haben, gefunden werde, dies wird den Inhalt des folgenden §. ausmachen.

§. 112.

Ehe wir aber den zu Ende des vorigen §. erwähnten kleinsten Generalnenner finden lernen, ist hier der schicklichste Ort noch nachzuholen: wie zwei oder mehrere Brüche von ganz ungleichen Nennern unter einerlei Nenner gebracht werden. Man multiplizirt nämlich die Nenner und macht das Produkt zum gemeinschaftlichen oder Generalnenner. Oder man multiplizirt, wenn es besonders nur zwei Brüche sind, jeden Bruch mit des andern Bruches Nenner. Es sollen z. B. $\frac{2}{3}$

und $\frac{3}{4}$ Rthlr. addirt werden, der gemeinschaftliche Nenner ist hier 3×4 d. i. 12 und die Berechnung ist folgende:

	12
$\frac{2}{3}$ Rthlr. 4	8
$\frac{3}{4}$ - 3	9
$1\frac{5}{12}$ Rthlr.	$\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

Oder.

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{12} \\ \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12} \\ \hline \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}. \end{array}$$

Ferner: wie viel betragen $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ fl.?

$$\begin{array}{l} \frac{3}{4} \text{ fl.} \times 5 = \frac{15}{20} \\ \frac{4}{5} \text{ -} \times 4 = \frac{16}{20} \\ \hline \frac{31}{20} = 1\frac{11}{20} \text{ fl.} = 1 \text{ fl. } 33 \text{ Xr.} \end{array}$$

Oder	20
$\frac{3}{4}$ 5	15
$\frac{4}{5}$ 4	16
	$\frac{31}{20} = 1\frac{11}{20}$.

Addire $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$. Der Generalnenner ist hier $4 \times 5 \times 3 = 60$ und die Berechnung ist folgende:

		60
$\frac{1}{4}$	15	15
$\frac{2}{5}$	12	24
$\frac{1}{3}$	20	20
Summe		$\frac{59}{60}$

Da aber doch bei mehrern Brüchen, die addirt werden sollen, gewöhnlich gern einige

darunter sind, die ein gewisses theilbares Verhältniſs unter einander haben, so schreibt man, um den *kleinsten gemeinschaftlichen Nenner* zu finden, erst alle Nenner der gegebenen Brüche in eine Reihe, und durchstreicht die kleinern Nenner, welche sich in den gröſsern ohne Rest aufheben lassen. Dann sucht und erwählt man sich einen Divisor, der sich in zwei oder mehrere der übrigen Nenner ohne Rest theilen läſst, und schreibt die Quotienten, so wie die Nenner, die sich durch den erwählten Nenner nicht theilen lassen, unter eine darunter gezogene Linie. Nun versucht man es nochmals, ob sich etwa ein oder der andere kleine Nenner in einem gröſsern ohne Rest aufheben lasse, und streicht jenen in diesem Falle ebenfalls aus. Sollten sich unter den nun übrig gebliebenen Nennern noch einige durch eine Zahl theilen lassen, so erwähle man nochmals einen Divisor, und verfahre damit wie vorher. Läſst sich nichts mehr verkleinern, so multiplizirt man die sämmtlichen übriggebliebenen Nenner nebst den erwählten Divisoren. Das Produkt derselben ist der *kleinste gemeinschaftliche* oder *Generalnenner*.

Dieser Generalnenner wird dann durch alle Nenner der gegebenen Brüche dividirt, mit den erhaltenen Quotienten aber werden sämmtliche Zähler multiplizirt. Die Produkte hiervon sind die Zähler der Brüche, welche alle den gemeinschaftlichen Nenner haben, und den gegebenen Brüchen gleich sind.

Ex. 1) Es sollen addirt werden: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{10} + \frac{8}{15}$ fl. Die Berechnung, welche $4\frac{47}{60}$ fl. zum Fazit gibt, ist nach der gegebenen Anweisung folgende:

		60
$\frac{1}{2}$ fl.	30	30
$\frac{2}{3}$ -	20	40
$\frac{3}{4}$ -	15	45
$\frac{4}{5}$ -	12	48
$\frac{5}{6}$ -	10	50
$\frac{7}{10}$ -	6	42
$\frac{8}{15}$ -	4	32
$4\frac{47}{60}$ fl.		287 \| 4

$$\begin{array}{r|l} 287 & 4 \\ \hline 60 & \\ 240 & \\ \hline 47 & \\ \hline 60 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \not 2.\ \not 3.\ 4.\ \not 5.\ 6.\ 10.\ 15. \\ 5)\overline{} \\ \quad 4.\ \ 6.\ \ \not 2.\ \not 3. \\ 2)\overline{} \\ \quad 2.\ \ 3. \end{array}$$

Generalnenner: $2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60$.

Oder.

$$\begin{array}{l} \not 2.\ \not 3.\ 4.\ \not 5.\ 6.\ 10.\ 15. \\ 2)\overline{} \\ \quad 2.\ \ \not 3.\ \not 5.\ 15. \end{array}$$

Generalnenner: $2 \times 15 \times 2 = 60$.

Unter den hier zur Rechten besonders notirten Nennern gehen auf 2 in 4; 3 und 5 in 15, es bleiben nun übrig 4. 6. 10. 15, wo man es den letztern beiden gleich ansieht, dafs sie sich durch 5 ohne Rest theilen lassen, die dadurch erhaltenen Quotienten 2

und 3 gehen nun in 4 und 6 auf. Diese zwei Nenner (4 und 6) lassen sich durch den Divisor 2 verkleinern, nämlich in 2 und 3. Das Produkt von diesen Nennern 2 und 3 und den erwählten beiden Divisoren gibt den Generalnenner 60. Dieser Generalnenner wird durch einen jeden Nenner der gegebenen Brüche dividirt, und dadurch diejenige Zahl gefunden, welche anzeigt, wie vielmal der Generalnenner gröſser sei, als der gegebene; wird nun der Zähler des gegebenen Bruches eben so vielmal gröſser gemacht, so behält der neue Bruch den Werth des alten. Die linker Hand der senkrechten Linie befindlichen Zahlen sind also die, durch die Division der Nenner der gegebenen Brüche in den Generalnenner gefundenen respektiven Quotienten, mit welchen aber der Kürze wegen, nur die Zähler der gegebenen Brüche multiplizirt werden, weil die Multiplikation derselben mit den Nennern jedesmal den obigen Generalnenner zum Produkte bringt.

Ex. 2) Addire nachstehende Posten:

			1440
$354\frac{5}{6}$	Rthlr.	240	1200
$88\frac{7}{8}$	-	180	1260
$117\frac{5}{9}$	-	160	800
33	-		
$16\frac{17}{24}$	-	60	1020
$686\frac{21}{32}$	-	45	945
$77\frac{8}{15}$	-	96	768
160	-		
$98\frac{11}{12}$	-	120	1320
$234\frac{17}{18}$	-	80	1360
$57\frac{2}{3}$	-	480	960
$743\frac{23}{30}$	-	48	1104
$96\frac{31}{45}$	-	32	992
$420\frac{3}{4}$	-	360	1080
8			

$3187\frac{1289}{1440}$ Rthlr. $\frac{12809}{1440} = 8\frac{1289}{1440}$

$=$ 10 Ggr. 9 Pf. cca.

Nenner. 6̸. 8̸. 9̸. 24. 32. 1̸5̸. 1̸2̸. 18. 3̸. 30. 45. 4̸.

8) 3̸. 4. 18. 30. 45.

5) 4. 18. 6̸. 9̸.

2) 2. 9.

Generalnenner $2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 8 = 1440$.

Hieraus sieht man zugleich, daſs, wenn gemischte Brüche zu addiren sind, man erst die den ganzen Zahlen angehängten Brüche, wie kleinere Sorten, addirt, und die darin enthaltenen Ganzen zu den Ganzen selbst mit überträgt. Die Summe der addirten Brüche

macht $\frac{12809}{1440}$, worin 8 Ganze enthalten sind, die als 8 Rthlr. zu den Einern der Thaler hinzu addirt werden.

§. 113.

Uebungsbeispiele.

1) Addire $\frac{3}{4}$ Zentn. + $\frac{1}{2}$ Zentn. + $\frac{5}{8}$ Zentn. + $\frac{1}{4}$ Zentn. + $\frac{7}{8}$ Zentn.

2) — $18\frac{3}{4}$ Rthlr. + $12\frac{1}{2}$ Rthlr. + $8\frac{2}{3}$ Rthlr. + $9\frac{5}{8}$ Rthlr. + $10\frac{5}{6}$ Rthlr. + $37\frac{11}{12}$ Rthlr. + $63\frac{17}{24}$ Rthlr.

3) — $7\frac{1}{4}$ Pfd. + $16\frac{1}{2}$ Pfd. + $\frac{7}{8}$ Pfd. + $12\frac{9}{16}$ Pfd. + $31\frac{31}{32}$ Pfd.

4) Der Fuhrmann Marheineke in Hildesheim hat 6 Fässer Kaufmannsgüter nach Braunschweig zu liefern, Nr. 1. wiegt $7\frac{5}{8}$ Zentn., Nr. 2. $6\frac{3}{4}$ Zentn., Nr. 3. $8\frac{1}{2}$ Zentn., Nr. 4. $5\frac{7}{8}$ Zentn., Nr. 5. $6\frac{1}{2}$ Zentn., Nr. 6. $7\frac{1}{4}$ Zentn., wie viel Zentner beträgt es zusammen?

5) Ein amsterdamer Kaufmann hat folgende Debitoren: A. $1195\frac{3}{4}$ fl., B. $785\frac{7}{10}$ fl., C. $921\frac{4}{5}$ fl., D. $3746\frac{9}{20}$ fl., E. $562\frac{2}{3}$ fl., F. $4629\frac{11}{12}$ fl. Wie viel beträgt die Summe?

6) *Mart. Lima* in Lissabon sendet folgende 6 Fässer Kaffee nach Bremen: Nr. 18. $519\frac{1}{4}$

Arrobe; Nr. 20. $486\frac{5}{8}$ Ar.; Nr. 21. $529\frac{11}{16}$ Ar.; Nr. 22. $611\frac{29}{32}$ Ar.; Nr. 30. $490\frac{7}{8}$ Ar. und Nr. 34. $554\frac{13}{16}$ Ar. Wie viel Arroben Kaffee sind es zusammen?

7) *Sylv. Tempest* in London übernimmt zugleich mit der Handlung folgende Creditoren: L. 349 L. 8 S. $9\frac{1}{2}$ D., M. 672 L. 18 S. $4\frac{3}{4}$ D., N. 182 L. 15 S. $3\frac{5}{12}$ D., O. 251 L. 11 S. $10\frac{13}{24}$ D., P. 35 L. 4 S. $6\frac{19}{36}$ D., Q. 18 L. 8 S. $8\frac{23}{32}$ D., R. 104 L. 19 S. $7\frac{11}{24}$ D., S. 49 L. 13 S. $5\frac{7}{8}$ D. Wie viel Lsterl. etc. braucht derselbe, um diese übernommenen Gläubiger zu befriedigen?

8) Addire $\frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{1}{2} + \frac{7}{15} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{6} + \frac{11}{12}$.

9) — $17\frac{5}{8} + 31\frac{7}{12} + 9\frac{9}{16} + 109\frac{11}{24} + 8\frac{21}{32} + \frac{3}{4} + 88 + 11\frac{2}{3} + 79\frac{7}{15} + 30\frac{17}{30}$.

10) Wie heisst die Summe von folgenden Geldposten in Bremen: $345\frac{41}{54}$ Rthlr. + $137\frac{7}{8}$ Rthlr. + $98\frac{23}{36}$ Rthlr. + $18\frac{65}{72}$ Rthlr. + $1846\frac{3}{4}$ Rthlr. + $79\frac{19}{24}$ Rthlr. + $158\frac{31}{96}$ Rthlr. + $1009\frac{5}{6}$ Rthlr.?

B. Subtraktion der Brüche.

§. 114.

Bei der Subtraktion der Brüche werden ebenfalls nur die Zähler subtrahirt, sind aber die Nenner verschieden, so müssen sie, wie bei der Addition, erst unter einerlei Benennung gebracht werden. Es sind übrigens nur einige Bemerkungen, die man sich bekannt zu machen hat.

1) Haben die gegebenen Brüche gleiche Nenner, so wird der Zähler des Subtrahenden von dem Zähler des Minuenden abgezogen, dem Reste aber wird der Nenner der Brüche wieder beigefügt. Dieser Rest kann dann, wo es angeht, in kleinern Zahlen ausgedrückt werden: z. B. $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$ bleiben $\frac{4}{8}$, d. i. $\frac{1}{2}$. Oder $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Ferner $\frac{5}{24}$ Rthlr. von $\frac{23}{24}$ Rthlr. bleiben $\frac{18}{24}$, d. i. $\frac{3}{4}$ Rthlr. Oder $\frac{23}{24} - \frac{5}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

2) Haben aber die gegebenen Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuvor, nach §. 111 unter einerlei Nenner gebracht, und dann wie eben gelehrt worden, subtrahirt. Z. B. von $\frac{3}{4}$ Rthlr. sollen $\frac{2}{3}$ Rthlr. subtrahirt werden. Der Rest läfst sich zwar hier in guten Groschen gleich im Kopfe berechnen, al-

lein als Beispiel eines Subtraktionsgeschäftes in Brüchen wird die beigefügte Berechnung Entschuldigung verdienen. Es ist diese:

		12			
$\frac{3}{4}$ Rthlr.	3	9	Oder.	$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12}$	
$\frac{2}{3}$ -	4	8		$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{12}$	
Rest		$\frac{1}{12}$ Rthlr.		Rest	$\frac{1}{12}$

Ferner subtrahire $\frac{1}{4}$ Zentn. von $\frac{7}{8}$ Zentn.; der Rest ist $\frac{5}{8}$ Zentn. wie hier folgt:

	$\frac{7}{8}$ Zentn.	
	$\frac{1}{4}$ -	$= \frac{2}{8}$
Rest	$\frac{5}{8}$ Zentn.	

Subtrahire 192 fl. 16 Stüv. $12\frac{3}{8}$ Pf. holl. von 400 fl. 10 Stüv. $4\frac{3}{4}$ Pf. Der Rest ist 207 fl. 13 Stvr. $8\frac{3}{8}$ Pf. wie hier folgt:

	400 fl.	10 Stüv.	$4\frac{3}{4}$ Pf.	$= \frac{6}{8}$
	192 -	16 -	$12\frac{3}{8}$ -	
Rest	207 fl.	13 Stüv.	$8\frac{3}{8}$ Pf.	

§. 115.

3) Ist ein Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren, so borgt man sich von der ganzen Zahl eine Einheit, verwandelt sie in eben so viel Theile, als der Nenner des Bruches anzeigt, und zieht dann den Zähler des Bruches davon ab. Z. B. ich soll $\frac{3}{8}$ Zentner von 12 Zentn. abziehen. Da borge ich mir 1 Zentner, und verwandle denselben in sol-

che Theile, als der Nenner des Bruches anzeigt, nämlich in $\frac{8}{8}$; nun sage ich 3 von 8 bleiben 5, nämlich Achtel. Der Rest ist also $11\frac{5}{8}$ wie hier stehet:

$$\begin{array}{rl} & 12.\ \text{Zentn.} \\ & \frac{3}{8} \\ \hline \text{Rest} & 11\frac{5}{8}\ \text{Zentn.} \end{array}$$

Oder man zieht in diesem Falle gleich den Zähler von dem Nenner ab, und vermindert die ganze Zahl um eins.

Z. B.	6 Rthlr.	—	$\frac{1}{4}$ Rthlr.	=	$5\frac{3}{4}$ Rthlr.	
	10 fl.	—	$\frac{7}{10}$ fl.	=	$9\frac{3}{10}$ fl.	
	34 Pfd.	—	$\frac{3}{8}$ Pfd.	=	$33\frac{5}{8}$ Pfd.	
	196 L.	—	$\frac{11}{20}$ L.	=	$195\frac{9}{20}$ L.	

4) Ist bei einer gemischten Zahl der Bruch im Minuenden kleiner, als der Bruch des Subtrahenden, so borgt man sich ebenfalls von dem Ganzen eine Einheit, verwandelt sie in die Theile des Nenners der gegebenen Brüche etc. wie folgende Beispiele zeigen:

a) Subtrahire $3\frac{7}{8}$ Zentn. von $6\frac{1}{2}$ Zentn.

$$\begin{array}{rl} & 6.\frac{1}{2}\ \text{Zentn.} = \frac{4}{8} \\ & 3\frac{7}{8}\ \text{-} \\ \hline \text{Rest} & 2\frac{5}{8}\ \text{Zentn.} \end{array} \qquad \text{Oder} \qquad \begin{array}{l} 6.\frac{1}{2}\ \text{Zentn.}\ \frac{12}{8} \\ 3\frac{7}{8}\ \text{-} \\ \hline 2\frac{5}{8}\ \text{Zentn.} \end{array}$$

$\frac{7}{8}$ Zentner können von $\frac{1}{2}$ Zentn. auch bei gleichem Nenner nicht abgezogen werden, ich borge daher von den 6 Zentn. einen,

verwandle ihn in Achtel $\left(\frac{8}{8}\right)$ und ziehe nun entweder den Zähler des Subtrahenden gleich davon ab, nämlich 7 von 8 bleibt 1 Achtel, hierzu die $\frac{4}{8}$ im Minuenden, so sind es $\frac{5}{8}$; oder ich addire erst die geborgte Einheit, nach ihren Theilen, zu dem Bruche des Minuenden, und ziehe dann den Zähler des Subtrahenden davon ab. In beiden Fällen bleiben $\frac{5}{8}$.

			30	
b)	$32.\frac{2}{3}$ fl.	10	20	+ 30
	$19\frac{9}{10}$ -	3	27	
	$12\frac{23}{30}$ fl.			

			12	
c)	$104.\frac{1}{4}$ Mk.	3	3	+ 12
	$86\frac{5}{6}$ -	2	10	
	$17\frac{5}{12}$ Mk.			

					24	
d)	3000 Rthlr.	12 Ggr.	$4.\frac{1}{3}$ Pf.	8	8	+ 24
	2450 -	20 -	$8\frac{7}{8}$ -	3	21	
	549 Rthlr.	15 Ggr.	$7\frac{11}{24}$ Pf.			

§. 116.

5) Sind mehrere Posten gegeben, welche von dem Minuenden abgezogen werden sollen, so bringt man sie, wie oben §. 66 bei ungleichbenannten Zahlen gezeigt worden, vorher in eine Summe, und zieht diese von dem gegebenen Minuenden ab.

Z. B. Ein Kaufmann hat $45\frac{1}{2}$ Zentn. braunen Kandies-Zucker liegen, davon versendet er an A. $3\frac{3}{8}$ Zentn., an B. $3\frac{5}{8}$ Zentn., an C.

$7\frac{1}{2}$ Zentn., an D. $15\frac{1}{4}$ Zentn., an E. $13\frac{7}{8}$ Zent. Wie viel wird er noch vorräthig behalten?

$45\frac{1}{2}$ Zentn.	=	$\frac{4}{8}$
$3\frac{3}{8}$	-	3
$3\frac{5}{8}$	-	5
$7\frac{1}{2}$	-	4
$15\frac{1}{4}$	-	2
$13\frac{7}{8}$	-	7
2		
ab $43\frac{5}{8}$	-	$\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$
Rest $1\frac{7}{8}$ Zentn.		

Franz Merlöb in Breslau hatte als Vormund an baarem Gelde übernommen 9876 Rthlr. $12\frac{11}{24}$ Silbergr. Davon bezahlte er folgende Schulden: an V. 145 Rthlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr., an W. 73 Rthlr. $29\frac{3}{8}$ Sgr., an X. 64 Rthlr. $20\frac{15}{16}$ Sgr., an Y. 19 Rthlr. $28\frac{19}{32}$ Sgr., an Z. 388 Rthlr. $15\frac{13}{24}$ Sgr. und seinem Mündel M. sandte er nach Jena 265 Rthlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr. Wie viel baares Geld blieb ihm noch übrig? Antw. 8917 Rthlr. $24\frac{73}{96}$ Sgr., nach folgender Berechnung:

9876 Rthlr.		$12\frac{11}{24}$ Sgr.	=	$\frac{44}{96}$	
				96	
an V. 145	-	$18\frac{3}{4}$	-	24	72
an W. 73	-	$29\frac{3}{8}$	-	12	36
an X. 64	-	$20\frac{15}{16}$	-	6	90
an Y. 19	-	$28\frac{19}{32}$	-	3	57
an Z. 388	-	$15\frac{13}{24}$	-	4	52
an M. 265	-	$24\frac{1}{2}$	-	48	48
4		3			
958	-	$17\frac{67}{96}$	-	$\frac{355}{96} = 3\frac{67}{96}$	
Rest 8917 Rthlr.		$24\frac{73}{96}$ Sgr.			

4. 8. 16. 32. 24. 2.
8)
4. 3.

Generaln. $3 \times 4 \times 8 = 96$

§. 117.

Uebungsbeispiele.

1) Wie heiſst der Rest, wenn $\frac{1}{2}$ Rthlr. von $\frac{5}{6}$ Rthlr. abgezogen wird?

2) — — wenn $15\frac{1}{3}$ Rthlr. von $40\frac{17}{24}$ Rthlr. abgezogen werden?

3) Wie — — — 14 Rthlr. $18\frac{3}{4}$ Ggr. von 27 Rthlr. $9\frac{5}{12}$ Ggr. abgezogen werden?

4) Wie — — — $156\frac{4}{5}$ fl. von $300\frac{1}{3}$ fl. abgezogen werden?

5) Subtrahire $349\frac{1}{4}$ Lsterl. von $728\frac{1}{5}$ L.

6) — 137 fl. + $256\frac{3}{4}$ fl. von $621\frac{1}{20}$ fl. holl.

7) — $3280\frac{1}{2}$ Mk. + $1654\frac{5}{8}$ Mk. von $5680\frac{11}{12}$ Mk. lüb.

8) — $963\frac{17}{36}$ Rthlr. von $1000\frac{1}{9}$ Rthlr. brem.

9) A. hat $12\frac{3}{4}$ Morgen Land, verkauft davon $4\frac{3}{8}$ Morgen; wie viel behält er noch?

10) Von $20\frac{1}{4}$ Pfd. roher Wolle lieferte N. $18\frac{25}{32}$ Pfd.; wie viel iſt beim Kratzen und Spinnen verloren gegangen?

11) Von $134\frac{3}{8}$ Stein Wolle werden verkauft $87\frac{8}{11}$ Stein; wie viel beträgt der Rest?

12) Von 250 Ellen rothen Kasimir wurden verkauft: $24\frac{3}{4}$ Ellen + $7\frac{5}{8}$ Ellen + $40\frac{3}{16}$ Ellen + $56\frac{1}{2}$ Ellen + $27\frac{7}{16}$ Ellen; wie viel betrug der Rest?

13) Von 7000 Rthlr. Schulden wurden nach und nach abgetragen: 849 Rthlr. $18\frac{1}{3}$ Ggr. + 1254 Rthlr. $9\frac{5}{6}$ Ggr. + 3003 Rthlr. $21\frac{7}{8}$ Ggr. + 1436 Rthlr. $15\frac{3}{4}$ Ggr. + 454 Rthlr. $5\frac{1}{6}$ Ggr.; wie viel betrug der Rest?

14) Um wie viel sind 1200 Rthlr. $18\frac{1}{3}$ Ggr. unterschieden von 998 Rthlr. $20\frac{5}{8}$ Ggr?

15) *F. Buckel* in G. hat 2 Mark $11\frac{1}{2}$ Karath Gold, braucht aber zu einer Arbeit 3 Mk. $6\frac{2}{3}$ Kar.; wie viel fehlt ihm noch?

16) *Sigm. Kurz* war 31 Jahr $5\frac{3}{10}$ Monat alt, als er sich verheirathete, und erreichte ein Alter von 74 Jahren $3\frac{1}{2}$ Monat; wie lange ist er verheirathet gewesen?

§. 118.

Anhang zur Addition und Subtraktion der Brüche.

Das Gewicht der Waaren in ganzen Ballen, Säcken, Fässern etc. wird mehrentheils nach den gröſsten und höhern Benennungen angegeben, z. B. nach Schiffpfunden, Lispfunden, Zentnern, Steinen etc. Man hat daher zum Abwiegen solcher Waaren nicht nur besondere Gewichte, z. B. von einem und mehrern Zentnern, sondern auch halbe,

viertel und achtel Zentner. Sehr oft trifft sichs nun, daſs man in die eine oder die andere Wagschale noch einzelne Pfunde hinzulegen muſs, um das Gewicht der Waare bis auf die kleinern Theile genau anzugeben. Ist man genöthigt, in die Wagschale des Gewichts noch mehrere einzelne Pfunde zu legen, so beträgt natürlich das Gewicht der Waare noch so viel mehr, und man bezeichnet diesen Ueberschuſs durch das Zeichen + (Plus), welches man der kleinern Sorte des Gewichts zur Linken beifügt. Beträgt hingegen das in der Wagschale befindliche Gewicht gegen die Waare schon zu viel, so werden, im Falle sich das gröſsere Gewicht nicht mit einem kleinern vertauschen läſst, in die Wagschale der Waare noch einzelne Pfunde gelegt, um das Verhältniſs der Waare zum Gewichte genau zu bestimmen. Da nun aber die Waare um so viel weniger wiegt, als das bei derselben liegende Gewicht, so wird das Fehlende durch das Zeichen — (Minus) bemerkt, und bei Berechnung der Waare abgezogen.

Hierauf beziehen sich folgende Additions- und Subtraktionsaufgaben, wobei nur noch zu merken, daſs bei erstern die Zahlen mit

dem Plus- und die mit dem Minus-Zeichen besonders addirt, und dann subtrahirt werden. Der Rest erhält das Zeichen der grössern Summe. Bei den Subtraktionsaufgaben werden die Zahlen, wenn sie verschiedene Zeichen haben, (nämlich + und —) addirt, und man gibt der Summe das Zeichen des Minuenden; haben sie aber gleiche Zeichen, so werden sie, wenn der Minuend grösser ist als der Subtrahend, wie gewöhnlich subtrahirt. Ist aber der Subtrahend grösser, als der Minuend, so zieht man diesen von jenem ab, und gibt dem Reste das entgegengesetzte Zeichen des Minuenden.

Aufgabe 1) *Karl Klüger* in Hannover erhält von Hamburg 4 Tonnen Karolina-Reis, Nr. 19 wiegt $10\frac{1}{4}$ Zentn. + 2 Pfd., Nr. 21 wiegt $11\frac{7}{8}$ Zentn. — 6 Pfd., Nr. 22 wiegt $9\frac{1}{2}$ Zentn. — 4 Pfd. und Nr. 30 wiegt $13\frac{3}{4}$ Zentn. + 3 Pfd. Wie viel beträgt es zusammen? Antw. $45\frac{3}{8}$ Zentn. — 5 Pfd. nach folgender Berechnung:

Nr. 19.	$10\frac{1}{4}$	Zentn.	+ 2	Pfd.	
» 21.	$11\frac{7}{8}$	»	— 6	»	
» 22.	$9\frac{1}{2}$	»	— 4	»	+ 5 Pfd.
» 30.	$13\frac{3}{4}$	»	+ 3	»	— 10 »
Summe	$45\frac{3}{8}$	Zentn.	— 5	Pfd.	— 5 Pfd.

2) Wenn nun für die Tonnen, in welchen sich der Reis befindet, $2\frac{1}{2}$ Zentn. + 3 Pfd. als *Tara* abgezogen werden sollen, wie viel wird der erhaltene Reis dann *netto* betragen? Antw. $42\frac{7}{8}$ Zentn. — 8 Pfd. wie hier folgt:

Brutto	$45\frac{3}{8}$ Zentn.	—	5 Pfd.
Tara	$2\frac{1}{2}$ -	+	3 -
Netto	$32\frac{7}{8}$ Zentn.	—	8 Pfd.

Das Gewicht der Waare nebst den Tonnen beträgt $45\frac{3}{8}$ Zentn. weniger 5 Pfd. Da nun nicht nur diese 5 Pfd., sondern auch noch $2\frac{1}{2}$ Zentn. und 3 Pfd. davon abgezogen werden sollen, so beträgt der ganze Abzug $2\frac{1}{2}$ Zentn. und 8 Pfd.; folglich kann auch der Rest nur $42\frac{7}{8}$ Zentn. weniger 8 Pfd. seyn.

3) Braunschweig erhält von Leipzig 4 Fafs Rüböl.

Nr. 1	wiegt	$16\frac{3}{8}$ Zentn.	+ 6 Pfd.	
- 2	—	$14\frac{1}{4}$ -	— 3 -	
- 3	—	$12\frac{1}{2}$ -	— 4 -	+ 10 Pfd.
- 4	—	$10\frac{1}{4}$ -	— 4 -	— 7 -
Summe		$53\frac{3}{8}$ Zentn.	+ 3 Pfd.	+ 3 Pfd.

4) Wenn nun die Fässer $4\frac{1}{4}$ Zentn. + $6\frac{1}{2}$ Pfd. wiegen, so beträgt das Nettogewicht $49\frac{1}{8}$ Zentn. + $3\frac{1}{2}$ Pfd., denn

Brutto	$53\frac{3}{8}$ Zentn.	+	3 Pfd.
Tara	$4\frac{1}{4}$ -	+	$6\frac{1}{2}$ -
Netto	$49\frac{1}{8}$ Zentn.	—	$3\frac{1}{2}$ Pfd.

Mehreres hiervon enthält die Waarenberechnung im zweiten Kursus.

C. *Multiplikation der Brüche.*

§. 119.

Ein Produkt von ganzen Zahlen ist jederzeit *gröſser*, als jeder der Faktoren; z. B. $4 \times 6 = 24$. Das Produkt 24 ist augenscheinlich gröſser als der Multiplikator 4, und gröſser als der Multiplikand 6, d. h. es ist gröſser, als jeder der Faktoren. *Ein Produkt von Brüchen hingegen ist allemal kleiner, als jeder der Faktoren.* Z. B. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ Rthlr. kann weder $\frac{1}{2}$ noch $\frac{2}{3}$ selbst seyn, sondern es muſs $\frac{1}{2}$ mal oder die Hälfte von $\frac{2}{3}$ Rthlr., das ist $\frac{1}{3}$ Rthlr. seyn. $\frac{2}{3}$ Rthlr. sind 16 Ggr., die Hälfte davon sind 8 Ggr. und diese sind weniger, als $\frac{1}{2}$ und weniger als $\frac{2}{3}$ Rthlr.

Die Multiplikation der Brüche erfordert übrigens keine der Vorarbeiten, wie das Addiren und Subtrahiren derselben; denn hier ist es ganz einerlei, ob die Nenner gleich sind, oder nicht. Die Hauptregel ist:

Multiplizire die beiden Zähler und die beiden Nenner mit einander, der herausgekommene neue Bruch ist das Produkt.

Da aber doch einige Verschiedenheiten und vortheilhafte Verfahrungsarten hierbei Statt finden, so werden die folgenden 9 §§ die dazu nöthigen Erläuterungen enthalten.

§. 120.

1) *Brüche mit ganzen Zahlen;* oder auch umgekehrt, *ganze Zahlen mit Brüchen zu multipliziren*. In beiden Fällen wird die Multiplikation am Zähler des Bruches verrichtet; man multiplizirt ihn nämlich mit der ganzen Zahl, und läſst den Nenner unverändert. So sind 3 mal $\frac{1}{4}$ Pfd. gewiſs $\frac{3}{4}$ Pfd., und $5 \times \frac{3}{8}$ Zentn. $= \frac{15}{8}$ Zentn. Da aber hieraus mehrentheils unächte Brüche entstehen, so dividirt man (§. 95.) den Zähler durch den Nenner, um die darin enthaltenen Ganzen besonders anzuzeigen.

Sollen aber z. B. 5 Rthlr. $\frac{3}{4}$ mal genommen werden, so heiſst dies, man soll den vierten Theil von 5 Rthlr. dreimal nehmen. Der 4te Theil von 5 Rthlr. oder $\frac{1}{4} \times 5$ sind $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$ Rthlr.; dreimal so viel beträgt

$\frac{15}{4}$ oder $5\frac{3}{4}$ Rthlr. Das nämliche Produkt zeigt sich, wenn man gleich den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multiplizirt, als $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$. So sind $9 \times \frac{3}{8}$ Zentn. $= \frac{27}{8}$ oder $3\frac{3}{8}$ Zentn., und 9 Zentn. mit $\frac{3}{8}$ multiplizirt, gibt das nämliche Produkt. Hierauf beziehen sich nachstehende, bereits ausgerechnete

Uebungsbeispiele.

$5 \times \frac{7}{8}$ Rthlr. $= \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$ Rthlr.

$4 \times \frac{3}{5}$ fl. $= \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ fl.

$\frac{2}{3} \times 10$ fl. $= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ fl.

$\frac{4}{5} \times 6$ Zentn. $= \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ Zentn.

$5 \times \frac{5}{8}$ Pfd. $= \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$ Pfd.

$\frac{11}{16} \times 7$ Mk. $= \frac{77}{16} = 4\frac{13}{16}$ Mk.

$10 \times \frac{8}{9}$ Rthlr. $= \frac{80}{9} = 8\frac{8}{9}$ Rthlr.

$\frac{7}{12} \times 20$ Rthlr. $= \frac{140}{12} = 11\frac{2}{3}$ Rthlr.

$11 \times \frac{17}{24}$ Rthlr. $= \frac{187}{24} = 7\frac{19}{24}$ Rthlr.

$\frac{17}{32} \times 109$ Pfd. $= \frac{1853}{32} = 57\frac{29}{32}$ Pfd.

§. 121.

Die Multiplikation der Brüche — so wie die Division derselben, wie wir weiter unten §. 128 sehen werden — kann aber auch, in gewissen Fällen, nach einer zweiten Manier bewerkstelliget werden, nämlich *durch eine mit dem Nenner vorzunehmende Procedur*. Aus der oben §. 93. enthaltenen sinnlichen Darstellung, in Vergleichung mit den §. 96. gezeigten Veränderungen der Brüche durch ihre respektiven Zähler und Nenner, ist klar, daſs die Theile eines Ganzen, wenn man sie durch irgend eine Zahl dividirt, um so viel mal gröſser werden, als diese Zahl Einheiten hat. Dividire ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Nenner 24 durch 4, so erhalte ich $\frac{5}{6}$, welches 4 mal mehr ist als $\frac{5}{24}$. Anstatt also $4 \times \frac{5}{24}$ nach der im vorigen §. gegebenen Regel zu multipliziren, kann man in allen solchen Fällen, wo der Multiplikator in dem Nenner des Bruches ohne Rest aufgeht, den Nenner des Bruches, der Kürze wegen, durch die ganze Zahl dividiren. Ein jeder sieht auch sogleich ein, daſs $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$; denn $\frac{20}{24}\Big|^{4} = \frac{5}{6}$. Hieraus folgt nun — und ich hoffe, daſs es einem jeden,

der die obigen § §. wieder nachgelesen hat, erklärbar und einleuchtend seyn werde —

daſs die Multiplikation eines Bruches, wenn sie am Nenner desselben vollzogen werden soll, durch die Division des Nenners bewerkstelliget werden muſs.

Zur Erläuterung und Uebung folgen hier sogleich einige Beispiele, wo die ganze Zahl, sie sei nun Multiplikator oder Multiplikand, allemal in dem Nenner des Bruches ohne Rest aufgeht.

$$2 \times \tfrac{3}{4}\ \text{Pfd.} = \frac{3}{2} = 1\tfrac{1}{2}\ \text{Pfd.}$$

$$3 \times \tfrac{5}{6}\ \text{Rthlr.} = \frac{5}{2} = 2\tfrac{1}{2}\ \text{Rthlr.}$$

$$4 \times \tfrac{7}{8}\ \text{fl.} = \frac{7}{2} = 3\tfrac{1}{2}\ \text{fl.}$$

$$\tfrac{8}{9} \times 3\ \text{Ggr.} = \frac{8}{3} = 2\tfrac{2}{3}\ \text{Ggr.}$$

$$\tfrac{9}{10} \times 5\ \text{Stüv.} = \frac{9}{2} = 4\tfrac{1}{2}\ \text{Stüv.}$$

$$5 \times \tfrac{41}{60}\ \text{fl.} = \frac{41}{12} = 3\tfrac{5}{12}\ \text{fl.}$$

$$6 \times \tfrac{23}{30}\ \text{fl.} = \frac{23}{5} = 4\tfrac{3}{5}\ \text{fl.}$$

$$\tfrac{29}{36} \times 9\ \text{Rthlr.} = \frac{29}{4} = 7\tfrac{1}{4}\ \text{Rthlr.}$$

$$\tfrac{31}{32} \times 16\ \text{Pfd.} = \frac{31}{2} = 15\tfrac{1}{2}\ \text{Pfd.}$$

$$11 \times \tfrac{49}{55}\ \text{Zentn.} = \frac{49}{5} = 9\tfrac{4}{5}\ \text{Zentn.}$$

Ganz reine ganze Zahlen aber kommen, als Produkt der Bruchmultiplikation, dann zum Vorschein, wenn der Multiplikator mit dem Nenner des zu multiplizirenden Bruches, oder auch umgekehrt, wenn die zu multiplizirende Zahl mit dem Nenner des Multiplikators *eine und ebendieselbe Zahl* ausmacht; z. B.

$$3 \times \tfrac{2}{3} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\tfrac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{1} = 3$$

$$6 \times \tfrac{5}{6} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\tfrac{7}{8} \times 8 = \frac{7}{1} = 7$$

$$\tfrac{11}{12} \times 12 = \frac{11}{1} = 11$$

$$16 \times \tfrac{7}{16} = \frac{7}{1} = 7$$

$$20 \times \tfrac{2}{5} = 4 \cdot \frac{2}{1} = 8$$

$$\tfrac{3}{4} \times 24 = \frac{3}{1} \cdot 6 = 18$$

§. 122.

2) Sind *gemischte Brüche* mit ganzen Zahlen, oder umgekehrt ganze Zahlen mit gemischten Brüchen zu multipliziren, so geschieht dies, mit Anwendung der in den beiden vorigen § §. enthaltenen Anweisung, indem man mit der ganzen Zahl zuerst den Bruch, und dann auch die an demselben befindlichen

Ganzen multiplizirt. Wie viel betragen z. B. 6 mal $8\frac{3}{4}$ fl. holländisch? Das Produkt ist $6 \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4}$ oder $4\frac{1}{2}$ und $6 \times 8 = 48$, also $48 + 4\frac{1}{2}$, d. i. $52\frac{1}{2}$ fl. holl. Die äufsere Form der Berechnung selbst ist folgende:

$$\begin{array}{l} 8\frac{3}{4} \text{ fl.} \times 6 \\ \hline 52\frac{1}{2} \text{ fl.} \end{array} (6$$

Oder wie heifst das Produkt von $12\frac{3}{5} \times 20$ Lsterl.? Der wahre Multiplikand ist 20 Lsterl.; diese sollen $12\frac{3}{5}$ mal genommen werden. Allein es ist auch hier, wie oben §. 25. bei ganzen Zahlen, einerlei, welche Zahl man zum Multiplikator annimmt, weil $12\frac{3}{5} \times 20$ L. eben so viel beträgt, als $20 \times 12\frac{3}{5}$ L. Auf diese letztere Art aber ist die Multiplikation leichter, da noch überdies $20 \times \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{3}{1} = 12$, und die Berechnung geschieht, wie folgt:

$$\begin{array}{l} 12\frac{3}{5} \times 20 \text{ L.} \\ \widehat{12} \\ \hline 252 \text{ L.} \end{array} (20$$

Gleiche Bewandnifs hat es auch mit nachstehenden *Uebungsbeispielen.*

4	×	$6\frac{1}{4}$ Ggr.	=	25 Ggr.	
5	×	$7\frac{2}{3}$ Rthlr.	=	$38\frac{1}{3}$ Rthlr.	
$16\frac{1}{2}$	×	6 fl.	=	99 fl.	
$11\frac{3}{8}$	×	16 Mk.	=	182 Mk.	
42	×	$36\frac{2}{3}$ Rthlr.	=	1540 Rthlr.	
$5\frac{7}{8}$	×	320 fl.	=	1880 fl.	

Es versteht sich übrigens von selbst, daſs man auch hier, wie bei andern Multiplikationsaufgaben, den Multiplikator, wo es nämlich einen oder den andern Vortheil gewährt, in kleinere Faktoren zerlegen könne. So kann das vorletzte Uebungsbeispiel auch also ausgerechnet werden:

$$36\tfrac{2}{3}\text{ Rthlr.} \times \frac{42}{6 \times 7}$$

$$\begin{array}{r} 36\tfrac{2}{3}\text{ Rthlr.} \\ \hline (6 \\ 220 \\ \hline (7 \\ 1540\text{ Rthlr.} \end{array}$$

Bei dem letztern Uebungsbeispiele läſst sich noch ein anderer Vortheil anbringen, nämlich der: man nimmt den Multiplikator $5\frac{7}{8}$ für 6 weniger $\frac{1}{8}$ an, und findet dann das Produkt also:

$$320\text{ fl.} \times \frac{5\frac{7}{8}}{6 - \frac{1}{8}}$$

$$\begin{array}{rr} & 320\text{ fl.} \\ \hline & (6 \\ & 1920 \\ -\,8) & 40 \\ \hline & 1880\text{ fl.} \end{array}$$

Doch hiervon wird in der Regeldetri ein Mehreres vorkommen.

§. 123.

3) *Sind ächte Brüche* mit einander zu multipliziren, so verfährt man ganz nach der §. 119. gegebenen allgemeinen Regel, und multiplizirt die Zähler und Nenner mit ein-

ander. Das Produkt von $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ ist also $\frac{3}{8}$; der Multiplikator $\frac{1}{2}$ ist ja weniger als 1, ja er ist nur die Hälfte von 1, folglich kann auch das Produkt nur die Hälfte von $\frac{3}{8}$ betragen. Wenn ich $\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ multiplizire, so ist das Produkt $\frac{10}{24}$ oder $\frac{5}{12}$; und der eigentliche Sinn der Aufgabe ist: ich soll von $\frac{5}{8}$ zweimal den dritten Theil nehmen. Indem nun der Zähler des Multiplikanden mit dem Zähler des Multiplikators vermehrt wird, so wird dann, weil das Produkt nicht zweimal $\frac{5}{8}$, sondern nur 2 mal den 3ten Theil von $\frac{5}{8}$ ausmachen soll, der Bruch durch die Multiplikation des Nenners wieder um dreimal vermindert. Denn nach §. 96. und nach der versinnlichenden Darstellung §. 93. werden die Theile eines Ganzen um so vielmal kleiner, als die Zahl, womit man sie multiplizirt, Einheiten hat. Soll ich daher von $\frac{5}{8}$ den dritten Theil nehmen, so darf ich nur den Nenner 8 mit 3 multipliziren, und erhalte $\frac{5}{24}$, zweimal so viel aber macht $\frac{10}{24}$ oder in kleinern Zahlen $\frac{5}{12}$. Hierzu noch folgende *Uebungsbeispiele.*

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \qquad \frac{15}{32}$$
$$\frac{1}{6} \times \frac{5}{8} = \qquad \frac{5}{48}$$
$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$
$$\frac{11}{12} \times \frac{6}{7} = \frac{66}{84} = \frac{11}{14}$$
$$\frac{5}{24} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Das erste und die drei letztern dieser Uebungsbeispiele können einen aufmerksamen Rechenschüler leicht auf die Entdeckung eines Vortheils leiten, nämlich diesen: Läſst sich der Zähler des einen und der Nenner des andern Bruches durch eine Zahl ohne Rest dividiren, so kann man beide durch diese Zahl abkürzen, oder gar aufheben; das Produkt wird dann gleich in den kleinsten Zahlen gefunden. Wir wollen die 4 angeführten Beispiele auf diese Art nochmals multipliziren.

$$\frac{\cancel{3}\,1}{4} \times \frac{1}{\cancel{3}\,1} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{7}{\cancel{9}\,3} \times \frac{\cancel{3}\,1}{10} = \frac{7}{30}$$
$$\frac{11}{2\,\cancel{12}} \times \frac{\cancel{6}\,1}{7} = \frac{11}{14}$$
$$\frac{1\,\cancel{5}}{6\,\cancel{24}} \times \frac{\cancel{4}\,1}{\cancel{5}\,1} = \frac{1}{6}$$

§. 124.

4) Hat man *gemischte Brüche mit ächten Brüchen* zu multipliziren, so kann man das Produkt auf eine dreifache Art finden.

a) Richte den gemischten Bruch ein, und multiplizire die Zähler und Nenner mit einander; z. B. $3\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{13}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{52}{20} = 2\frac{3}{5}$. Oder mit Anwendung des im vorigen §. gezeigten Vortheils: $\frac{13}{\cancel{4}^{1}} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{5} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$.

b) Multiplizire zuerst mit dem gegebenen Bruche die ganze Zahl, und dann den bei derselben befindlichen Bruch; die beiden Produkte werden addirt; z. B. $3\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$

$$\begin{array}{l} 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \\ \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{20} = \underline{\frac{1}{5}} \\ \qquad\qquad\qquad\quad 2\frac{3}{5} \end{array}$$

c) Multiplizire die gemischte Zahl mit dem Zähler, und dividire das Produkt durch den Nenner des Bruches; z. B.

$$\begin{array}{l} \underline{3\frac{1}{4}} \times \frac{4}{5} \\ \quad (4 \\ 5)\underline{13} \\ \quad 2\frac{3}{5}. \end{array}$$

Diese Methode ist, fast in allen vorkommenden Fällen, die bequemste und vortheilhafteste; und es ist übrigens einerlei, ob man

mit dem Zähler zuerst multiplizirt, oder ob man mit dem Nenner zuerst dividirt. Auf diese Art lassen sich auch solche Multiplikationsaufgaben leicht berechnen, wo der eine Faktor aus einer gemischten Zahl von mehrern Sorten, und der andere Faktor aus einem Bruche besteht; z. B. wie viel beträgt $\frac{5}{8} \times$ 64 Rthlr. $16\frac{1}{2}$ Ggr.? oder wenn der Zentner Zucker 64 Rthlr. $16\frac{1}{2}$ Ggr. kostet, was kosten $\frac{5}{8}$ Zentn.? Die Berechnung ist auf doppelte Art folgende:

64 Rthlr. $16\frac{1}{2}$ Ggr. $\times \frac{5}{8}$
(5
323 - $10\frac{1}{2}$ -
3 2
8)
40 Rthlr. $10\frac{5}{16}$ Ggr.

Oder: 64 Rthlr. $16\frac{1}{2}$ Ggr. $\times \frac{5}{8}$
8)
8 - $2\frac{1}{16}$ -
(5
40 Rthlr. $10\frac{5}{16}$ Ggr.

Da aber diese Methode schon eine Bekanntschaft mit der Division voraussetzt, so wird im 128. §. mehreres hiervon vorkommen. Folgendes leichte Beispiel mag daher diesen §. beschliessen:

Wenn 1 Pfund Indigo 4 Rthlr. 12 Ggr. kostet, was kommen $\frac{3}{4}$ Pfd.? Antw. 3 Rthlr. 9 Ggr. wie hier folgt:

4 Rthlr. 12 Ggr. × $\frac{3}{4}$; (3 Oder 4) 4 Rthlr. 12 Ggr. × $\frac{3}{4}$

4) 13 - 12 - 1 - 3 - (3

3 Rthlr. 9 Ggr. 3 Rthlr. 9 Ggr.

Oder da 1 Pfd. 4 Rthlr. 12 Ggr. kostet, so ist der Betrag von $\frac{3}{4}$ Pfd. $\frac{1}{4}$ weniger, nämlich also:

4 Rthlr. 12 Ggr. × $\frac{3}{4}$

— 4) 1 - 3 = 1 — $\frac{1}{4}$

3 Rthlr. 9 Ggr.

§. 125.

5) Sind aber *gemischte Brüche mit gemischten Brüchen* zu multipliziren, so kann man dieselben erst einrichten, und dann nach obiger allgemeinen Regel verfahren. Am leichtesten und bequemsten aber ist es, nur den Multiplikator einzurichten, und dann mit dessen Zähler den gemischten Bruch zu multipliziren, das Produkt aber durch den Nenner zu dividiren. Z. B. $6\frac{2}{3} \times 16\frac{1}{4}$. Der leichteste Weg, das Produkt zu finden, ist, den einen Faktor einzurichten, und den andern mit diesem eingerichteten Bruche zu multipliziren.

$16\frac{1}{4}$ × $6\frac{2}{3}$ (20

8) 325 20

$108\frac{1}{3}$. 3

Wollte man beide Brüche einrichten, so würde die Berechnung etwas weitläuftiger werden, als:

$$\frac{6\frac{2}{3} \times 16\frac{1}{4}}{\frac{20}{3} \times \frac{65}{4} = \frac{1300}{12} = 108\frac{1}{3}.}$$

Oder mit Anwendung des obigen Vortheils (§. 123):

$$\frac{\not{2}\not{0}\,5}{3} \times \frac{65}{\not{4}\,1} = \frac{325}{3} = 108\frac{1}{3}.$$

Oder man nimmt den Multiplikator $6\frac{2}{3}$ für 7 weniger $\frac{1}{3}$ an, und verrichtet die Multiplikation auf folgende Art:

$$\begin{array}{ll} 16\frac{1}{4} & \times\ 6\frac{2}{3} \\ \hline 113\frac{3}{4}\ (7 & 7 - \frac{1}{3} \\ 5\frac{5}{12}\ (- \frac{1}{3} & \\ \hline 108\frac{1}{3}. & \end{array}$$

§. 126.

Uebungsbeispiele.

1) Wie heisst das Produkt a) von 4 mal $\frac{2}{3}$ Rthlr., b) 6 mal $\frac{3}{4}$ Rthlr., c) 8 mal $\frac{5}{6}$ Rthlr.?

2) Wie — von a) $6 \times \frac{2}{3}$ fl., b) $10 \times \frac{4}{5}$ fl.?

3) Wie — von a) $\frac{4}{5} \times 5$ Ggr., b) $\frac{11}{12} \times 12$ Ggr.?

4) Wie — von a) $16 \times \frac{3}{4}$ Elle, b) $32 \times \frac{9}{16}$ Elle?

5) Wie — von a) $12 \times \frac{3}{4}$ Pfd., b) $\frac{7}{8} \times 40$ Pfd.?

6) Wie — von a) $6 \times 11\frac{1}{2}$ Zentn., b) $8 \times 13\frac{3}{4}$ Zentn.?

7) Wie — von a) 8×3 Schpfd. $12\frac{5}{8}$ Lspfd., b) 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd. $\times\ 6\frac{1}{2}$?

8) Wie — von a) $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$ Zentn., b) $\frac{3}{8} \times \frac{9}{10}$ Zentn.?

9) Wie — von a) $\frac{4}{5} \times 6\frac{1}{4}$ Pfd., b) $\frac{2}{3} \times 9\frac{3}{4}$ Zentn., c) $18\frac{7}{20} \times \frac{4}{5}$ Schpfd.?

10) Multiplizire 15 Rthlr. 6 Ggr. $4\frac{1}{2}$ Pf. $\times 7\frac{2}{3}$.

11) — 36 Rthlr. 24 Ggr. $6\frac{1}{4}$ Pf. $\times 11\frac{5}{6}$.

12) — a) 135 Mk. $10\frac{1}{4}$ Schill. $\times \frac{7}{8}$, b) $\frac{11}{12} \times$ 73 Mk. $15\frac{2}{3}$ Schill.

13) — 309 fl. 9 Stvr. $13\frac{1}{2}$ Pf. holl. $\times 14\frac{15}{16}$.

14) — a) $94\frac{3}{4}$ Lsterl. $\times 8\frac{1}{2}$, b) $12\frac{1}{4} \times$ 83 L. 16 S. 4 D.

15) Was betragen 10 Stück Fr.d'or à $33\frac{3}{4}$ fl. poln.?

16) Was — $97\frac{1}{2}$ Pfd. grüner Thee à $6\frac{3}{4}$ fl. in Königsberg?

17) Was — $109\frac{1}{4}$ Pfd. Thee, Pecco, à $9\frac{1}{5}$ fl. daselbst?

18) Was — $174\frac{3}{4}$ Pfd. Tabak, Bakun, à $2\frac{4}{5}$ Rub. in Petersburg?

19) Was — $96\frac{4}{5}$ Pud Talglichte à $6\frac{3}{4}$ Rub. das.?

20) Was — $168\frac{3}{8}$ Pfd. Indigo, engl. à $2\frac{2}{3}$ Rthlr. in Berlin?

21) Was — $86\frac{1}{2}$ Pfd. Zimmt à $5\frac{5}{6}$ Rthlr. das.?

22) Was — $58\frac{3}{4}$ Zentn. Blauholz à $11\frac{1}{2}$ Rthlr. in Stettin?

23) Was — $37\frac{3}{5}$ Schpfd. Hanf à $32\frac{3}{4}$ Rthlr. das.?

24) Eine Stube ist $20\frac{1}{2}$ Fuſs lang und $13\frac{1}{4}$ Fuſs breit, wie viel sind es Quadratfuſs? d. i. $20\frac{1}{2} \times 13\frac{1}{4}$.

D. Division der Brüche.

§. 127.

Einen Bruch durch einen andern dividiren, heiſst bestimmen, wie oft der eine gegebene Bruch (der Divisor) in dem andern Bruche (im Dividenden) enthalten sei; oder:

diejenige Zahl finden, welche mit dem Divisor multiplizirt, dem Dividenden gleich ist. Dies ist, wie bekannt, der Endzweck *aller* Divisionsaufgaben, folglich auch bei der Division der Brüche. Allein man nehme sich wohl in Acht, die Division nicht mit der Multiplikation der Brüche zu verwechseln. Wenn z. B. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{1}{4}$ dividirt werden sollen, so ist der Quotient $\frac{8}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$. Etwas ganz anderes ist es aber, wenn $\frac{1}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliziren ist, das Produkt, oder der 4te Theil von $\frac{2}{3}$ beträgt dann $\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$. Dies läſst sich auf folgende Art noch anschaulicher machen: $\frac{1}{4}$ Rthlr. = 6 Ggr. und $\frac{2}{3}$ Rthlr. = 16 Ggr., wie oft sind nun 6 in 16 Ggr. enthalten, Antwort $\frac{16}{6}$ mal = $2\frac{4}{6}$ = $2\frac{2}{3}$ mal. Wie viel beträgt aber $\frac{1}{4} \times$ 16 Ggr. oder der 4te Theil von 16 Ggr. Antwort 4 Ggr.

Sollte übrigens meinen fleiſsigen Rechenschülern hier und da doch noch etwas nicht ganz klar und deutlich erscheinen, so vertröste ich sie hiermit auf die Proportionsregel, wo sie dann auch deutlich einsehen werden, was eigentlich die Forderung: dividire einen Bruch durch einen andern! sagen wolle, und woher es komme, daſs bei *ächten Brüchen* der

Quotient allemal gröſser sei, als der Dividend, und als der Divisor (jeder nämlich für sich betrachtet.)

Bei der Division der Brüche hat man besonders folgende drei Hauptfälle zu merken:

1) *ächte und gemischte Brüche durch ganze Zahlen,*

2) *ganze Zahlen durch ächte und gemischte Brüche,*

3) *ächte und gemischte Brüche durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.*

Eine Erläuterung dieser besondern Fälle enthalten die folgenden fünf § §.

§. 128.

Die Division der Brüche sollte, wie bei den vorhergehenden Rechnungsarten mit Brüchen, ebenfalls nur an dem Zähler derselben geschehen. Allein vermöge einer gewissen arithmetischen Licenz darf man auch hier einen verkehrten Weg einschlagen, und — anstatt den Zähler des Bruches zu dividiren — den Nenner desselben multipliziren, welches nach §. 93 und 96 ganz einerlei ist, und den nämlichen Quotienten gibt. Dividire z. B. $\frac{3}{4}$ durch 3. Wird die Division am Zähler ver-

richtet, so ist der Quotient $\frac{1}{4}$, denn 3 mal $\frac{1}{4}$ sind wieder $\frac{3}{4}$; geschieht aber die Division am Nenner (nämlich durch die Multiplikation) so ist der Quotient $\frac{3}{12}$, welches ebenfalls $\frac{1}{4}$ ist. Sind daher

1) *ächte und gemischte Brüche durch ganze Zahlen zu dividiren, so wird in allen den Fällen, wo der Divisor in dem Zähler des Bruches ohne Rest aufgeht, dieser durch jenen dividirt; in allen andern Fällen hingegen, wo der Divisor nicht ohne Rest in des Bruches Zähler aufgeht, multiplizirt man dessen Nenner.* Die bei dem Bruche befindlichen ganzen Zahlen, werden als solche behandelt. Hierzu folgen sogleich einige Beispiele zur Erläuterung, und zwar a) wo der Divisor in des Bruches Zähler ohne Rest aufgeht.

$4 : \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$	$3 : 21\frac{3}{4} = 7\frac{1}{4}$
$3 : \frac{9}{20} = \frac{3}{20}$	$4 : 16\frac{8}{9} = 4\frac{2}{9}$
$5 : \frac{25}{48} = \frac{5}{48}$	$7 : 28\frac{14}{15} = 4\frac{2}{15}$
$6 : \frac{24}{25} = \frac{4}{25}$	$8 : 48\frac{56}{61} = 6\frac{7}{61}$
$10 : \frac{20}{41} = \frac{2}{41}$	$12 : 36\frac{72}{85} = 3\frac{6}{85}$
$12 : \frac{96}{305} = \frac{8}{305}$	$16 : 80\frac{64}{119} = 5\frac{4}{119}$

b) wo der Divisor in den Zähler des Bruches nicht ohne Rest aufgeht.

$2 : \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$	$3 : 24\frac{5}{6} = 8\frac{5}{18}$
$3 : \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$	$5 : 20\frac{2}{3} = 4\frac{2}{15}$
$4 : \frac{5}{6} = \frac{5}{24}$	$7 : 21\frac{1}{4} = 3\frac{1}{28}$
$8 : \frac{7}{10} = \frac{7}{80}$	$9 : 45\frac{7}{8} = 5\frac{7}{72}$
$10 : \frac{5}{9} = \frac{5}{90} \mid \frac{1}{18}$	$11 : 100\frac{5}{6} = 9\frac{1}{6}$
$16 : \frac{4}{5} = \frac{4}{80} \mid \frac{1}{20}$	$12 : 38\frac{3}{5} = 3\frac{13}{60}$

Wollte man auch bei diesen Beispielen die Division am Zähler verrichten, so würde man, allein mit mehr Mühe und mehrern Zahlen, denselben Quotienten finden. Anfängern rathe ich aber doch, die obigen Beispiele, auf die hier angezeigte Art, nochmals zu berechnen, als:

$$2 : \tfrac{3}{4} = \frac{1\frac{1}{2}}{4}\overset{2}{\Big|}\frac{3}{8} \quad \text{Quotient } \tfrac{3}{8}$$

$$3 : \tfrac{4}{5} = \frac{1\frac{1}{3}}{5}\overset{3}{\Big|}\frac{4}{15} \quad — \quad \tfrac{4}{15}$$

$$3 : 24\tfrac{5}{6} = 8\frac{1\frac{2}{3}}{6}\overset{3}{\Big|}\frac{5}{18} \quad — \quad 8\tfrac{5}{18} \text{ u. s. w.}$$

Was die beiden letztern Beispiele mit gemischten Brüchen betrifft, so sieht ein jeder, daſs der Divisor bei 11 in 100 ein Ganzes übrig läſst, dieser Rest wird in eben solche Theile verwandelt, als der Nenner des dabei befindlichen Bruches anzeigt, folglich in $\frac{6}{6}$, hierzu den Bruch $\frac{5}{6}$, so sind $\frac{6}{6} + \frac{5}{6}$ d. i. $\frac{11}{6}$ durch 11 zu dividiren, der Quotient ist $\frac{1}{6}$. In der letztern Aufgabe, wo $38\frac{3}{5}$ durch 2 dividirt wurden, blieben 2 Ganze Rest, diese machen $\frac{10}{5}$, hierzu die $\frac{3}{5}$, so sind es

$\frac{13}{5}$; da nun der Divisor 12 in dem Zähler des Bruches nicht ohne Rest aufgeht, so kommen, durch die Multiplikation des Nenners, $\frac{13}{60}$ zum Quotienten. Zur Uebung folgen noch einige ähnliche Beispiele.

$$2 : 15\tfrac{1}{2} = 7\overset{2}{\frac{1\frac{1}{2}}{2}}\Big|\frac{3}{4} = 7\tfrac{3}{4}$$

$$4 : 18\tfrac{1}{3} = 4\overset{3}{\frac{2\frac{1}{3}}{4}}\Big|\frac{7}{12} = 4\tfrac{7}{12}$$

$$8 : 10\tfrac{2}{5} = 1\overset{5}{\frac{2\frac{2}{5}}{8}}\Big|\frac{12}{40}\Big|\frac{3}{10} = 1\tfrac{3}{10}$$

$$5 : 14\tfrac{3}{4} = 2\overset{4}{\frac{4\frac{3}{4}}{5}}\Big|\frac{19}{20} = 2\tfrac{19}{20}.$$

§. 129.

2) Ganze Zahlen *durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.* Bei dergleichen Aufgaben verlangt man nämlich zu wissen: wie oft ein gegebener ächter oder gemischter Bruch in einer gegebenen ganzen Zahl enthalten sei? oder wie viel solcher Theile, als der Bruch enthält, sich aus der ganzen Zahl machen lassen? Gesetzt man will wissen, wie oft $\frac{1}{4}$ in 6 Ganzen enthalten sei, so kann man gleich so schliesſsen: $\frac{1}{4}$ ist in einem Ganzen 4 mal

enthalten, in 6 Ganzen ist es folglich 4 mal 6 oder 24 mal enthalten. Wird diese Aufgabe kunstmäſsig ausgedrückt, so heiſst sie also: $6 : \frac{1}{4}$ (d. h. 6 dividirt durch $\frac{1}{4}$) oder $\frac{1}{4} : 6$ (d. h. $\frac{1}{4}$ dividirt in 6) $= 24$ und man sieht hieraus, daſs die ganze Zahl nur mit dem Nenner des Bruches zu multipliziren ist. Wäre aber der Divisor $\frac{3}{4}$, so könnten diese $\frac{3}{4}$ in 6 Ganzen nur den dritten Theil so oft, nämlich $\frac{24}{3} = 8$ mal, enthalten seyn. Hieraus läſst sich nun auch folgende Regel leichter erklären: *Multiplizire die ganze Zahl mit dem Nenner des Divisors, und dividire das Produkt durch dessen Zähler.* Noch deutlicher und zugleich auch überzeugender kann man sich das Verfahren bei dergleichen Divisionsaufgaben dadurch machen, daſs man sowohl den Divisor, als den Dividenden unter einerlei Benennung bringt. In dem angeführten Beispiele müſsten demnach die 6 Ganzen in Viertel verwandelt werden, und dann wäre die Division folgende:

$$\frac{1}{4} : 6 \left(\frac{24}{4}\right) = 24$$

$$\frac{3}{4} : 6 \left(\frac{24}{4}\right) = 8$$

Ist der Divisor ein gemischter Bruch, so wird derselbe vorher eingerichtet, und dann ebenfalls nach der gegebenen Regel verfahren. Z. B. dividire 18 durch $2\frac{3}{4}$. Die Berechnung geschieht also:

$$\begin{array}{l} \underline{2\frac{3}{4}} : \underline{18}_{(4} = 6\frac{6}{11} \\ \frac{11}{4}\ {}_{11)}\frac{72}{6\frac{6}{11}} \end{array}$$

Will man sich von der Richtigkeit der Rechnung überzeugen, so darf man nur den Quotienten mit dem Divisor multipliziren, das Produkt muſs dann dem Dividenden gleich seyn.

Zur Erläuterung der obigen Regel folgen hier noch einige Beispiele:

$$\frac{5}{8} : 12 = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{6} : 20 = \frac{120}{5} = 24$$

$$\frac{7}{10} : 42 = \frac{420}{7} = 60$$

$$6\frac{1}{3} : 38 = \frac{19}{3} : 38 = \frac{114}{19} = 6$$

$$12\frac{1}{4} : 49 = \frac{49}{4} : 49 = \frac{196}{49} = 4.$$

Aus den letztern vier Beispielen, besonders aus dem letzten, kann man von selbst auf die Entdeckung eines in sehr vielen Fällen anwendbaren Vortheils geleitet werden,

nämlich den, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl zu abbreviren, oder wo möglich aufzuheben. Wir wollen daher die obigen vier Beispiele, mit Anwendung dieses Vortheils, nochmals berechnen.

$$\frac{1\cancel{5}}{6} : \cancel{2}\cancel{0}4 = 24$$

$$\frac{1\cancel{7}}{10} : \cancel{4}\cancel{2}6 = 60$$

$$6\tfrac{1}{3} : 38 = \frac{1\cancel{1}\cancel{9}}{3} : \cancel{3}\cancel{8}2 = 6$$

$$12\tfrac{1}{4} : 49 = \frac{\cancel{4}\cancel{9}}{4} : \cancel{4}\cancel{9} = 4$$

§. 130.

3) *Aechte und gemischte Brüche durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.*

Wer die zwei vorigen § §. mit einigem Nachdenken durchgelesen hat, dem werden nun auch die hieher gehörigen Aufgaben leicht zu erklären seyn. Es sind übrigens hierbei zwei besondere Fälle zu merken: es sind nämlich die Nenner entweder gleich oder ungleich. Im ersten Falle geschieht die Division, wie §. 140, blos durch die Zähler, z. B. $\frac{3}{8} : \frac{7}{8} = 2\frac{1}{3}$; ferner $2\frac{1}{5} : 6\frac{4}{5} = \frac{11}{5} : \frac{34}{5} = 5\frac{1}{11}$. Sind aber die Nenner ungleich, *so multiplizirt man den Dividenden mit des Divisors Nenner, und*

dividirt das Produkt durch des Divisors Zähler; z. B. wenn $\frac{9}{10}$ durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden sollen, so geschieht die Berechnung nach dieser Regel also:

$$\frac{3}{4} : \frac{9}{10}$$
$$\text{(4}$$
$$\frac{36}{10}$$
$$\text{5)}$$
$$\frac{12}{10} = 1\tfrac{2}{10} = 1\tfrac{1}{5}.$$

$$\text{Oder } \frac{3}{4} : \frac{9}{10} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 10} = 1\tfrac{1}{5}$$

Ein Viertel würde in $\frac{9}{10}$ $\frac{36}{10}$ mal oder $3\frac{3}{5}$ mal enthalten seyn; bei $\frac{3}{4}$ aber kann der Quotient nur den dritten Theil so viel, nämlich $1\frac{1}{5}$ mal betragen. Eben so ist es auch bei gemischten Brüchen, als:

$$3\tfrac{1}{2} : 21\tfrac{7}{8} = 6\tfrac{1}{4}$$
$$\frac{7}{2} \quad \text{(2} \quad 43\tfrac{3}{4}$$
$$\text{7)} \quad 6\tfrac{1}{4}$$

Zur Erläuterung und Uebung dienen folgende Beispiele:

$$\frac{1}{3} : \frac{5}{8} = \frac{15}{8} = 1\tfrac{7}{8}$$

$$\frac{1}{8} : \frac{5}{6} = \frac{40}{6} = 6\tfrac{2}{3}$$

$$\frac{3}{5} : 4\tfrac{1}{2} = 7\tfrac{1}{2}$$
$$\text{(5} \quad 22\tfrac{1}{2}$$
$$\text{3)} \quad 7\tfrac{1}{2}$$

$$\tfrac{3}{10} : 8\tfrac{5}{6} = 29\tfrac{4}{9}$$

$$\begin{array}{l} 8\tfrac{5}{6}\ (10 \\ \hline 88\tfrac{1}{3} \\ 3)\ \overline{} \\ 29\tfrac{4}{9} \end{array}$$

$$3\tfrac{1}{5} : 18\tfrac{1}{3} = 5\tfrac{35}{48}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{16}{5} & \begin{array}{l} 18\tfrac{1}{3}\ (5 \\ \hline 91\tfrac{2}{3} \\ 16)\ \overline{} \\ 5\tfrac{35}{48} \end{array} \end{array}$$

$$2\tfrac{3}{4} : \tfrac{11}{12} = \tfrac{1}{3}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{11}{4} & \begin{array}{l} \tfrac{11}{12}\ (4 \\ \hline \frac{44}{12} \\ 11)\ \overline{} \\ \tfrac{4}{12} = \tfrac{1}{3}. \end{array} \end{array}$$

§. 131.

Das letztere Beispiel des vorigen §. zeigt uns noch einen anzubringenden doppelten Vortheil, nämlich, daſs sich, bei Divisionsaufgaben in gebrochenen Zahlen, sowohl die beiden Zähler, als auch die beiden Nenner gegen einander aufheben und abbreviren lassen. Jene Aufgabe läſst sich daher auf folgende kurze Art leicht auflösen:

$$\frac{1\not{1}\not{1}}{1\not{4}} : \frac{\not{1}\not{1}1}{\not{1}\not{2}3} = \frac{1}{3}$$

denn da der Divisor $\frac{1}{1}$ oder 1 ist, so bleibt der Dividend unverändert.

Die bei der Division der Brüche anzuwendenden Vortheile lassen sich nun dahin bestimmen:

1) *Abbrevire, wo es angeht, die Zähler gegen einander;* z. B. dividire $\frac{5}{8}$ in $\frac{20}{21}$ wie folgt:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{8} : \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{21} = \frac{32}{21} = 1\tfrac{11}{21}$$

2) *Abbrevire, wo es angeht, die Nenner gegen einander;* z. B. dividire $\frac{3}{16}$ in $\frac{11}{32}$ wie folgt:

$$\frac{3}{\underset{1}{\cancel{16}}} : \frac{11}{\underset{2}{\cancel{32}}} = \frac{11}{6} = 1\tfrac{5}{6}$$

3) *Abbrevire, wo es angeht, die Zähler und auch die Nenner gegen einander;* z. B. dividire $\frac{3}{7}$ in $\frac{27}{28}$ wie folgt:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} : \frac{\overset{9}{\cancel{27}}}{\underset{4}{\cancel{28}}} = \frac{9}{4} = 2\tfrac{1}{4}$$

4) *Abbrevire, wo es angeht, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl des Dividenden;* z. B. dividire $5\frac{3}{4} : 46$ wie folgt:

$$\frac{5\frac{3}{4}}{\frac{\overset{1}{\cancel{23}}}{4}} : \overset{2}{\cancel{46}} = 8$$

5) *Abbrevire, wo es angeht, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl und gegen den Zähler des Dividenden;* z. B. dividire $2\frac{1}{2} : 15\frac{10}{11}$ wie folgt:

$$\frac{2\frac{1}{2}}{\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2}} : \frac{3\cancel{15}\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{11}}{6\frac{4}{11}} (2 = 6\tfrac{4}{11}$$

§. 132.

Auch für die Division der Brüche hat man, wie für die Multiplikation derselben, eine *allgemeine Regel*, welche also ausgedrückt wird: *Multiplizire den gegebenen Dividenden mit des Divisors Nenner und dividire das Produkt durch des Divisors Zähler.* Um diese Regel in allen vorkommenden Fällen anzuwenden, darf man nur dem Divisor, wenn derselbe eine ganze Zahl ist, eine 1 zum Nenner geben. Ein jeder kann nun diese allgemeine Regel an den obigen Uebungsbeispielen anwenden, und wird dadurch die Behauptung, daſs sie in allen Fällen anwendbar sei, bei einer zugleich nützlichen Uebung, bestätigt finden. In der Regeldetri erst wird die Anwendung derselben den gröſsten Nutzen gewähren.

§. 133.

Obgleich oben §. 95 schon erinnert worden, daſs *Doppelbrüche*, oder solche, wo der Zähler und der Nenner, oder einer von beiden, wieder Brüche sind, selten vorkommen und meistens nur aus Herablassung zu unwissenden Laien gebraucht werden: so muſs ich hier wenigstens noch so viel von denselben

sagen, dafs sie ebenfalls nach der allgemeinen Regel behandelt und dividirt werden können. So wie jeder einfache Bruch die nicht ganz vollendete Division nur anzeigt, so ist dies auch der Fall bei Doppelbrüchen. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ z. B. heifst $\frac{1}{2}$ soll durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, der Quotient ist $\frac{2}{3}$; $\frac{\frac{1}{2}}{8}$ zeigt an, $\frac{1}{2}$ soll durch 8 dividirt werden, der Quotient ist $\frac{1}{16}$; $\frac{4}{\frac{2}{3}}$ zeigt an, 4 sollen durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden, der Quotient ist $\frac{12}{2}$ oder 6; $\frac{2\frac{1}{2}}{4}$ zeigt an, dafs $2\frac{1}{2}$ durch 4 dividirt werden soll, der Quotient ist $\frac{5}{8}$.

§. 134.

Uebungsbeispiele.

1) Wie heifst der Quotient von $\frac{3}{4}$ Rthlr., dividirt durch 3?
2) Dividire a) $\frac{8}{9}$ Rthlr. durch 4; b) $\frac{21}{32}$ Rthlr. : 7.
3) Dividire a) $\frac{4}{5}$ fl. durch 4; b) $\frac{9}{10}$ fl. : 3.
4) Dividire a) $\frac{27}{32}$ Mk. durch 9; b) $\frac{1}{4}$ Mk. : 2.
5) Dividire a) $\frac{4}{5}$ L. durch 4; b) $\frac{3}{4}$ L. : 5.
6) Es theilen sich a) 3 in $\frac{36}{55}$ Zentn.; b) 5 in $\frac{15}{22}$ Zentn.; c) 7 in $\frac{49}{110}$ Zentn.; wie viel erhält jeder?
7) a) 4 theilen sich in $\frac{12}{15}$ Schock Aepfel; b) 3 in $\frac{39}{60}$ Schock; c) 8 in $\frac{56}{60}$ Schock; wie viel Stück erhält jeder?

8) Dividire a) $24\frac{8}{9}$ Rthlr. durch 8; b) $36\frac{9}{10}$ fl. : 9.

9) Wie heiſst der Quotient a) von $154\frac{2}{3}$ Rthlr., dividirt durch 8? b) von $326\frac{2}{5}$ fl. : 12?

10) Wie — a) von $17\frac{3}{4}$ fl. : 5; b) von $83\frac{7}{9}$ Rthlr. : 16?

11) Wie — von 58 Rthlr. 13 Ggr. $2\frac{1}{8}$ Pf., dividirt durch 7?

12) Wie — von 221 fl. 10 Stvr. $1\frac{1}{4}$ Pf. holl., dividirt durch 15?

13) Dividire a) $\frac{7}{8}$ Rthlr. durch 4; b) $\frac{5}{6}$ Rthlr. : 6.

14) — a) 3 fl. durch $\frac{3}{4}$; b) 7 fl. : $\frac{4}{5}$.

15) — a) 21 Zentn. durch $\frac{2}{3}$; b) $18\frac{1}{4}$ Zentn. : $\frac{7}{10}$.

16) — a) $4\frac{1}{2}$ Pfd. durch $2\frac{1}{4}$; b) $18\frac{3}{4}$ Pfd. : $6\frac{3}{8}$.

17) — a) $69\frac{3}{4}$ Rthlr. durch $5\frac{2}{3}$; b) $15\frac{1}{6}$ Rthlr. : $7\frac{1}{2}$.

18) — a) 15 Wisp. durch $\frac{3}{4}$; b) 18 Malter : $\frac{5}{8}$.

19) Dividire $\frac{7}{8}$ Rthlr. durch $\frac{3}{4}$; oder wie theuer kommt die Elle, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{7}{8}$ Rthlr. kosten?

20) 5 Erben haben $34783\frac{3}{4}$ Mk. hamb. Kurrent zu theilen, wie viel erhält ein jeder derselben?

21) Wie heiſst der Quotient von $69\frac{3}{8}$ Rthlr., dividirt durch $\frac{5}{6}$?

22) Dividire 9 Zentn. 4 Stein $3\frac{23}{32}$ Pfd. durch $\frac{5}{8}$.

23) Was kostet 1 Scheffel Weizen, wenn die Last von $56\frac{1}{2}$ Scheffel in Königsberg $340\frac{1}{6}$ fl. kostet?

24) Wenn in London $19\frac{1}{2}$ Zentn. Blei $18\frac{1}{2}$ Lsterl. gelten, wie theuer kommt 1 Zentn.?

25) Wenn man in Hamburg den Louisd'or zu 10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schill. Banko verwechselt, wie viel Stück Louisd'or mufs man zu 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schill. Banko haben?

26) Wenn man in Berlin für $28\frac{1}{2}$ Stück Friedrichsd'or $156\frac{3}{4}$ Rthlr. erhält, wie hoch wird das Stück gerechnet?

27) Breslau gibt $92\frac{1}{2}$ Rthlr. für $16\frac{1}{2}$ Stück Friedrichsd'or, wie hoch nimmt man daselbst das Stück?

28) In Stralsund nimmt man die Pistole zu $4\frac{3}{4}$ Rthlr. Kurrent an, wie viel Stücke braucht man zu $64\frac{1}{4}$ Rthlr.?

29) Wie theuer kommt 1 Pfd. grüner Thee in Königsberg, wenn $97\frac{1}{2}$ Pfd. mit $633\frac{3}{4}$ fl. bezahlt werden?

30) Wie oft sind $16\frac{3}{4}$ Loth in $16\frac{3}{4}$ Zentnern enthalten?

Elfter Abschnitt.

Dezimalbruchrechnung.

§. 135.

Die Dezimalbruchrechnung, die ihren Namen von dem lateinischen Worte *decem*, zehn, oder vielmehr von *decima*, ein Zehntel, erhalten, ist eine so leichte und vortreffliche Rechnungsart, daſs sie, besonders in den jetzigen Zeiten, von allen, die sich in einer so unentbehrlichen Wissenschaft, als das Rechnen ist, unterrichten wollen, gelernt werden sollte. Das Dezimalsystem liegt zwar schon (§. 4.) bei unsern gewöhnlichen Zahlen in zehnfach fortschreitender Gröſse zum Grunde; allein da die Eintheilung unserer Münzen, Maase und Gewichte nicht nach diesem System eingerichtet ist, so bedienten sich zeither der Dezimalbruchrechnung beinahe einzig und allein die Mathematiker in den höhern Rechnungen. Seitdem aber Frankreichs Münz-Maas- und Gewichtssystem durchgängig eine zehntheilige Eintheilung bekommen, so ist

schon um deswillen dem Kaufmanne die Kenntniſs der Dezimalbruchrechnung sehr zu empfehlen. Und obgleich die europäischen Münzen, Maase und Gewichte gröſstentheils auf eine sehr verschiedene Art eingetheilt sind, so gewährt uns doch die Dezimalbruchrechnung die gröſsten und wichtigsten Vortheile, bei Zinnsrechnungen, bei Vergleichung der Maase und Gewichte, bei Berechnung der verschiedenen Geldsorten, welche die Herren Kaufleute gern nach Prozenten bestimmen, u. s. w. Es wird daher die Anwendung dieser vortrefflichen Rechnung auf einige Fälle gezeigt werden, übrigens aber werde ich in der Regeldetri und überall, wo diese Rechnung Vortheile gewährt, auf dieselbe Rücksicht nehmen.

§. 136.

Erklärung einiger Ausdrücke.

Dezimalbrüche sind Brüche, deren Nenner *Potenzen* der 10 sind, die aber, nach einer gewissen Abkürzungsmethode, wie ganze Zahlen geschrieben werden.

Potenz oder *Dignität* ist ein Produkt aus gleichen Faktoren. Man nennt es die *erste,*

zweite, *dritte*, *vierte* Potenz etc., je nachdem man nur einen Faktor hat, oder zwei, drei, vier gleiche Faktoren etc. Die *erste Potenz* ist die Stammzahl selbst. Werden zwei gleiche Faktoren, oder welches einerlei ist, wird eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, so heiſst das Produkt die *zweite Potenz*, oder das *Quadrat*. Multiplizire ich z. B. die Zahl 10 mit sich selbst, so ist das Produkt 100 die zweite Potenz, oder das Quadrat von 10; diese 10 selbst aber heiſst die *Quadratwurzel*. So ist 36 die zweite Potenz von der Quadratwurzel 6. Das Produkt aus drei gleichen Faktoren nennt man die *dritte Potenz*, *Kubus*, oder *Kubikzahl*; z. B. $10 \times 10 \times 10 = 1000$. Das Produkt 1000 heiſst die Kubikzahl, und 10 ist die *Kubikwurzel*. Ein Produkt aus vier gleichen Faktoren heiſst die *vierte Potenz*, oder das *Biquadrat* u. s. w. Die Erhebung der Gröſsen wird in der Mathematik auch also angedeutet:

$4 = 4$ $10 = 10$	1ste Potenz, oder Stammzahl.
$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$	2te Potenz, oder Quadrat.
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$	3te Potenz, oder Kubikzahl.
$4^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$	4te Potenz, oder Biquadrat.

Die hier den Stammzahlen beigefügte kleine Ziffer ist der *Exponent*, welcher anzeigt, wie viel gleiche Faktoren mit einander multiplizirt werden sollen. Bei der ersten Potenz wird dieselbe weggelassen.

§. 137.

Dezimalbrüche zu lesen.

Dies ist überaus leicht, besonders für den, welcher die Bedeutung einer jeden Ziffer aus ihrer Stelle anzugeben weiſs; denn eben so wie ganze Zahlen (nach §. 4 und 5) in fortschreitender zehnfacher Vergröſserung von der kleinsten ganzen Zahl Eins bis ins Unendliche anwachsen können, eben so kann man auch in rückschreitender Ordnung die Theile der kleinsten Einheit bis ins Unendliche verkleinern.

Die den ganzen Zahlen angehängten Dezimalbrüche unterscheidet man gewöhnlich durch ein Komma. Manche unterscheiden sie durch einen Punkt, und schreiben noch dazu die Dezimalbrüche mit kleinern Ziffern; allein das Letztere ist ganz unnöthig, und der Punkt hat, theils als Unterscheidungszeichen in der Schriftsprache, theils als arithmetisches

Zeichen, eine ganz andere Bedeutung *). Das Komma zeigt demnach an, daſs die ganzen Zahlen mit der Zahl, welcher es zur Rechten steht, aufhören, und daſs die rechter Hand auf dasselbe folgenden Ziffern Dezimalbrüche sind. Die dem Komma zunächst, oder in der ersten Dezimalstelle stehende Ziffer bedeutet *Zehntel;* die in der nächst niedrigern, oder die in der zweiten Dezimalstelle bedeutet *Hundertel;* in der dritten Dezimalstelle sind die *Tausendtel;* in der vierten die *Zehntausendtel* u. s. w. und so enthält jede noch hinzugefügte Ziffer zehnmal kleinere Theile, als in der nächst vorhergehenden Stelle.

Hierzu einige Beispiele:

48625	sind	48625 Ganze			
4862,5	-	4862	-	und	$\frac{5}{10}$
486,25	-	486	-	-	$\frac{25}{100}$
48,625	-	48	-	-	$\frac{625}{1000}$
4,8625	-	4	-	-	$\frac{8625}{10000}$
0,48625	-	0	-	-	$\frac{48625}{100000}$

56,7 fl.	wird gelesen	$56\frac{7}{10}$ fl.
9,75 Rthlr.	- - - -	$9\frac{75}{100}$ Rthlr.
0,07 Franc.	- - - -	$\frac{7}{100}$ Franc.
80,04	- - -	$80\frac{4}{100}$ -
5,008 Kub.fuſs	- - -	$5\frac{8}{1000}$ Kbkf.

*) Besser wäre vielleicht ein Semikolon (;) anzuwenden, wodurch man beide Parteien vereinigen könnte.

§. 138.

Dezimalbrüche zu schreiben.

Hat der Bruch 10 zum Nenner, oder ist dieser die erste Potenz von 10, so besteht der Zähler desselben, wenn es nicht ein unächter Bruch ist, nur aus einer Ziffer. Ist es ein reiner, ächter Bruch, so wird die Abwesenheit der Ganzen durch eine Null, welcher man ein Komma beifügt, bezeichnet, als:

$\frac{8}{10}$	schreibt man	0,8
$\frac{3}{10}$	- -	0,3
$8\frac{4}{10}$	- -	8,4
$\frac{13}{10}$	- -	1,3
$\frac{52}{10}$	- -	5,2

Enthält der Bruch Hunderttel, oder ist der Nenner die zweite Potenz von 10, so werden die Dezimalbrüche also geschrieben:

$\frac{1}{100}$	schreibt man	0,01
$\frac{9}{100}$	- -	0,09
$\frac{57}{100}$	- -	0,57
$24\frac{75}{100}$	- -	24,75
$\frac{685}{100}$	- -	6,85

Ist der Nenner die dritte Potenz von 10, oder enthält der Bruch Tausendtel, so ist die Bezeichnung folgende:

$\frac{1}{1000}$ schreibt man 0,001
$\frac{49}{1000}$ - - 0,049
$\frac{625}{1000}$ - - 0,625
$48\frac{875}{1000}$ - - 48,875
$\frac{36871}{1000}$ - - 36,871

So wie eine oder mehrere den ganzen Zahlen zur Linken beigefügte Nullen ohne alle Bedeutung sind, eben so sind sie es auch, wenn sie den Dezimalbrüchen zur Rechten angehängt werden. Z. B. 0025 ist nicht mehr und nicht weniger als 25, eben so ist auch 6,2500 weder mehr noch weniger als 6, 25, denn $\frac{25\not{0}\not{0}}{100\not{0}\not{0}} = \frac{25}{100} = 0{,}25$.

§. 139.

Fortsetzung, und zwar
gemeine Brüche in Dezimalbrüche zu reduziren.

Da lassen sich wieder *die* Brüche, deren Nenner *Binal*- oder *Quinquinalzahlen* (d. h. entweder 2 oder 5 selbst, oder Abkömmlinge von diesen Stammzahlen) sind, am leichtesten in Dezimalbrüche verwandeln. Dahin gehören z. B. folgende Nenner: 2 × 5; 4 × 25; 8 × 125; 16 × 625; 32 × 3125. Jedes Paar von diesen Nennern gibt, mit einander multiplizirt, allemal den Nenner zu einem

Dezimalbruche; denn $2 \times 5 = 10$; $4 \times 25 = 100$; $8 \times 125 = 1000$; $16 \times 625 = 10000$; $32 \times 3125 = 100000$.

Hat man nun einen gemeinen Bruch, dessen Nenner einer von diesen paarweis angegebenen Nennern ist, in einen Dezimalbruch zu verwandeln, so darf man nur den Zähler des gemeinen Bruches mit der zweiten Zahl eines solchen Paars multipliziren, das Produkt ist dann der Zähler des gesuchten Dezimalbruches. Zum Beispiel:

1) Wie wird $\frac{3}{5}$ im Dezimalausdrucke geschrieben?

$$\tfrac{3}{5} \cdot 2 = 0{,}6$$

Eigentlich sollte der Zähler und Nenner mit 2 multiplizirt werden, und dann erhielt man $\frac{6}{10}$; da aber der Nenner im Dezimalausdrucke nicht mit geschrieben wird, so braucht man auch, der Kürze wegen, nur den Zähler zu multipliziren.

2) Wie schreibt man $\frac{3}{4}$ als Dezimalbruch? Antw. 0,75.

$$\tfrac{3}{4} \cdot 25 \; (= \tfrac{75}{100}) = 0{,}75.$$

3) Wie — $\frac{16}{25}$? Antw. 0,64.

$$\tfrac{16}{25} \cdot 4 \; (= \tfrac{64}{100}) = 0{,}64.$$

4) Wie — $\frac{5}{8}$? Antw. 0,625.

$$\tfrac{5}{8} \cdot 125 \; (= \tfrac{625}{1000}) = 0{,}625.$$

5) Wie schreibt man $\frac{11}{16}$? Antw. 0,6875.
$\frac{11}{16}$. 625 ($= \frac{6875}{10000}$) $=$ 0,6875.

6) Wie — $\frac{23}{32}$? Antw. 0,71875.
$\frac{23}{32}$. 3125 ($= \frac{71875}{100000}$) $=$ 0,71875.

Uebrigens kann man auch mit diesen nach der im folgenden §. gegebenen allgemeinen Regel verfahren.

§. 140.

Enthalten die in Dezimalbrüche zu reduzirenden gemeinen Brüche, 3tel, 6tel, 7tel, 9tel, 12tel, 24stel etc., so kann man nie eine Zahl finden, mit welcher man den gegebenen Nenner auf eine Potenz von 10 bringen könnte. Solche Brüche nennt man *unendliche*, oder *unvollendete Dezimalbrüche*, weil sie aus solchen gemeinen Brüchen entstehen, deren Nenner keine Potenzen von 2 und 5 sind, und wo die Division (wenn man sie nämlich in Dezimalbrüche verwandeln will) nie völlig aufgeht, wo aber der Fehler auf ein so kleines Theilchen gebracht werden kann, welches für gar nichts zu achten ist. *Endliche* oder *vollendete Dezimalbrüche* entstehen demnach aus solchen Brüchen, deren Nenner Potenzen von 5 und 2 sind, wie die Brüche im vorigen §.

Um einen jeden gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln, bedient man sich folgender *allgemeinen Regel:*

Hänge dem Zähler des gemeinen Bruches nach Belieben einige Nullen an, dividire ihn dann durch den Nenner, und gieb dem Quotienten so viel Dezimalstellen, als Nullen angehängt worden. Zum Beispiel:

1) Wie wird $\frac{1}{3}$ als ein Dezimalbruch geschrieben? Die Antwort 0,3333 findet man nach dieser Berechnung:

$$\frac{1}{3} \quad 3)\frac{10000}{3333\frac{1}{3}} = 0{,}3333\ldots$$

Der Dezimalbruch von $\frac{1}{3}$ beträgt also $\frac{3333}{10000}$ und noch $\frac{1}{30000}$. Dieser Ueberschuſs aber beträgt so wenig, daſs man denselben ganz unbesorgt weglassen kann; denn wäre es auch der Bruch von einem Thaler, so würde dieser Ueberschuſs noch nicht einmal den 52sten Theil eines Hellers ausmachen; wäre es der Bruch von einem Pfundsterling, so würde der Ueberschuſs $\frac{1}{125}$ Penny betragen. Ueberhaupt werden immer 3 bis 4 höchstens 5 dem Zähler angehängte Nullen zureichen, um den Dezimalbruch ziemlich genau auszudrücken. Will man aber die Rechnung doch noch schärfer führen, so kann man noch eine

Null mehr anhängen. Die Division geht bei solchen unendlichen Dezimalbrüchen nie auf; daher pflegt man der letzten Dezimalziffer einige Punkte anzuhängen, um dadurch anzuzeigen, daſs sich die Genauigkeit noch weiter treiben lasse, und daſs man die letzte Ziffer nicht für die ganz letzte anzunehmen brauche.

Daſs man dem Zähler Nullen anhängt, dies beruht darauf: Man setzt dadurch den Bruch mit der 3ten, oder 4ten, oder 5ten Potenz von 10 in Proportion, und sucht dann das vierte Glied, welches der Zähler zu dem verlangten Dezimalbruche ist. S. den folgenden Abschnitt §. 150.

§. 141.

Noch einige Beispiele.

1) Wie heiſst der Dezimalbruch von $\frac{37}{12}$ fl.?

12 : 370000

3,0833 . . .

Die Antwort ist 3,0833 . . . fl.

oder noch schärfer 3,08333 fl.

2) Wie schreibt man $56\frac{7}{11}$ Zentn. als einen Dezimalbruch?

$56\frac{7}{11}$ Zentn. 11 :	7000	56,636 . . .
	4704	

Die Antwort ist 56,636 . . . Zentn.
oder noch schärfer 56,6363 . . . Zentn.

Das erste Resultat läſst einen Ueberschuſs von $\frac{4}{11000}$, welcher ohngefähr 1 Loth betrüge; nach dem zweiten Resultate aber beträgt der Ueberschuſs nur $\frac{7}{110000}$, welcher ein wenig mehr, als den zehnten Theil eines Quentchens ausmacht.

Dies Wenige wird schon hinreichend seyn, Dezimalbrüche nicht nur richtig zu lesen und zu schreiben, sondern auch gemeine Brüche in Dezimalbrüche zu verwandeln. Die Uebung wird auch hier das Beste thun. Uebrigens wird es Anfängern sehr nützlich seyn, sich mit nachstehenden zwei Tabellen recht bekannt zu machen.

§. 142.

I. *Tabelle der Dezimalbrüche* von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{11}{12}$.

$\frac{1}{2}$ = 0,5	$\frac{4}{7}$ = 0,5714 ...	$\frac{1}{11}$ = 0,0909 ...
$\frac{1}{3}$ = 0,3333 ...	$\frac{5}{7}$ = 0,7142 ...	$\frac{2}{11}$ = 0,1818 ...
$\frac{2}{3}$ = 0,6666 ...	$\frac{6}{7}$ = 0,8571 ...	$\frac{3}{11}$ = 0,2727 ...
$\frac{1}{4}$ = 0,25	$\frac{1}{8}$ = 0,125	$\frac{4}{11}$ = 0,3636 ...
$\frac{3}{4}$ = 0,75	$\frac{3}{8}$ = 0,375	$\frac{5}{11}$ = 0,4545 ...
$\frac{1}{5}$ = 0,2	$\frac{5}{8}$ = 0,625	$\frac{6}{11}$ = 0,5454 ...
$\frac{2}{5}$ = 0,4	$\frac{7}{8}$ = 0,875	$\frac{7}{11}$ = 0,63636 ...
$\frac{3}{5}$ = 0,6	$\frac{1}{9}$ = 0,1111 ...	$\frac{8}{11}$ = 0,72727 ...
$\frac{4}{5}$ = 0,8	$\frac{2}{9}$ = 0,2222 ...	$\frac{9}{11}$ = 0,81818 ...
$\frac{1}{6}$ = 0,1666 ...	$\frac{4}{9}$ = 0,4444 ...	$\frac{10}{11}$ = 0,90909 ...
$\frac{5}{6}$ = 0,8333 ...	$\frac{5}{9}$ = 0,5555 ...	$\frac{1}{12}$ = 0,0833 ...
$\frac{1}{7}$ = 0,1428 ...	$\frac{7}{9}$ = 0,7777 ...	$\frac{5}{12}$ = 0,4166 ...
$\frac{2}{7}$ = 0,2857 ...	$\frac{8}{9}$ = 0,8888 ...	$\frac{7}{12}$ = 0,5833 ...
$\frac{3}{7}$ = 0,4285 ...	$\frac{1}{10}$ = 0,1 u. s. w.	$\frac{11}{12}$ = 0,9166 ...

II. *Tabelle der Dezimalbrüche.*

über 15tel, 16tel, 18tel, 20stel, 24stel, 32stel, und 60stel, mit Auschluſs der in der vorigen Tabelle enthaltenen Brüche.

$\frac{1}{15}$ = 0,0666...	$\frac{7}{20}$ = 0,35	$\frac{21}{32}$ = 0,65625
$\frac{2}{15}$ = 0,1333...	$\frac{9}{20}$ = 0,45	$\frac{23}{32}$ = 0,71875
$\frac{4}{15}$ = 0,2666...	$\frac{11}{20}$ = 0,55	$\frac{25}{32}$ = 0,78125
$\frac{7}{15}$ = 0,4666...	$\frac{13}{20}$ = 0,65	$\frac{27}{32}$ = 0,84375
$\frac{8}{15}$ = 0,5333...	$\frac{17}{20}$ = 0,85	$\frac{29}{32}$ = 0,90625
$\frac{11}{15}$ = 0,7333...	$\frac{19}{20}$ = 0,95	$\frac{31}{32}$ = 0,96875
$\frac{13}{15}$ = 0,8666...	$\frac{1}{24}$ = 0,0416...	$\frac{1}{60}$ = 0,0166...
$\frac{14}{15}$ = 0,9333...	$\frac{5}{24}$ = 0,2083...	$\frac{7}{60}$ = 0,1166...
$\frac{1}{16}$ = 0,0625	$\frac{7}{24}$ = 0,2916...	$\frac{11}{60}$ = 0,1833...
$\frac{3}{16}$ = 0,1875	$\frac{11}{24}$ = 0,4583...	$\frac{13}{60}$ = 0,2166...
$\frac{5}{16}$ = 0,3125	$\frac{13}{24}$ = 0,5416...	$\frac{17}{60}$ = 0,2833...
$\frac{7}{16}$ = 0,4375	$\frac{17}{24}$ = 0,7083...	$\frac{19}{60}$ = 0,3166...
$\frac{9}{16}$ = 0,5625	$\frac{19}{24}$ = 0,7916...	$\frac{23}{60}$ = 0,3833...
$\frac{11}{16}$ = 0,6875	$\frac{23}{24}$ = 0,9583...	$\frac{29}{60}$ = 0,4833...
$\frac{13}{16}$ = 0,8125	$\frac{1}{32}$ = 0,03125	$\frac{31}{60}$ = 0,5166...
$\frac{15}{16}$ = 0,9375	$\frac{3}{32}$ = 0,09375	$\frac{37}{60}$ = 0,6166...
$\frac{1}{18}$ = 0,0555...	$\frac{5}{32}$ = 0,15625	$\frac{41}{60}$ = 0,6833...
$\frac{5}{18}$ = 0,2777...	$\frac{7}{32}$ = 0,21875	$\frac{43}{60}$ = 0,7166...
$\frac{7}{18}$ = 0,3888...	$\frac{9}{32}$ = 0,28125	$\frac{47}{60}$ = 0,7833...
$\frac{11}{18}$ = 0,6111...	$\frac{11}{32}$ = 0,34375	$\frac{49}{60}$ = 0,8166...
$\frac{13}{18}$ = 0,7222...	$\frac{13}{32}$ = 0,40625	$\frac{53}{60}$ = 0,8833...
$\frac{17}{18}$ = 0,9444...	$\frac{15}{32}$ = 0,46875	$\frac{59}{60}$ = 0,9833...
$\frac{1}{20}$ = 0,05	$\frac{17}{32}$ = 0,53125	$\frac{60}{60}$ = 1,
$\frac{3}{20}$ = 0,15	$\frac{19}{32}$ = 0,59375	$\frac{79}{60}$ = 1,3166...

§. 143.

Addition der Dezimalbrüche.

Dezimalbrüche, die es schon sind, zu addiren, ist so leicht, dafs es beinahe gar keiner Anweisung bedarf. Man setze nur die Ziffern von einerlei Ordnung, sowohl bei ganzen Zahlen als auch bei Dezimalbrüchen, richtig und gehörig unter einander, und addire dann dieselben, wie ganze Zahlen addirt werden; z. B.

Ex. 1) Rthlr.	0,25	Ex. 2) fl.	56,8
	0,05		394,8833
	0,375		9,3166
	0,25		204,0666
	0,625		49,15
	0,95		63,0335
Rthlr.	2,5ØØ	fl.	777,25ØØ

Man fängt auch hier zur Rechten an zu addiren, und die jedesmaligen Zehner zur folgenden Kolumne mit hinüberzunehmen. Die Summe von Nr. 1. beträgt 2,500 Rthlr. oder da die Nullen zur Rechten der Dezimalbrüche ohne Bedeutung sind, 2,5 Rthlr. das ist $2\frac{1}{2}$ Rthlr. Die Summe von Nr. 2. beträgt 777,2500 oder, welches einerlei ist, 777,25 fl. 0,25 fl. aber ist so viel als $\frac{1}{4}$ fl. oder 15 Kreuzer.

Welch eine leichte Rechnung mit Dezimalbrüchen! nur Schade, daſs sie in Deutschland noch so wenig Anwendung gefunden.

§. 144.

Eben so leicht wird es besonders denjenigen seyn, welche die obigen beiden Tabellen gut inne haben, gemeine Brüche erst in Dezimalbrüche zu verwandeln, und dann zu addiren. Auch dies soll durch zwei Beispiele bewiesen werden.

Ex. 1) Herr *Dittmar* hatte folgende Posten ausstehen: bei A. $541\frac{4}{5}$ fl., bei B. $359\frac{1}{4}$ fl., bei C. $896\frac{1}{5}$ fl., bei D. $39\frac{7}{8}$ fl., bei E. $97\frac{11}{20}$ fl., bei F. $273\frac{4}{15}$ fl. Wie viel beträgt es in Summa? Antw. 2208,125 fl. wie hier folgt:

A.	$541\frac{4}{5}$	fl.	=	541,8
B.	$359\frac{1}{4}$	-	=	359,25
C.	$896\frac{1}{5}$	-	=	896,2
D.	$39\frac{7}{8}$	-	=	39,875
E.	$97\frac{11}{20}$	-	=	97,55
F.	$273\frac{9}{20}$	-	=	273,45
				2208,125 fl.

Die Summe der Dezimalbrüche ist 3,125; die Summe aller Posten aber ist 2208,125 fl. Der Betrag des Dezimalbruches 0,125 ist nach obiger Tabelle gleich $\frac{1}{8}$ fl. oder $7\frac{1}{2}$ Kreuzer.

Ex. 2) Wie viel beträgt die Summe von $\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{2}{3}$ + $\frac{3}{4}$ + $\frac{4}{5}$ + $\frac{5}{6}$ + $\frac{7}{10}$ + $\frac{8}{15}$ fl.? Es ist das oben §. 112 angeführte Beispiel, das mit Dezimalbrüchen eine noch leichtere Rechnung gewährt, als:

$$\begin{array}{rl} \text{fl. } \frac{1}{2} = & 0{,}5 \\ \frac{2}{3} = & 0{,}6666 \\ \frac{3}{4} = & 0{,}75 \\ \frac{4}{5} = & 0{,}8 \\ \frac{5}{6} = & 0{,}8333 \\ \frac{7}{10} = & 0{,}7 \\ \frac{8}{15} = & \underline{0{,}5333} \\ & \text{fl. } 4{,}7832 \end{array}$$

Dieser Dezimalbruch (0,7832) ist dem in der zweiten Tabelle von $\frac{47}{60}$ beinahe ganz gleich denn $\frac{1}{10000}$ fl. würde nicht einmal den 40sten Theil eines Pfennigs betragen, und ist daher für gar nichts zu achten.

§. 145.

Wenn in einem Dezimalbruche die letzten oder niedrigsten Ziffern immer in 9 fortgehen, so darf man nur 1 Tausend oder Zehntausendtheilchen zu der letztern hinzuzählen, so wird man dadurch mehrentheils einen vollendeten Dezimalbruch erhalten. Z. B.

I. Cavendish in Manchester nimmt folgende Schuldposten ein: von G. 63$\frac{4}{5}$ Lsterl.,

von H. $119\frac{7}{20}$ L., von I. $84\frac{11}{60}$ L., von K. $75\frac{3}{4}$ L., von L. $43\frac{17}{20}$ L. u. von M. $327\frac{4}{15}$ L. Wie viel beträgt die Summe?

G.	$63\frac{4}{5}$ L.	=	63,8
H.	$119\frac{7}{20}$ -	=	119,35
I.	$84\frac{11}{60}$ -	=	84,1833...
K.	$75\frac{3}{4}$ -	=	75,75
L.	$43\frac{17}{20}$ -	=	43,85
M.	$327\frac{4}{15}$ -	=	327,2666...
			L. 714,1999
			0,0001
			L. 714,2ØØØ

Durch Hinzufügung dieses $\frac{1}{10000}$, das noch nicht einmal den 40sten Theil eines Penny beträgt, erhält man einen vollendeten Dezimalbruch, nämlich 3,2000 d. i. 3,2 und gerade so viel betragen auch die gemeinen Brüche, wenn sie auf die gemeine Art addirt werden.

Dasselbe gilt auch, wenn die auf die fortlaufenden Nenner folgende Ziffer eine 8 oder 7 ist, wo man 2 oder 3 Tausend- oder Zehntausendtheilchen hinzufügt; z. B.

$$\begin{array}{r} 0{,}84998 \\ +\ 0{,}00002 \\ \hline 0{,}85000 = 0{,}85 \end{array}$$

Folglich kann man für folgende und mehrere unvollendete

Dezimalbrüche gleich setzen

0,39999 ... = 0,4
0,24998 .. = 0,25
0,874997 .. = 0,875 u. s. w.

Auf solche Ergänzungen, wo man 1 auch 2 bis 3 Tausend- oder Zehntausendtheile noch hinzufügt, hat man wohl Acht zu geben, weil man sich die Rechnung dadurch noch mehr erleichtern, und den Dezimalbruch richtiger schätzen kann.

§. 146.

Subtraktion der Dezimalbrüche.

Auch hier ist das Verfahren eben so, wie bei ganzen Zahlen, nur muſs man beim Rest die Ganzen von den Dezimalbrüchen durch das Komma gehörig unterscheiden. Z. B.

Ex. 1) 623,875 Rthlr.
508,125 -
115,750 = 115,75 Rthlr. = $115\frac{3}{4}$ Rthlr.

Ex. 2) 183,0666 fl.
124,6833 -
Rest 58,3833 fl. = 58 fl. 23 Kreuzer.

Im zweiten Ex. können die 8 Hunderttheile von der darüber stehenden 6 nicht abgezogen werden, und da auch keine Zehntheile im Mi-

nuenden sind, so borgt man bei den 3 Ganzen eine Einheit, welche 10 Zehntel hat; da man nun nicht 10, sondern nur 1 Zehntel braucht, so wird, weil die 9 Zehntel zurückbleiben, aus der Null eine 9; das 1 Zehntel aber ist so viel als 10 Hunderttel, diese zu den 6 Hundertteln hinzugezählt = 16; hiervon die untern 8 u. s. w.

Ex. 3) Subtrahire 68,875 fl. holl. von 123,5 fl.

	123,5 fl.	oder	123,500
	68,875 -		68,875
Rest	54,625 fl.		54,625

Da der Dezimalbruch im Minuenden nur aus einer Ziffer besteht, so kann man entweder dieser Ziffer noch einige Nullen anhängen, oder man borgt bei den Ziffern des Subtrahenden, nach §. 15. Nr. 5.

§. 147.

Ist aber der Bruch des Subtrahenden ein unvollendeter Decimalbruch, und der im Minuenden ein vollendeter, so schreibt man, wenn der Subtrahend mehr Ziffern enthält als der Minuend, statt der Nullen lauter Neunen, und vermindert die auf die Neunen folgende bedeutende Ziffer um eins. Dadurch

bildet man den vollendeten Dezimalbruch im Minuenden auch in einen unvollendeten um, und macht den Minuenden dem Subtrahenden *gleichartig*, wodurch dann die Rechnung um desto schärfer geführt werden kann. Z. B.

Wie heiſst die Differenz von 8,75 — 4,9583?

8,75	=	$8\frac{3}{4}$
(499 ...		
4,9583 ...	=	$4\frac{23}{24}$
3,7916 ...	=	$3\frac{19}{24}$.

§. 148.

Multiplikation der Dezimalbrüche.

Die allgemeine Regel ist:

Multiplizire die Dezimalbrüche gerade so, wie man ganze Zahlen multiplizirt, und gib dann dem erhaltenen Produkte so viel Dezimalstellen, als sich deren in den beiden Faktoren (im Multiplikanden und Multiplikator) *befinden*. Trifft sichs aber, daſs das Produkt nicht so viel Ziffern habe, als es Dezimalstellen erhalten soll, so fügt man zur Linken desselben noch so viel Nullen hinzu, als Dezimalstellen fehlten. Denn, wenn Ganze mit Zehnteln multiplizirt werden, so enthält das Produkt Zehntel; werden Zehntel und Hunderttel mit einander multiplizirt, so entstehen daraus Tau-

sendtel etc. Einige Beispiele werden dies am besten erläutern.

$$\text{a)}\ \begin{array}{r} 0{,}8 \\ 6 \\ \hline 4{,}8 \end{array} \qquad \text{b)}\ \begin{array}{r} 8 \\ 0{,}6 \\ \hline 4{,}8 \end{array} \qquad \text{c)}\ \begin{array}{r} 0{,}8 \\ 0{,}6 \\ \hline 0{,}48 \end{array}$$

$$\text{d)}\ \begin{array}{r} 0{,}08 \\ 0{,}06 \\ \hline 0{,}0048 \end{array} \qquad \text{e)}\ \begin{array}{r} 0{,}008 \\ 0{,}06 \\ \hline 0{,}00048 \end{array} \qquad \text{f)}\ \begin{array}{r} 0{,}008 \\ 0{,}0006 \\ \hline 0{,}0000048 \end{array}$$

Beim Multipliziren ist es bekanntlich einerlei, mit welchem Faktor man den andern vermehrt, folglich sind die Produkte in a und b einander gleich; denn $6 \times \frac{8}{10}$ und $\frac{8}{10} \times 6 = \frac{48}{10} = 4\frac{8}{10}$ oder im Dezimalausdrucke 4,8. In c ist der Multiplikand $\frac{8}{10}$ und der Multiplikator $\frac{6}{10}$, beide Brüche multiplizirt geben $\frac{48}{100} = 0{,}48$. In d ist $\frac{8}{100}$ mit $\frac{6}{100}$ zu multipliziren, das Produkt ist $\frac{48}{10000} = 0{,}0048$ u. s. w. Hieraus ergibt sich auch die Richtigkeit der obigen Regel.

Eben so verhält sichs mit folgenden Dezimalbrüchen:

$$\text{a)}\ \begin{array}{r} 1{,}2 \\ 8 \\ \hline 9{,}6 \end{array} = 8 \times 1\tfrac{2}{10} = 8 \times \frac{12}{10} = \frac{96}{10} = 9{,}6$$

$$\text{b)}\ \begin{array}{r} 12 \\ 0{,}8 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \text{c)}\ \begin{array}{r} 1{,}2 \\ 0{,}8 \\ \hline 0{,}96 \end{array} = \tfrac{8}{10} \times \frac{12}{10} = \tfrac{96}{100} = 0{,}96$$

d) 0,12
0,08
0,0096

e) 0,012
0,008
0,000096

f) $0{,}72 = \frac{72}{100} \times \frac{6}{1000} = \frac{432}{100000} = 0{,}00432$
0,006
0,00432

g) 76,625 Rthlr.
48
613 000
3065 00
3678,000 Rthlr.

Oder $\frac{76{,}625 \times 48}{6 \times 8}$
76,625 (6
459 750 (8
3678,000

h) 178,35 fl.
1,6
107010
17835
285,36∅ fl.

Oder 178,35 × 1,6
107 010
285,36∅

Aus diesen letztern zwei Beispielen sieht man, daſs sich auch hier die oben §. 27 und 29 gezeigten Vortheile im Multipliziren anwenden lassen.

§. 149.

Enthält einer der Faktoren am Ende Nullen, so kann man dieselben auch, wie bei ganzen Zahlen, ausdrücken, und beim Produkte die Nullen gegen so viel Dezimalstellen weglassen, wie folgende Beispiele zeigen werden:

1) Multiplizire $66\frac{3}{4}$ mit 700; oder wie theuer kommen 700 Zentn. Zucker à $66\frac{3}{4}$ Rthlr.?

$$\begin{array}{r} 66{,}75 \\ 700 \\ \hline 46725 \text{ Rthlr.} \end{array}$$

2) Was kosten 300 Pfd. Indigo in Paris, à 6 Fr. 64 Cent. oder à 6,64 Fr.?

$$\begin{array}{r} 300 \\ 6{,}64 \\ \hline 1992 \text{ Francs.} \end{array}$$

3) Multiplizire 123700 mit 0,025.

$$\begin{array}{r} 123700 \\ 0{,}025 \\ \hline 6185 \\ 2474 \\ \hline 3092{,}5 \end{array}$$

In den ersten beiden Beispielen wurden die 2 Nullen gegen die zwei Dezimalstellen, gleich weggelassen; im dritten aber hat der Multiplikator drei Dezimalstellen, und der Multiplikand nur zwei Nullen, folglich mufste dem Produkte noch eine Dezimalstelle gegeben werden.

§. 150.

Division der Dezimalbrüche.

Die allgemeine Regel ist:

Dividire die Dezimalbrüche ebenfalls wie ganze Zahlen, und gib dem Quotienten so viel Dezimalstellen, als deren im Dividenden, weniger so viel als im Divisor, sind. Andere drücken diese Regel auch so aus: Hänge dem Dividenden so viel Nullen an, als der Divisor Dezimalstellen hat, dividire dann auf die gewöhnliche Weise, und gib dem Quotienten so viel Dezimalstellen, als deren der gegebene Dividend hat.

In Beziehung auf die gegebene Regel will ich nun noch einige besondere Fälle anführen:

1) *Wenn der Divisor eine ganze Zahl ist, so gibt man dem Quotienten so viel Dezimalstellen, als deren im Dividenden sind.*

a) Dividire 97,44 durch 12.

12 : 97,44
8,12 Quot.

b) Dividire 898,896 Stein durch 24.

```
24 : 898,896 Stein | 37,454 Stein.
     72
     ---
     178
     168
     ---
      108
       96
      ---
      129
      120
      ---
        96
        96
       ---
```

Oder. $24 : 898{,}896 \mid 37{,}454$

$$\begin{array}{l} 178 \\ \;\;108 \\ \;\;\;129 \\ \;\;\;\;\underline{96} \end{array}$$

Oder. $24 : \dfrac{898{,}896}{37{,}454}$ Oder. $\dfrac{24}{4 \times 6} : \dfrac{{}^{4)}\dfrac{898{,}896}{224\,724}}{{}^{6)}\,37{,}454}$

c) Wie heisst der Quotient von 1104,1296 fl., dividirt durch 56?

$$\frac{56}{7 \times 8} : {}^{7)}\frac{1104{,}1296 \text{ fl.}}{{}^{8)}\frac{1577328}{19{,}7166 \text{ fl.}}} = 19 \text{ fl. } 43 \text{ Xr.}$$

§. 151.

2) *Wenn Dividend und Divisor aus reinen oder gemischten Dezimalbrüchen bestehen, so zieht man die Anzahl der Dezimalstellen des Divisors von der des Dividenden ab, und gibt dem Quotienten den Rest.*

a) Dividire 138,336 Francs durch 2,4.

$$\frac{2{,}4}{4 \times 6} : {}^{4)}\frac{138{,}336 \text{ Fr.}}{{}^{6)}\frac{34584}{57{,}64 \text{ Fr.}}} = 57 \text{ Fr. } 64 \text{ Cent.}$$

Der Divisor hat hier nur eine Dezimalstelle, der Dividend hingegen hat deren drei, folglich erhält der Quotient 2 Dezimalstellen.

Man kann hierbei auch auf folgende Art verfahren: man macht sowohl den Divisor als Dividend um so viel mal gröſser, bis man aus dem Divisor eine völlig ganze Zahl erhält, und dividirt dann, wie im vorigen §. gezeigt worden. Nach diesem Verfahren erhält man im vorigen Beispiele 24 zum Divisor und 1383,36 zum Dividenden, denn

$$\frac{2{,}4}{24{,}0}\,(10 \quad \text{und} \quad \frac{138{,}336}{1383{,}360}\,(10$$

b) Was kostet ein Pfund Thee Congo in Bourdeaux, wenn $214\frac{1}{4}$ Pfd. für 694 Fr. 17 Cent. eingekauft worden? oder dividire 694,17 Fr. durch 214,25.

```
214,25 : 694,17 | 3,24 Francs. = 3 Fr. 24 Cent.
         64275  |
         -----
          51420
          42850
          -----
           85700
           85700
           -----
```

Hier heben sich die Dezimalstellen des Divisors und des Dividenden gegen einander auf, und der Quotient ist 3 Fr. Da aber noch 5142 übrig bleibt, so setzt man die Division immer fort, indem man jedesmal eine Null beifügt, und dann dem Quotienten so

viel Dezimalstellen gibt, als man Nullen beigefügt hat.

Auf eben diese Art kann man auch bei der Division mit ganzen Zahlen den Rest, welcher öfters einen ganz unbequemen Bruch geben, oder durch Abbreviren mehr Mühe machen würde, in einen Dezimalbruch ausdrücken. Lafst uns das letztere Beispiel einmal hierauf anwenden, und sowohl den Divisor, als den Dividenden um 100 mal vergröfsern, und ausrechnen, wie theuer 1 Pfd. komme, wenn 21425 Pfd. mit 69417 Fr, bezahlt worden? Die Berechnung ist ganz die vorige, als:

```
21425 : 69417 | 3,24 Fr.
        64275 |
        -----
         51420
         42850
         -----
          85700
          85700
          -----
```

§. 152.

3) *Wenn der Dividend aus lauter Ganzen besteht, und der Divisor ein Dezimalbruch ist, so gibt man dem erstern so viel Nullen, als letztrer Dezimalstellen hat.*

a) Dividire 84 durch 4,2.

```
4,2  :  840 | 20 Quot.
        84  |
       ----
         0
```

b) Dividire 7986 durch 3,75.

```
3,75  :  798600 | 2129,6 Quot.
         750    |
         ---
          486
          ---
          1110
           750
          ----
          3600
          3375
          ----
          2250
          2250
          ----
```

Es wird nämlich hierdurch ebenfalls der Divisor und der Dividend mit 10, 100, 1000 etc. vermehrt, und der Dezimalbruch aus dem Divisor weggeschafft; denn $10 \times 4{,}2 = 42$; und $10 \times 84 = 840$.

$100 \times 3{,}75 = 375$; und $100 \times 7986 = 798600$.

In dem zweiten Beispiele blieben noch $\frac{225}{375}$ Rest, die nach dem vor. §. 0,6 gaben.

c) Wenn in Paris 217 Fr. für $144\frac{3}{4}$ Kilogramme levantischen Reis gegeben werden, wie theuer kommt da 1 Kilogramme? oder dividire 217 durch 144,75.

14475 : 21700 | 1,499 Fr.
14475 | = cca. 1,5 Fr.
72250
57900
143500
130375
131250
130375
875

Das Facit ist 1,499 Fr. oder 1 Fr. 49 Cent. und 9 Zehntel Centime = 9 Tausendtel Franke, oder, wie es auch in Frankreich genannt wird, 9 Millime. Der Rest $\frac{875}{14475}$ ist so unbedeutend, daſs er ganz weggelassen werden kann. Ergänzt man übrigens das fehlende $\frac{1}{1000}$, so erhält man 1,5 Fr. zum Quotienten.

Anmerk. Die Probe macht man auf diese vier Rechnungsarten mit Dezimalbrüchen eben so, wie oben mit ganzen Zahlen.

§. 153.

Aus den angeführten Beispielen sieht man wenigstens einigermaſsen, daſs die Dezimalbruchrechnung viele Vortheile gewähre. Aber welche Vortheile würde sie bei allen Rechnungen des gemeinen Lebens nicht nur, sondern auch bei den kaufmännischen Berech-

nungen verschaffen, wenn unsere Münzen, Maſse und Gewichte so wie jetzt in Frankreich auch zehntheilig wären! Welch eine Menge der unregelmäſsigsten Zählungsarten muſs nicht ein Anfänger in der Arithmetik auswendig wissen, wenn er nur irgend einige leichte arithmetische Aufgaben berechnen will. So zählt man z. B. bei Münzen von 1 bis 11 Pfennige fort, 12 Pfennigen aber gibt man die Benennung einer höhern Einheit, und nennt sie in Obersachsen einen Groschen, in Niedersachsen einen guten Groschen. Diese zählt man wieder fort bis 23, und macht 24 Ggr. zu einer neuen höhern Einheit, zu einem Thaler. Oder man nennt, besonders in Niedersachsen, 8 Pfennige einen Groschen, und rechnet 36 solcher Groschen für einen Thaler. In Hamburg, Lübeck etc. machen 12 Pfennige einen Schilling, und 16 solcher Schillinge = 1 Mark. In Bremen gehen auf den Reichsthaler 72 Groote, und jeder Groot besteht aus 5 Schwaaren. In einem groſsen Theile des südlichen Deutschlandes zählt man die Kreuzer bis 59 und gibt erst 60 Kreuzern die Benennung eines Guldens. So hat jedes Land, ja beinahe jedes Ländchen, seine eignen Rechnungs- und Zahlungsmünzen.

Beim Gewichte zählt man die kleinste im Detailhandel vorkommende Sorte, das Quentchen, nur bis 3 fort, und nennt 4 Quentchen 1 Loth; 32 Lothe nennt man 1 Pfund; 20, 22, 24, 33 etc. Pfunde machen 1 Stein; und bald gehen 100, bald 104, bald 108, bald 110, bald 112, bald 114 Pfunde etc. auf einen Zentner. Möchte es daher nicht blos ein frommer Wunsch bleiben, daſs auch in unserm deutschen Vaterlande ein die Handlung erleichterndes und Betrug vorbeugendes allgemeines Münz- Maas- und Gewichtssystem bald eingeführt würde!

§. 154.

Uebungsbeispiele.

a) Addition.

1) Wie viel betragen: 16,25 Zentn. + 8,4 Zentn. + 6,75 Zentn. + 35,6 Zentn. + 0,625 Zentn. + 54,5 Zentn.?

2) Was betragen: 70,5 Pfd. + 16,4375 Pfd. + 32,53125 Pfd. + 21,65625 Pfd. + 8,125 Pfd. + 19,75 Pfd. + 84,5 Pfd.?

3) Addire 193,5 fl. holl. + 69,65 + 119,85 + 34,35 + 80,75 + 304,95 fl. holl.

4) Addire 6,5 Lsterl. + 18,55 + 342,625 +

53,4583 + 78,21875 + 137,96875 + 43,6832 Lsterl.

5) Addire 175,28 Francs + 84,71 + 49,83 + 0,95 + 368,88 + 94,80 + 109 + 0,31 Fr.

b) Subtraktion.

6) A. hatte 73,75 Zentn. Zucker, verkauft davon 54,875 Zentn., wie viel behält er noch?

7) B. hat 273,21 Francs, wie viel wird ihm übrig bleiben, wenn er sein Kostgeld davon bezahlt, welches 219,83 Fr. beträgt?

8) C. in Amsterdam hat bei D. 1300,525 fl. zu fordern; wenn nun D. 801,65 fl. abbezahlt, wie viel muſs er dem C. noch zahlen?

9) E. in Hamburg hatte 3675,3125 Mk. ausgeliehen, erhielt hierauf bezahlt 2986,8125 Mk.; wie viel beträgt der Rest?

10) F. in Nürnberg kaufte eine Partie Waaren für 867,5 fl. und nachdem er sie wieder verkauft, fand er, daſs er 1246,7166 fl. daraus gelöſst hatte; wie viel betrug sein Gewinn?

c) Multiplikation.

11) G. in Marseille kaufte 800 Stück Flinten à 18,34 Fr., wie viel beträgt es?

12) Was kosten 1698½ Pfd. Martinique Kaffee à 1,44 Franc?

13) Was kosten $365\frac{3}{4}$ Pfd. Grünspan à 28 Centimes?

14) Wie heifst das Produkt von $16,\frac{7}{8} \times 4\frac{3}{4}$?

15) Wie theuer kommen in Petersburg 134,6 Pud Hanföl à $3\frac{3}{4}$ Rubel?

d) Division.

16) Wie viel Paar Schuhe können für 6000 Franken angeschafft werden, wenn das Paar 5,56 Fr. kostet?

17) Was beträgt der Arbeitslohn für 1 Ruthe Mauer, wenn 24,3 Ruthen 187,11 Franken kosten?

18) 6,75 Meter Tuch kosten 33 Franken, was 1 Meter?

19) Wie theuer kommt in Petersburg 1 Pud Eisen, wenn 614,375 Pud mit 1105,87 Rubel bezahlt werden?

20) Was kostet daselbst 1 Pud Juchten, wenn 68,625 Pud 3595 Rubel 95 Kopeken gelten?

Zweiter Theil.

Proportionsregel. Regel de tri

mit

direkten und indirekten Verhältnissen.

Regel quinque. Kettenregel. Regula multiplex. Gesellschaftsrechnung. Niedere und höhere Praktik.

Proportionsregel. Regel de tri

[illegible] directen und indirecten Verhältnissen.

Regel quinque. Kettenregel. Regula multiplex. Gesellschaftsrechnung. Mische und höhere Praktik.

Zwölfter Abschnitt.

Proportionsregel.

§. 155.

Die Proportionsrechnung begreift alle die vielen und mancherlei arithmetischen Operationen unter sich, wobei es darauf ankommt, vermittelst der vorgelegten bekannten Glieder eines Proportionssatzes, das noch fehlende unbekannte Glied desselben durch Rechnung ausfindig zu machen. Man kann die Proportionsregel mit Recht die Grundlage der ganzen Regel de tri nennen, denn ohne jene ist unsere Kenntnifs von dieser eine blofs mechanische Kunstfertigkeit, die eben, wegen Mangel an gründlicher Einsicht, so leicht wieder verlernt und vergessen wird.

Sollte einer auch noch gar nichts von Verhältnissen und Proportionen gehört haben, so kann man demselben doch leicht beweisen, dafs täglich in vielen seiner Urtheile eine dunkle Vorstellung davon zum Grunde liege. Gesetzt er sagt: es sind nun 3 Jahre, oder 3 Tage, oder 3 Stunden verflossen etc., so hat er das Verhältnifs von 1 zu 3 dabei

im Sinne, er mag sichs übrigens deutlich bewuſst seyn oder nicht; denn die Schätzung, wie viel die Dauer eines Jahres, eines Tages, einer Stunde, gegen 3 Jahre, oder gegen 3 Tage, oder 3 Stunden betrage, kann ihm nicht ganz fremd seyn; ohne dieselbe konnte er den Ausspruch gar nicht thun. Wenn Karl sagt, er habe 4mal mehr Zahlpfennige als Theodor, weil dieser 6 und jener 24 hat, so zeigt er dadurch schon den Exponenten eines geometrischen Verhältnisses an, ohne etwas von diesem zu wissen. So liegen in jeder Multiplikation und Division versteckte Verhältnisse. Wer z. B. sagt: 2mal 3 sind 6, oder $4 \times 5 = 20$; oder 6 in 24 habe ich 4mal, der vergleicht ja zwei Zahlgröſsen mit einander, und findet, indem er die Gröſse der einen Zahl aus der Gröſse der andern bestimmt, das Verhältniſs dieser Zahlen. 6 ist nämlich 2mal gröſser als 3, oder 3mal gröſser als 2; 20 ist 4mal gröſser als 5, oder 5mal gröſser als 4; und 6 ist 4mal kleiner als 24.

§. 156.

Erklärung einiger Ausdrücke.

Alle Gröſsen und Zahlen lassen sich, besonders bei gleichem Namen, mit einander vergleichen. So kann man 4 Pferde mit 5 Pferden, 3 Hasen mit 10 Hasen, 6 Ellen mit 18 Ellen, 14 Zentner mit 28 Zentn., 4 Rthlr. mit 16 Rthlr., 6 Ggr. mit 20 Ggr., 12 Lsterl.

mit 54 Lsterl. vergleichen. Die Vergleichung zweier Gröſsen oder Zahlen nennt man ein Verhältniſs. Diese Vergleichung aber kann auf eine doppelte Art geschehen, nämlich durch die Subtraktion und durch die Division. Die Vergleichung zweier Gröſsen oder Zahlen durch die Subtraktion nennt man ein arithmetisches Verhältniſs, bezeichnet dasselbe mit dem Subtraktionszeichen, und nennt den Unterschied zwischen den beiden Gröſsen oder Zahlen die Differenz. Z. B. 9 — 5 und 15 — 11, d. h. 9 verhält sich zu 5, und 15 verhält sich zu 11, arithmetisch genommen. In beiden Verhältnissen ist die Differenz 4.

Die Vergleichung zweier Gröſsen oder Zahlen durch die Division nennt man ein geometrisches Verhältniſs, bezeichnet dasselbe mit dem Divisionszeichen, und nennt den Unterschied zwischen den beiden Gröſsen oder Zahlen den Exponenten, (auch Ration, franz. *raison*). Z. B.

3 : 12 und 8 : 32

d. h. 3 verhält sich zu 12, und 8 verhält sich zu 32. In beiden Verhältnissen ist der Exponent 4.

Kommen nun zwei solche Verhältnisse zusammen, die, obgleich mit andern Zahlgröſsen ausgedrückt, doch eine und eben dieselbe Differenz, oder einen und eben denselben Exponenten haben, so sagt man: es sind zwei gleiche Verhältnisse vorhanden, und nennt sie eine Proportion. Zwei gleiche

arithmetische Verhältnisse bilden eine arithmetische Proportion, z. B.

$$9 - 5 = 15 - 11$$

d. h. 9 verhält sich zu 5, wie 15 zu 11 arithmetisch genommen. Zwei gleiche geometrische Verhältnisse bilden eine geometrische Proportion, z. B.

$$3 : 12 = 8 : 32$$

d. h. 3 verhält sich zu 12, wie 8 zu 32.

Da die geometrischen Verhältnisse und Proportionen am meisten gebraucht werden, so pflegt man das Beiwort geometrisch, der Kürze wegen, wegzulassen, und versteht jedesmal, wenn von Verhältniſs und Proportion schlechthin gesprochen wird, das sogenannte geometrische Verhältniſs, oder die geometrische Proportion darunter. Ueberhaupt haben die Beiwörter arithmetisch und geometrisch weiter keine besondere Bedeutung, sondern sind von den Erfindern derselben willkürlich gewählt worden.

Die vier verschiedenen Zahlgröſsen einer Proportion werden die Glieder derselben genannt. Das erste und vierte Glied heiſsen die äuſsern, das zweite und dritte aber die mittlern Glieder. So sind in den obigen beiden Beispielen 9 und 11; 3 und 32 die äussern Glieder; 5 und 15; 12 und 8 aber die mittlern Glieder. Das erste und dritte Glied (9 und 15; 3 und 8 in den angeführten Beispielen) heiſsen ferner die vorhergehenden, das zweite und vierte Glied

(5 und 11, wie auch 12 und 32) die nachfolgenden Glieder.

Ein Verhältniſs heiſst steigend, wenn das erste Glied kleiner, fallend aber, wenn dasselbe gröſser ist, als das zweite. In dem ersten der obigen Beispiele sind die Verhältnisse fallend, im zweiten steigend.

§. 157.

Arithmetische Verhältnisse und Proportionen.

Ein arithmetisches Verhältniſs entsteht also, wenn ich zwei Zahlen oder Gröſsen durch die Subtraktion mit einander vergleiche. Zeige ich nun an, wie viel die eine Zahl gröſser oder kleiner ist, als die andere, oder um wie viel beide Zahlen von einander unterschieden sind, so nennt man dies die Differenz. In 21 — 3 ist die Differenz 18; in 72 — 63 ist sie 9.

Zwei gleiche arithmetische Verhältnisse machen eine arithmetische Proportion, als:

$$9 - 7 = 374 - 372$$

d. h. 9 verhält sich zu 7, arithmetisch genommen, wie 374 zu 372; die Differenz ist in beiden Verhältnissen 2.

$$1818 - 1839 = 5 - 26$$

d. h. 1818 verhält sich zu 1839, wie 5 zu 26, nämlich arithmetisch genommen; die Differenz ist 21. Diese findet man durch die Subtraktion, wenn man die kleinere Zahl eines jeden Verhältnisses von der gröſsern abzieht.

In jeder richtig ausgedrückten arithmetischen Proportion muſs die Summe der äuſsern Glieder allemal der Summe der mittlern gleich seyn, als:

$$9 - 7 = 374 - 372$$

381

381

Die Summe der äuſsern Glieder $9 + 372$ ist gleich der Summe der mittlern Glieder $7 + 374$, nämlich in beiden Fällen 381.

$$1818 - 1839 = 5 - 26$$

1844

1844

$1818 + 26 = 1844$, und $1839 + 5 = 1844$.

Ist eines der vier Glieder einer arithmetischen Proportion unbekannt, so läſst sich dasselbe aus dem einen bekannten Verhältnisse und der zum andern gegebenen Zahl finden.

Gehört nämlich das unbekannte Glied zu den äuſsern, so addire die beiden mittlern, und ziehe das bekannte äuſsere von der Summe ab; gehört aber das unbekannte Glied zu den mittlern, so addire die beiden äuſsern, und ziehe das bekannte mittlere von der Summe ab. Z. B.

$$9 - 5 = 15 - x$$

$5 + 15 = 20$, hiervon 9 abgezogen, bleibt 11, und dies ist das gesuchte unbekannte vierte Glied. Oder

$$x - 5 = 15 - 11$$

$5 + 15 = 20$, minus $11 = 9$ und dies ist das verlangte erste Glied. Ferner

$$9 - 5 = x - 11$$

9 + 11 = 20, — 5 = 15, welche Zahl das verlangte dritte Glied ist. Oder

$$9 - x = 15 - 11$$

9 + 11 = 20, — 15 = 5, welche Zahl das verlangte zweite Glied ist.

Zur Uebung kann man die obigen und noch andere Beispiele wählen.

Arithmetische Proportionen kommen in der Anwendung der Rechnungswissenschaft aufs gemeine Leben weit seltner vor, als geometrische; meine lieben Rechenschüler werden sich daher gegenwärtig mit diesem Wenigen begnügen. Erlaubt es der Raum, so werde ich die Anwendung der arithmet. Proportionen auf Rechnungsfälle des gemeinen Lebens, wie auch die Berechnung und Anwendung arithmet. und geometr. Progressionen am Ende dieses Werkes nachliefern.

§. 158.

Geometrische Verhältnisse und Proportionen.

Ein geometrisches Verhältniſs entsteht, (§. 156.) wenn man zwei Gröſsen oder Zahlen durch die Division vergleicht. Bestimmt man nun, wie vielmal die eine gröſser oder kleiner ist, als die andere, oder wie oft die eine in der andern enthalten ist, so geschieht dies durch den Exponenten. So ist z. B. in 12 : 54 und in 18 : 81 der Exponent $4\frac{1}{2}$. Zwei geometrische Verhältnisse, die einerlei Exponenten haben, bilden eine geometrische Proportion.

So kann man aus den vorigen beiden Verhältnissen folgende Proportion formiren:

$$12 : 54 = 18 : 81$$

weil beide Verhältnisse einen und denselben Exponenten haben. Eben so ist es in folgenden:

a) $5 : 15 = 12 : 36$
b) $5 : 12 = 15 : 36$
c) $6 : 2 = 27 : 9$
d) $27 : 6 = 9 : 2$

In a) ist der Exponent 3; in b) $2\frac{2}{5}$; in c) $\frac{1}{3}$; in d) $\frac{2}{9}$. Wollte ich aber z. B. folgende beide Verhältnisse zusammenstellen

$$4 : 16 \text{ und } 6 : 18$$

so könnten sie, weil der Exponent verschieden ist, keine Proportion bilden, denn diese erfodert zwei Verhältnisse, die einen gemeinschaftlichen Exponenten haben.

Die Gleichheit zweier Verhältnisse erfährt man durch die Division des gröſsern Gliedes durch das kleinere; kommt einerlei Quotient, so hat man auch zwei gleiche Verhältnisse. Dies kann man an obigen Beispielen a b c d bestätigt finden.

§. 159.

Nicht nur aus ganzen Zahlen, sondern auch aus Brüchen lassen sich Proportionen bilden, wenn nämlich die Verhältnisse gleiche Exponenten haben; z. B.

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} : \frac{5}{6}$$

Um solche Proportionen leichter zu übersehen, bringe man nur die Brüche unter ei-

nerlei Nenner, und lasse dann diese ſahren; so werden die Zähler die Proportion in ganzen Zahlen darstellen, als:

$$\frac{12}{24} : \frac{16}{24} = \frac{15}{24} : \frac{20}{24}$$

oder mit weggelassenen Nennern:

$$12 : 16 = 15 : 20$$

der Exponent ist in beiden Verhältnissen $1\frac{1}{3}$; denn

$$\frac{16}{12} = 1\frac{1}{3} \text{ und } \frac{20}{15} = 1\frac{1}{3}.$$

Auf ähnliche Art kann man auch mit folgender Proportion verfahren:

$$\frac{3}{8} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} : 1\frac{3}{5}$$

$$\text{oder } \frac{15}{40} : \frac{32}{40} = \frac{30}{40} : \frac{64}{40}$$

$$\text{oder } 15 : 32 = 30 : 64$$

der Exponent ist $2\frac{2}{15}$; denn $\frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$ und $\frac{64}{30} = 2\frac{2}{15}$.

§. 160.

Hieraus erhellet nun von selbst, daſs wenn in einer Proportion das erste Verhältniſs steigend ist, das zweite Verhältniſs ebenſalls steigend seyn müsse; oder wenn das zweite Glied gröſser ist, als das erste, das vierte Glied auch gröſser seyn müsse als das dritte. Und eben so umgekehrt, wenn das erste Verhältniſs fallend ist, wo dann das vierte Glied so vielmal kleiner seyn muſs als das dritte, so vielmal nämlich das zweite Glied kleiner ist als das erste. Zum Beweise dienen die in den vorigen zwei §. angeführten Beispiele.

Jedes Verhältniſs an sich betrachtet, muſs gleichartig benannte Zahlen enthalten, doch können die des einen Verhältnisses von andrer Art seyn, als die des andern Verhältnisses. Z. B.

3 Rthlr. : 15 Pfd. = 4 Ohm : 20 Zentner

würde gar keinen Sinn geben, weil sämmtliche Glieder verschiedenartig sind. Wenn ich aber sage:

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.

d. h. 3 Pfd. verhalten sich zu 15 Pfd. wie sich 4 fl. zu 20 fl. verhalten; so ist es eine ganz richtig ausgedrückte Proportion, die diesen Sinn gibt: Wenn ich für 3 Pfd. von einer gewissen Waare 4 Gulden bezahlen soll, so werden 15 Pfd., oder 5mal so viel von dieser Waare auch 5mal so viel Geld, nämlich 20 Gulden kosten. Wäre das erste Verhältniſs fallend gewesen, z. B. 3 Pfd. : 1 Pfd., so hätte auch das zweite Verhältniſs fallend seyn müssen, denn für 3mal weniger Waare gibt man gewiſs auch 3mal weniger Geld.

§. 161.

Eine in die Augen fallende Haupteigenschaft der Proportion ist, daſs sie aus 4 Gliedern besteht, weil jedes Verhältniſs deren zwei enthält. Diese Glieder können, der Richtigkeit der Proportion unbeschadet, auf verschiedene Art verwechselt und verändert werden.

1) Es können nicht nur die beiden Ver-

hältnisse, sondern auch die Glieder desselben verwechselt werden; z. B.

wenn 3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.
so ist 4 fl. : 20 fl. = 3 Pfd. : 15 Pfd.

Einem jeden wird es von selbst einleuchten, daſs beide Proportionen einerlei ausdrücken, denn wenn 3 Pfd. 4 fl. kosten, so kann ich auch sagen, für 4 fl. erhalte ich 3 Pfd. und für 20 fl. erhalte ich 5mal so viel Waare, nämlich 15 Pfd.

Die Glieder einer Proportion können überhaupt auf achterlei Art verwechselt werden, so daſs sie jedesmal wieder eine richtige Proportion formiren. Wir wollen zum Beweise die vorige Proportion beibehalten, und die Veränderungen in bloſsen Zahlen angeben.

Es sei gegeben

a) 3 : 15 = 4 : 20

so entsteht durch Verwechslung der Verhältnisse

b) 4 : 20 = 3 : 15

durch Umkehrung der Glieder in den beiden Verhältnissen

c) 15 : 3 = 20 : 4
d) 20 : 4 = 15 : 3

Da sich nun in diesen vier Proportionen das erste Glied zum dritten, wie das zweite zum vierten verhält, so entstehen hieraus noch vier andere Proportionen:

e) 3 : 4 = 15 : 20
f) 4 : 3 = 20 : 15
g) 15 : 20 = 3 : 4
h) 20 : 15 = 4 : 3

Bei Verwechslung der Glieder hat man

vornämlich darauf zu merken, daſs, wenn das erste Verhältniſs steigend ist, das andere ebenfalls steigend seyn muſs, und umgekehrt.

15 : 20 = 4 : 3

wäre daher keine richtige Proportion, weil das erste Verhältniſs steigend, und das andere fallend ist.

§. 162.

Wenn in einer Proportion das erste und zweite Glied, oder das erste und dritte, oder das zweite und vierte, oder das dritte und vierte mit gleichen Zahlen multiplizirt oder dividirt wird, so bleibt das Gleichverhältniſs unverändert. Wir wollen wieder das vorige Beispiel wählen:

3 : 15 = 4 : 20

Mit dieser Proportion kann man nachstehende und noch mehrere Veränderungen vornehmen:

9 : 45 = 4 : 20	wo das erste Verhältniſs mit 3 multiplizirt ist;
1 : 5 = 4 : 20	wo das erste Verhältniſs durch 3 dividirt ist;
12 : 15 = 16 : 20	wo die vorhergehenden Glieder (das 1ste u. 3te) mit 4 multiplizirt sind;
$\frac{3}{4}$: 15 = 1 : 20	wo die vorhergehenden Glieder durch 4 dividirt sind;
3 : 75 = 4 : 100	wo die nachfolgenden Glieder (das 2te u. 4te) mit 5 multiplizirt sind;
3 : $1\frac{1}{2}$ = 4 : 2	wo die nachfolgenden Glieder durch 10 dividirt sind;
3 : 15 = 80 : 400	wo das zweite Verhältniſs mit 20 multiplizirt ist;
3 : 15 = $\frac{1}{5}$: 1	wo das zweite Verhältniſs durch 20 dividirt ist;

$36 : 180 = 48 : 240$ wo beide Verhältnisse oder sämmtliche 4 Glieder mit 12 multiplizirt sind;

$1 : 5 = 1\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$ wo alle 4 Glieder durch 3 dividirt sind.

Solche Veränderungen, die man mit einer und derselben Proportion vornimmt, verschaffen nicht nur mehrere Bekanntschaft mit dem Verhältnisse der Zahlen, sondern sie gewähren auch in der Anwendung der Proportionsrechnung auf die Regel de tri die schönsten und wichtigsten Vortheile, und können zugleich als eine Probe der richtigen Berechnung gebraucht werden.

§. 163.

Wenn man in einer Proportion zum ersten Gliede das zweite, und zum dritten das vierte addirt; oder wenn man vom ersten das zweite, und vom dritten das vierte abzieht: so entsteht ebenfalls wieder eine richtige Proportion. Z. B. in obiger Proportion $3 : 15 = 4 : 20$

$(3 + 15)\ 18 : 15 = (4 + 20)\ 24 : 20$

oder $3 : (15 + 3)\ 18 = 4 : (4 + 20)\ 24$

oder $3 : (15 - 3)\ 12 = 4 : (20 - 4) : 16$

So unbedeutend dies auch manchem scheinen wird, so kann man doch in der Regel de tri wichtige Vortheile daraus herleiten, und dieselben dadurch beweisen.

§. 164.

In zwei und mehrern Proportionen kann man die Glieder der einen mit den Gliedern

der andern Proportion multipliziren, die vier Produkte geben wieder eine richtige Proportion. Z. B.

$$\begin{array}{r}3 : 15 = 4 : 20 \\ 2 : 3 = 6 : 9 \\ \hline 6 : 45 = 24 : 180\end{array}$$

Ein anderes Beispiel mit 3 gegebenen Proportionen:

$$\begin{array}{r}4 : 6 = 2 : 3 \\ 5 : 10 = 8 : 16 \\ 3 : 9 = 4 : 12 \\ \hline 60 : 540 = 64 : 576\end{array}$$

Auch diese Veränderung ist sehr wichtig, weil eine gründliche Einsicht der zusammengesetzten Regel de tri, und der daraus entstandenen Kettenregel davon abhängt.

§. 165.

In allen geometrischen Proportionen ist das Produkt der äuſsern Glieder jederzeit dem Produkte der mittlern gleich. Z. B.

$$7 : 56 = 9 : 72$$

504

504

Verändert man diese Proportion nach §. 162 in andere, so werden und müssen dieselben immer die nämliche Eigenschaft behalten. Denn in jedem, aus zwei Gröſsen bestehenden Verhältnisse ist das gröſsere Glied anzusehen, als ein Produkt des kleinern Gliedes mit dem Exponenten. In obigem Beispiele ist der Exponent 8, man kann daher die Proportion auch so ausdrücken:

$$7 : 8 \times 7 = 9 : 8 \times 9$$

Das Produkt der äuſsern Glieder beträgt nun $7 \times 8 \times 9$, und eben so viel, selbst in den nämlichen Faktoren, beträgt auch das Produkt der mittlern Glieder. Welche Zahlen zuerst und welche zuletzt stehen, darauf kommt bei der Multiplikation nie etwas an. Zu mehrerer Uebung und Ueberzeugung behandle man die §. 162. angeführten Beispiele eben so, und die obige Behauptung wird sich allemal bestätigt finden.

Eben das gilt auch von Proportionen mit Brüchen; z. B.

$$\tfrac{1}{2} : \tfrac{2}{3} = \tfrac{5}{8} : \tfrac{5}{6}$$

$$\tfrac{5}{12}$$

$$\tfrac{5}{12}$$

Das Produkt der äuſsern Glieder beträgt $\tfrac{5}{12}$, und eben so viel ($\tfrac{10}{24} = \tfrac{5}{12}$) beträgt das Produkt der mittlern.

§. 166.

Aus dem im vorigen §. enthaltenen Lehrsatze läſst sich nun die Aufgabe, die in der Regel de tri von der gröſsten Wichtigkeit ist, nämlich:

Aus den bekannten Gliedern einer Proportion das vierte unbekannte zu finden,

leicht erklären und beweisen. Um diese Aufgabe in allen vorkommenden Fällen richtig aufzulösen, so merke man folgende allgemeine Regel:

Gehört das unbekannte Glied zu den äuſsern, so multiplizire die mittlern Glieder, und

dividire das Produkt durch das bekannte äufsere; gehört aber das unbekannte Glied zu den mittlern, so multiplizire die äufsern, und dividire das Produkt durch das bekannte mittlere.

Dadurch wird diejenige Zahl gefunden, die, mit dem ihr korrespondirenden Gliede multiplizirt, das nämliche Produkt gibt, als das der beiden andern, entweder der äufsern oder mittlern Glieder, ist. Einige Beispiele werden dies hoffentlich noch deutlicher machen. Es sei zuerst die mehr erwähnte Proportion

$$3 : 15 = 4 : 20$$

oder mit benannten Zahlen

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.

Gesetzt nun, das vierte Glied (20 fl.) wäre unbekannt, so findet man dasselbe nach der obigen Regel also:

$4 \times 15 = 60 : 3 = 20$, oder

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : x

$$\begin{array}{r} 15 \\ \underline{\quad (4} \\ 60 \\ 3)\underline{\quad\;\;} \\ 20 \end{array}$$

20 das vierte unbekannte Glied;

denn $3 \times 20 = 60$ und $4 \times 15 = 60$.

Oder, wenn $3 : 15 = 4 : x$

so ist $x = \frac{4 \times 15}{3} = 20.$

Ferner, es sei gegeben

$6 : 20 = 12 : x$ oder in benannten Zahlen; 6 Ellen Band kosten 12 Ggr., wie theuer kommen 20 Ellen?

so ist $x = \frac{20 \times 12}{6} = 40$ Ggr.

Gesetzt aber, das erste Glied fehle, und es wäre folgende Proportion gegeben:

$$x : 20 = 12 : 40$$

$$\text{so ist } x = \frac{20 \times 12}{40} = 6.$$

Wenn man nämlich für eine gewisse Anzahl Ellen Band 12 Ggr. gegeben, und 20 Ellen von demselben Band für 40 Ggr. verkauft werden, wie viel sind es Ellen gewesen? Antwort 6 Ellen. Nach diesem Sinn der Aufgabe könnte man die bekannten Glieder auch so stellen, daſs das unbekannte in das vierte gehöre, nämlich:

40 Ggr. : 20 Ggr. = 12 Ellen : x

d. h. für 40 Ggr. erhalte ich 12 Ellen, wie viel Ellen erhalte ich für 20 Ggr.? Für ein halbmal so viel Geld, erhält man auch nun ein halbmal so viel Waare.

Ist das zweite Glied unbekannt, z. B.

$$3 : x = 4 : 20$$

$$\text{so ist } x = \frac{3 \times 20}{4} = 15$$

d. h. wenn ich für 3 Pfd. 4 fl. bezahlen muſs, wie viel Pfunde werde ich für 20 fl. erhalten? Nach dem Sinn der Aufgabe können die drei gegebenen Glieder auch so gestellt werden:

4 fl. : 20 fl. = 3 Pfd. : x

Ist das dritte Glied unbekannt, z. B.

$$3 : 15 = x : 20$$

$$\text{so ist } x = \frac{3 \times 20}{15} = 4$$

d. h. wenn 15 Pfd. 20 fl. kosten, wie theuer werden 3 Pfd. kommen? Folglich kann man die Proportion auch so ordnen:

15 Pfd. : 3 Pfd. = 20 fl. : x

denn für 5mal weniger Waare bezahlt man auch 5mal weniger.

Noch leichter wird in den mehrsten Fällen die Berechnung, wenn man das unbekannte Glied durch Hülfe des Exponenten sucht. Dies soll im nächsten §. gezeigt werden.

§. 167.

Da das Verhältniſs zweier Zahlgröſsen darin besteht, daſs die eine so und so vielmal gröſser oder kleiner ist, als die andere, und dies durch den Exponenten gefunden und angezeigt wird, so läſst sich hieraus der Schluſs machen: daſs der Exponent in allen Verhältnissen zureiche, vermittelst desselben zu der einen gegebenen Gröſse die andere zu finden. Es sei z. B. das Verhältniſs 5 : 40 gegeben, so sieht ein jeder beim ersten Anblick, daſs der Exponent 8 ist, denn $40 = 5 \times 8$. Wäre nun bloſs das erste Glied und der Exponent des Verhältnisses bekannt, so läſst sich schon aus dieser Angabe das unbekannte zweite Glied leicht finden; denn hiernach soll das zweite Glied 8mal gröſser seyn, als das erste. Da nun das erste Glied 5 ist, so ist das zweite Glied $x = 8 \times 5 = 40$, welches kein vernünftiger Mensch bezweifeln wird. Im Falle aber die gröſsere Zahl bekannt und die kleinere zu suchen wäre, so ist dies ebenfalls durch den Exponenten ausfindig zu machen. Soll nämlich das unbekannte Glied, wie in dem obigen Verhältnisse, 8mal kleiner seyn, als das bekannte

(40), so ist der Exponent $\frac{1}{8}$ und das unbekannte Glied $x = 40 \times \frac{1}{8} = \frac{40}{8} = 5$.

Nach dieser Voraussetzung wird gewiſs jedem die Richtigkeit folgender Behauptung einleuchtend seyn: daſs, wenn zwei gleiche Verhältnisse gedacht und angenommen werden, und wenn nur drei Glieder von denselben bekannt sind, sich das vierte vermittelst der Exponenten ebenfalls finden lasse. Es sei z. B.

$$5 : 40 = 17 : x \ (136)$$

gegeben, so kann man hier durch Hülfe des Exponenten (8) das vierte unbekannte Glied sogleich mit 136 einschreiben, denn $8 \times 17 = 136$. Die Richtigkeit dieser Proportion ersieht man nun theils daraus, daſs das Produkt der äuſsern Glieder 5×136 gleich ist dem Produkte der mittlern Glieder 40×17, nämlich in beiden Fällen 680; theils auch daraus, daſs die beiden Verhältnisse einen und denselben Exponenten haben, folglich einander gleich sind.

Das nämliche gilt auch von folgender Proportion

$$42 : 7 = 54 : x \ (9)$$

in welcher der Exponent des ersten Verhältnisses ein Bruch ist, nämlich $\frac{1}{6}$; da nun das zweite Glied nur $\frac{1}{6}$mal oder den 6ten Theil so groſs ist, so muſs auch das vierte Glied $x = 54 \times \frac{1}{6} = \frac{54}{6} = 9$ seyn.

§. 168.

Hierbei bemerke man zugleich, daſs das Produkt der äuſsern und das der mittlern Glieder immer aus drei Faktoren bestehe, nämlich aus den zwei Gliedern und ihrem Exponenten. Zum Beweise wollen wir die beiden Proportionen des vorigen §. noch einmal vornehmen.

a) 5 : 40 = 17 : 136
b) 42 : 7 = 54 : 9.

Das Produkt der äuſsern Glieder in a) ist 5 × 136, die letztere Zahl aber besteht wieder aus den beiden Faktoren 8 × 17, nämlich dem Exponenten und dem dritten Gliede, folglich kann auch das Produkt der äuſsern Glieder so geschrieben werden 5 × 8 × 17. Das Produkt der mittlern Glieder 40 × 17 besteht aus den nämlichen Faktoren, und ist 5 × 8 × 17.

In b) ist das Produkt der äuſsern Glieder 42 × 9 oder mit besonders angegebenen Exponenten 6 × 7 × 9; und eben so viel beträgt das Produkt der mittlern Glieder 7 × 54 oder 7 × 6 × 9. Oben im §. 161 ist gezeigt worden, daſs sich eine Proportion achtmal verändern lasse; in jeder dieser, so wie auch in den §. 162 durch die Multiplikation und Division vorgenommenen Veränderungen, wird man die Bemerkung bestätigt finden, daſs sich das unbekannte Glied ganz allein durch den Exponenten ausfindig machen lasse. Zur nützlichen Wiederholung und Uebung rathe ich daher, zu den sämmtlichen

Proportionen in jenen beiden §. §. ein Glied, das man nach Willkür als unbekannt annehmen kann, vermittelst des Exponenten zu suchen.

§. 169.

Jede Gröſse, in so fern es möglich ist, ein Maas für dieselbe anzunehmen, kann gemessen, folglich auch durch eine Zahl ausgedrückt werden. Diese Zahl zeigt dann an, wie oft das Maas in der Gröſse enthalten ist. Daher sind die in der Rechnungswissenschaft vorkommenden Zahlen meistentheils nicht abstrakt, sondern konkret und auf körperliche Dinge angewandt. Dabei aber ist durchaus nothwendig, daſs die Dinge oder Gröſsen, die man vergleichen, oder von welchen man sagen will, daſs eine so vielmal gröſser sei, als die andere, einerlei Namen haben, oder sich auf einerlei Einheit beziehen. So kann ich zwar von zwei Körpern, wovon der eine 8 Pfd. und der andere 4 Pfd. wiegt, sagen, daſs jener 2mal gröſser sei, als dieser. Die Gewichte von beiden Körpern verhalten sich, wie die Zahlen 8 : 4. Hätte aber der eine Körper 8 Lothe und der andere 4 Pfunde, so könnte ich unmöglich sagen, daſs sich die Gewichte derselben wie die Zahlen 8 : 4 verhielten, denn sie haben nicht einerlei Benennung. Gebe ich ihnen aber einerlei Namen, nämlich dadurch, daſs ich die Pfunde in Lothe verwandle, oder die Lothe als Theile

eines Pfundes betrachte, so kommt ſolgendes Verhältniſs zum Vorschein:

8 : 128 oder $\frac{1}{4}$: 4

Die Verhältnisse müssen also gleichbenannte Zahlen enthalten. Hierdurch wird aber keineswegs behauptet, daſs beide Verhältnisse einer Proportion einerlei Benennung haben sollen, sondern nur die Glieder eines Verhältnisses, besonders des ersten. Sonst würde ja auch keine Vergleichung der Waaren mit den Preisen derselben Statt ſinden, z. B.

8 Lth. : 128 Lth. = 3 Lth. : 48 Lth.

Dies wäre zwar eine geometrische Proportion, wobei aber nichts von einer Vergleichung der Preise vorkommt, die man in folgender nicht vermissen wird:

8 Lth. : 128 Lth. = 3 Ggr. : 48 Ggr.

So verhält sich das Geld, das eine Waare kostet, wie die Menge der Waaren. Zwei-, drei-, viermal etc. so viel von der nämlichen Waare kostet auch zwei-, drei-, viermal so viel Geld. Je mehr Arbeiter man hält, desto mehr muſs man Lohn geben; je mehr Arbeit man denselben gibt, desto länger werden sie daran arbeiten; je mehr Verzehrer da sind, desto mehr Proviant muſs man haben. Wo eine solche Proportion nicht Statt ſindet, kann auch die Regel de tri nicht angewendet werden; z. B. wenn eine Kanonenkugel in 1 Sekunde einen Raum von 600 Schritten durchläuſt, so kann sie in 4 Sekunden nicht einen 4mal gröſsern Raum durch-

laufen; oder wenn 1000 Mann Soldaten in einem Tage 5 Meilen vorwärts kommen, so können unmöglich 10000 Mann in der nämlichen Zeit 50 Meilen zurücklegen. Diese und ähnliche Beispiele, aus welchen man zwar richtige Proportionen bilden kann, können daher keinen Gegenstand einer arithmetischen Berechnung abgeben, weil ein ganz widersinniges Resultat herauskommen würde.

§. 170.

So vorbereitet kann man denn mit Nutzen zu allen den Rechnungen übergehen, welche in der sogenannten Regel de tri vorkommen. Sie hat diese verstümmelte Benennung von den drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion, zu welcher sie das vierte unbekannte Glied finden lehrt, erhalten. (*Regula de tribus numeris*). Manche geben ihr die deutsche Benennung Dreisatz.

Man theilt die Regel de tri ein: a) in die einfache, und b) in die zusammengesetzte. Jene beschäftigt sich nur mit einer geometrischen Proportion von drei Gliedern, zu welchen das vierte gesucht wird. Die zusammengesetzte Regel de tri aber hat es mit mehrern Gliedern aus zwei oder mehrern Proportionen zu thun, wozu die unbekannten Glieder zu suchen sind. Diese theilt man daher wieder ein:

1) in die Regel quinque, oder die Regel von fünf bekannten Gliedern;

2) in die Kettenrechnung;

3) in die Gesellschafts- Vermischungs- und Falsirechnung.

(Uebrigens gibt man der Anwendung der Regel de tri auf verschiedene kaufmännische und andere Rechnungen noch besondere Namen, z. B. Agiorechnung, Wechselreduktionen, Tararechnung, Waarenkalkulationen etc. zu deren Berechnung der zweite Kursus die nöthige Anweisung enthalten wird).

So wohl in der einfachen, als auch in der zusammengesetzten Regel de tri kommen direkte und indirekte Verhältnisse vor. Die Regel de tri mit direkten Verhältnissen enthält solche Aufgaben, in welchen die drei gegebenen Glieder der Proportion so auf einander folgen, daſs das vierte unbekannte, ohne Versetzung der ersten Glieder, aus ihnen schon von selbst folgt. Bei den hieher gehörigen Aufgaben kann man immer sagen: je mehr — desto mehr; je weniger hier, desto weniger dort; z. B. je mehr Waare ich kaufe, desto mehr Geld muſs ich dafür geben; oder je weniger Geld ich anwende, desto weniger werde ich dafür erhalten.

Die Regel de tri mit indirekten Verhältnissen hingegen enthält solche Aufgaben, wo von den drei gegebenen Gliedern das erste zum zweiten sich verhält, wie das unbekannte vierte Glied zum dritten, und wo daher die beiden Glieder des einen bekannten Verhältnisses erst versetzt werden müssen, um das unbekannte vierte Glied zu erhalten. Bei den

hieher gehörigen Aufgaben kann man so urtheilen: je weniger — desto mehr; oder je mehr, desto weniger; z. B. je mehr Arbeiter, desto weniger brauchen sie Zeit zur Vollendung eines Werkes; je weniger Meilen einer täglich reiset, desto mehrere Tage wird er auf der Reise zubringen.

Zur Berechnung dieser verschiedenen Arten der Regel de tri - Aufgaben werden in der Folge nicht nur die nöthigen Regeln, sondern auch genugsame Erläuterungen durch Beispiele gegeben werden.

Dreizehnter Abschnitt.

Einfache Regel de tri mit direkten Verhältnissen.

§. 171.

Allgemeine Regeln.

1) Zuvörderst muſs eine Regel de tri - Aufgabe richtig angesetzt werden.

Von den drei vorgelegten bekannten Gliedern bringt man das gleichartige Verhältniſs in das erste und zweite Glied, doch so, daſs die Fragezahl allemal in das zweite Glied zu stehen kommt. Das Prädikat des ersten Gliedes, welches mehrentheils eine Angabe von

dessen Werth in Dingen anderer Art enthält, schreibt man in das dritte Glied. Auf diese Art wird man nie fehlen, und der Ansatz ist überaus leicht, wie folgende Beispiele zeigen.

Aufgabe. Eine Elle Tuch kostet $3\frac{1}{3}$ Rthlr., wie theuer kommen 63 Ellen?

Ansatz. 1 Elle : 63 Ellen = $3\frac{1}{3}$ Rthlr. : x

Aufgabe. Was kostet 1 Pfd. Kaffee in Moskwa, wenn 40 Pfd. mit 35 Rubel bezahlt werden?

Ansatz. 40 Pfd. : 1 Pfd. = 35 Rub. : x

Aufgabe. Für 68 Mark Kur. kauft man in Hamburg 100 Pfd. Pfeffer, was werden 375 Pfd. kosten?

Ansatz. 100 Pfd. : 375 Pfd. = 68 Mk. : x

Aufgabe. Wie viel Thaler Interesse geben 1250 Rthlr. Kapital à 4 Prozent?

Ansatz. 100 Rth. Kap. : 1250 Rth. Kap. = 4 Rth. Int. : x

Anmerk. Obgleich in den meisten bis jetzt erschienenen Rechenbüchern die Stellung der Glieder immer noch nach dem alten Schlendrian geschieht, indem nämlich die Verhältnisse, nicht wie sie zu einander gehören, zusammengestellt, sondern ganz unnatürlich mit ungleichartigen vermischt werden, z. B.

2 Elle : 5 Rthlr. = 8 Ellen : 20 Rthlr.
oder 20 Rth. sächs. : 21 Rth. preuss. = 340 Rth. sächs. : x

so dürfte es doch endlich einmal Zeit seyn, sich der richtigen Stellung zu bedienen, da sie noch oben darein so wesentliche Vortheile gewährt.

2 Elle : 8 Ellen = 5 Rthlr. : 20 Rthlr.
20 Rthlr. s. : 340 Rthlr. s. = 21 Rthlr. pr. : 357 Rthlr. pr.

Mit einem Blicke sieht man nun, ob

das erste Verhältnifs am Namen gleich ist, oder nicht; und mit einem Blicke beinahe, oder mit geringer Mühe, findet man in vielen vorkommenden Aufgaben sogleich den Exponenten, mit welchem man nur das dritte Glied multipliziren darf. Die gröfsten Vortheile aber gewährt die mathematisch richtige Stellung des ersten Verhältnisses in der zusammengesetzten Regel de tri, besonders mit indirekten Verhältnissen.

§. 172.

2) Die beiden Glieder des ersten Verhältnisses müssen einerlei Benennung haben. (§. 169.)

Ist dies bei einer vorkommenden Aufgabe der Fall nicht, so müssen sie, ehe man noch das vierte Glied sucht, unter einerlei Benennung gebracht werden. Enthält z. B. das erste Glied Pfunde, das andere aber Zentner oder Steine, so müssen diese vorher in Pfunde reduzirt werden. Eben so verhält sichs mit allen Sorten von Gewichten, Maasen und Münzen. Z. B. 1 Stein Provenceröl kostet in Breslau 9 Rthlr., wie theuer kommen 16 Pfd.?

$$\frac{1\ \text{Stein}}{24\ \text{Pfd.}} : 16\ \text{Pfd.} = 9\ \text{Rthlr.}$$

3) Mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses multiplizirt man das dritte Glied, und gibt dem Produkte die nämliche Benennung, die das dritte Glied hat.

Im vorigen Beispiele ist der Exponent $\frac{2}{3}$, denn 24 : 16 oder $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$; folglich kann man sich das vierte unbekannte Glied x, oder

das Facit, auch gleich so denken $\frac{9 \times 2}{3}$. Da sich nun der Divisor 3, gegen einen der Faktoren (9) aufheben läſst, so bleibt $\frac{3 \times 2}{1}$ $= 6$; oder $x = \frac{9 \times 2}{3} = 3 \times 2 = 6$.

4) Ist aber der Exponent des ersten Verhältnisses eine so unbequeme Zahl, oder ein Bruch, mit welchem sich nicht gut multipliziren läſst, so multiplizirt man die mittlern Glieder, und dividirt das Produkt durch das erste Glied.

Uebrigens ist es einerlei, ob man zuerst multiplizirt oder dividirt. Z. B. wie theuer kommen in Königsberg 79 Pfd. Wachs, wenn der Stein von 33 Pfd. für 41 fl. verkauft wird?

$$\frac{33}{3 \cdot 11} \text{ Pfd.} : 79 \text{ Pfd.} = 41 \text{ fl.} : x \quad (98\tfrac{5}{33} \text{ fl.})$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ 316 \\ \hline 3239 \\ 3)\overline{} \\ 1079\tfrac{2}{3} \\ 11)\overline{} \\ 98\tfrac{5}{33} \text{ fl.} \end{array}$$

Der Exponent ist hier $2\tfrac{13}{33}$, welches aber eine so unbequeme Zahl ist, daſs das vierte Glied, nach der hier angewendeten allgemeinen Regel, leichter gefunden wurde.

§. 173.

Zu einer Erleichterung für Anfänger kann man alle hieher gehörigen Aufgaben unter drei Rubriken bringen, nämlich Multiplikations- Divisions- und gemischte Aufgaben.

Multiplikationsaufgaben sind diejenigen, wo, bei gleicher Bennennung der beiden ersten Glieder der Proportion, das erste aus einer bloſsen Einheit besteht, und wo man folglich nur die beiden mittlern Glieder multipliziren darf, um das vierte unbekannte Glied zu finden. Jede Multiplikationsaufgabe gehört im Grunde schon zur Regel de tri; denn der Zweck einer jeden Multiplikationsberechnung besteht eigentlich darin, eine Zahl ausfindig zu machen, welche den Betrag des Multiplikanden gerade um so vielmal übertrifft, als der durch den Multiplikator angedeutete mehrmalige Betrag den einmaligen. Es sei z. B. folgende Multiplikationsberechnung:

$$12 \times 5 = 60$$

so ist das Produkt 60 diejenige Zahl, zu welcher 12 sich verhält, wie 1 zu 5. Als Resultat einer Proportionsrechnung betrachtet, ist also hier 60 die vierte vorher unbekannte Zahl; die vier Glieder der Proportion aber sind folgende:

$$1 : 5 = 12 : 60$$

oder $$1 : 12 = 5 : 60$$

Denn wenn eine Multiplikationsaufgabe als eine förmliche Proportion aufgeschrieben wird, so erhält auch die Einheit einen Platz, und zwar als erste Proportionszahl. Diese verhält sich dann zur zweiten, oder zum Multiplikator, wie sich die dritte, oder der Multiplikand zur vierten Proportionalzahl, zum Produkte verhält.

§. 174.

Theils zum Beweise der im vor. §. vorgetragenen Behauptung, theils aber auch zur Uebung in dergleichen vorkommenden Multiplikationsaufgaben, wollen wir einige der oben Abschn. 8. §. 79. enthaltenen Uebungsbeispiele vornehmen, und dieselben als Regel de tri - Aufgaben behandeln.

1) Multiplizire 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. mit 3.

1 : 3 = 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. : x (3

x = 261 Rthlr. 20 Ggr. - Pf.

2) Multiplizire 124 fl. 51 Xr. mit 5.

1 : 5 = 124 fl. 51 Xr. : x (5

x = 624 fl. 15 Xr.

3) Multiplizire 84 Schock 3 Mandel 8 Stück mit 4

1 : 4 = 84 Schk. 3 Mdl. 8 Stk. : x (4

x = 339 Schk. 2 Mdl. 2 Stk.

4) Was kosten $\frac{1}{2}$ Duzend Stühle à 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf.?

1 St. : 6 St. = 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. : x (6

x = 6 Rthlr. 16 Ggr. - Pf.

12) Wie theuer kommen in Amsterdam 42 Zentn. Korinten à 24 fl. 12 Stüver?

1 Zentn. : 42 Zentn. = 24 fl. 12 Stvr. : x

6 × 7 (7

172 4 6)

x = 1033 fl. 4 Stvr.

21) Was kosten in Berlin 33 Pfd. Indigo à 4 Rthlr.?

1 Pfd. : 33 Pfd. = 4 Rthlr. : x (4

x = 132 Rthlr.

Hieraus sieht man schon, daſs, so oft von den drei Gliedern einer Regel de tri-Aufgabe das erste, bei übrigens gleicher Benennung mit dem zweiten, eine bloſse Einheit enthält, die ganze Berechnung in der Multiplikation des dritten Gliedes mit dem zweiten, oder des zweiten mit dem dritten bestehe. Das dadurch erhaltene Produkt ist das gesuchte vierte Glied, und verhält sich zum dritten, wie der Multiplikator zur Einheit.

Anmerk. Der wahre, ächte und dem Sinne der Aufgabe angemessene Multiplikator ist in allen dergleichen vorkommenden Aufgaben das zweite Glied; denn wenn ich für 1 Zentner so oder so viel Geld geben soll, so muſs ich für 42 Zentn. von derselben Waare 42mal so viel Geld geben. Es kommt daher immer nur auf den Exponenten des ersten Verhältnisses an; auf den Namen der Glieder selbst nimmt man keine Rücksicht, sondern sieht dieselben vielmehr für unbenannt an. Das Facit einer Regel de tri-Aufgabe ist daher nichts anders, als das Produkt der ungleichartigen Zahl, die zu zwei unter sich gleichartigen Verhältniſszahlen gegeben ist, mit dem Exponenten dieser Verhältniſszahlen. Da es nun bei Multiplikationsaufgaben ganz einerlei ist, welchen Faktor man zum Multiplikator macht, so erhält das vierte Glied doch die Benennung des dritten, ob man gleich mit diesem das zweite multiplizirt. Man wendet in dergleichen Fällen nur ein verkehr-

tes Mittel an, um auf eine kürzere Art zum Ziele zu gelangen, und denkt sich, bei der wirklichen Berechnung, die Aufgabe verkehrt; z. B. im obigen 21sten Ex. als wenn sie also lautete: 1 Pfd. kostet 33 Rthlr., was kosten 4 Pfd.? Daſs aber eben aus dieser Umkehrung viele wichtige Vortheile flieſsen, das werden wir weiter unten, besonders in der Praktik, erfahren.

§. 175.

Kommen im zweiten oder dritten Gliede, oder auch in beiden Gliedern, Brüche vor, so verfährt man damit, wie schon oben, bei der Multiplikation der Brüche §. 119 bis 125 gezeigt worden. Es wird daher sehr nützlich sein, jene wenigen Paragraphen hier nochmals zu wiederholen. Einige der in §. 126 enthaltenen Uebungsbeispiele wollen wir sogleich als Regel de tri - Aufgaben behandeln.

1) Wie heiſst das Produkt von 4mal $\frac{2}{3}$ Rthlr.?

$$1 : 4 = \frac{2}{3} \text{ Bthlr.} : x \quad (4$$

$$x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ Rthlr. oder 2 Rthlr. 16 Ggr.}$$

3) Wie — von $\frac{4}{5}$mal 5 Ggr.?

$$1 : \frac{4}{5} = 5 \text{ Ggr.} : x \quad (4$$

$$5)\ 20$$

$$x = 4 \text{ Ggr.}$$

7) Wie — von $17\frac{1}{2}$mal 7 Zentn.?

$$1 : 17\frac{1}{2} = 7 \text{ Zentn.} : x. \quad (7$$

$$x = 122\frac{1}{2} \text{ Zentn.}$$

8) Wie heifst das Produkt a) von 8 × 3 Schpfd. $12\frac{5}{8}$ Lspfd.?

1 : 8 = 3 Schpfd. $12\frac{5}{8}$ Lspfd. : x (8

x = 29 Schpfd. 1 Lspfd.

Wie — b) von $6\frac{1}{2}$mal 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd.?

1 : $6\frac{1}{2}$ = 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd. (6

8 - 12 - $2\frac{1}{2}$ -

— - 14 - $4\frac{7}{8}$ - ($\frac{1}{2}$

8 Schpfd. 6 Lspfd. $7\frac{3}{8}$ Pfd.

9) Wie viel beträgt $\frac{3}{4}$ × $\frac{7}{8}$ Zentn.?

1 : $\frac{3}{4}$ = $\frac{7}{8}$ Zentn. : x

x = $\frac{21}{32}$ Zentn.

17) Was betragen in Königsberg $97\frac{1}{2}$ Pfd. Thee à $6\frac{3}{4}$ fl.?

1 Pfd. : $97\frac{1}{2}$ Pfd. = $6\frac{3}{4}$ fl. : x

(3 — $\frac{27}{4}$

$292\frac{1}{2}$ (9

$2632\frac{1}{2}$

4)

$658\frac{1}{8}$ fl. = x

Oder: 1 Pfd. : $97\frac{1}{2}$ Pfd. = $6\frac{3}{4}$ fl. : x

(7 — 7 — $\frac{1}{4}$

$682\frac{1}{2}$

$24\frac{3}{8}$ (— $\frac{1}{4}$

$658\frac{1}{8}$ fl.

18) Was betragen $109\frac{1}{4}$ Pfd. Thee Pecco à $9\frac{1}{5}$ fl.?

1 Pfd. : $109\frac{1}{4}$ Pfd. = $9\frac{1}{5}$ fl. : x

(9

$983\frac{1}{4}$

$21\frac{17}{20}$

x = $1005\frac{1}{10}$ fl.

§. 176.

Von fleifsigen Rechenschülern hoffe ich, dafs sie die übrigen in dem angezogenen §. 126

enthaltenen Uebungsbeispiele auf ähnliche Art berechnen, und folgende Spezialregeln dabei anwenden werden.

a) Enthält nur das zweite oder dritte Glied einen Bruch, so multiplizirt man das andere Glied mit dem Zähler des Bruches, und dividirt das Produkt durch den Nenner. Z. B.

1) Wie theuer kommen in Amsterdam 3245 Pfd. Kaffee, Surinam, à 18 Stüv. oder à $\frac{9}{10}$ fl.?

1 Pfd. : 3245 Pfd. = $\frac{9}{10}$ fl. : x
(9
10) 2920,5 = 2920$\frac{1}{2}$ fl.

2) Wenn in Königsberg 1 Stein Pfeffer 38 fl. kostet, wie theuer kommen da $\frac{3}{4}$ Stein? (oder 15 Pfd.)

1 Stein : $\frac{3}{4}$ Stein = 38 fl. : x
(3
114
4)
28$\frac{1}{2}$ fl. = x

Oder. 1 Stein : $\frac{3}{4}$ Stein = 38 fl. : x
1 — $\frac{1}{4}$ 9$\frac{1}{2}$ (— $\frac{1}{4}$
x = 28$\frac{1}{2}$ fl.

b) Enthält das zweite oder dritte Glied einen gemischten Bruch, so richtet man denselben entweder ein, oder man multiplizirt erst mit der ganzen Zahl, und berechnet dann auch den Betrag des Bruches. Z. B.

3) Was kosten 4$\frac{1}{2}$ Elle Tuch à 3 Rthlr. 10 Ggr.?

1 Elle : 4$\frac{1}{2}$ Ellen = 3 Rthlr. 10 Ggr. : x
$\frac{9}{2}$ (9
30 18
2)
x = 15 Rthlr. 9 Ggr.

Oder. 1 Elle : $4\frac{1}{2}$ Ellen = 3 Rthlr. 10 Ggr. : x
(4
13 16
1 17 (+ $\frac{1}{2}$
x = 15 Rthlr. 9 Ggr.

4) Wie theuer kommen in Berlin $3\frac{1}{2}$ Zentn. Kanaster, das Pfd. zu $1\frac{1}{2}$ Rthlr.?

1 Pfd. : $3\frac{1}{2}$ Zentn. = $1\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
385 Pfd.
$192\frac{1}{2}$ (+ $\frac{1}{2}$
x = 577 Rthlr. 12 Ggr.

Ein Zentner hat in Berlin 110 Pfd., der halbe 55 Pfd., folglich sind $3\frac{1}{2}$ Zentn. = 385 Pfd. Kostete nun jedes Pfd. 1 Rthlr., so wäre der Betrag 385 Rthlr.; da aber das Pfd. $\frac{1}{2}$ Rthlr. mehr kostet, so macht auch der Betrag an Gelde noch $\frac{1}{2}$mal so viel, nämlich $192\frac{1}{2}$ Rthlr. Beides addirt, gibt das richtige Facit mit 577 Rthlr. 12 Ggr.

c) Fehlt dem der ganzen Zahl angehängten Bruche — gleichviel ob es das zweite oder dritte Glied ist — nur ein solcher Theil, als der Nenner des Bruches anzeigt, so nimmt man die ganze Zahl für 1 mehr an, und zieht dann den zu viel angenommenen Theil wieder ab. Z. B.

5) Was kosten in Petersburg $98\frac{3}{5}$ Pud Hanföl à $4\frac{3}{4}$ Rubel?

1 Pud : $98\frac{3}{5}$ Pud = $4\frac{3}{4}$ Rub. : x
(5
493 5 — $\frac{1}{4}$
$24\frac{13}{20}$ (— $\frac{1}{4}$
x = $468\frac{7}{20}$ Rub. oder 468 Rub. 35 Kop.

Diese Berechnung kann man sich so erklären: 1 Pud kostet 5 Rubel weniger $\frac{1}{4}$; $98\frac{3}{5}$ Pud kosten daher $98\frac{3}{5}$mal 5 Rub., weniger

$98\frac{3}{5}$mal $\frac{1}{4}$. Oder man kehrt die beiden mittlern Glieder in Gedanken um, als wenn die Aufgabe so lautete: 1 Pud kostet $98\frac{3}{5}$ Rub., was kosten $4\frac{3}{4}$ Pud.? Der Betrag ist dann ebenfalls $5 \times 98\frac{3}{5}$ Rub., weniger $\frac{1}{4} \times 98\frac{3}{5}$ Rub., d. i. 468 Rub. 35 Kop.

6) Was betragen in Breslau $11\frac{7}{8}$ Stein Korinten à $2\frac{2}{3}$ Rthlr.?

1 Stein : $11\frac{7}{8}$ Stein $=$ $2\frac{2}{3}$ Rthlr. : x
(3 — $3 - \frac{1}{3}$
$35\frac{5}{8}$
$3\frac{23}{24}$ $(- \frac{1}{3}$
x $=$ $31\frac{2}{3}$ Rthlr.

Oder. 1 Stein : $11\frac{7}{8}$ Stein $=$ $2\frac{2}{3}$ Rthlr. : x
$12 - \frac{1}{8}$ — (12)
32
$\frac{1}{3}$ $(- \frac{1}{8}$
x $=$ $31\frac{2}{3}$ Rthlr.

Wie der Zähler eines Bruches auf seinen Nenner zerstreut werden kann, dies s. weiter unten im 18ten Abschn. §. 227.

Anmerk. Dieses gilt auch von ganzen Zahlen, wo nur eins an der höhern Sorte fehlt, z. B. wenn der Zentn. 23 Ggr. gilt, was kommen 53 Zentn.? Hier nimmt man die 23 Ggr. für 1 Rthlr. an, und zieht dann die zu viel angenommenen 53 Ggr. von dem Betrage ab, als:

1 Zentn. : 53 Zentn. $=$ 23 Ggr. : x
2 Rthl. 5 Ggr. — 1 Rth. — 1 Ggr.
x $=$ 50 Rthlr. 19 Ggr.

Oder: was kosten 35 Ellen à 2 Rthlr. 23 Ggr.?

1 Elle : 35 Ellen $=$ 2 Rthlr. 23 Ggr. : x
(3 — 3 Rthlr. — 1 Ggr.
105
1 Rthlr. 11 Ggr. (— 1 Ggr.
x $=$ 103 Rthlr. 13 Ggr.

S. oben §. 32 und 77; mehreres aber unten im 18. Abschn.

§. 177.

Divisionsaufgaben sind diejenigen, wo bei gleicher Berechnung der beiden Glieder des ersten Verhältnisses das zweite oder dritte Glied aus einer bloſsen Einheit besteht, und wo zur Auflösung einer solchen hieher gehörigen Aufgabe weiter nichts gehört, als das zweite oder dritte Glied durch das erste zu dividiren.

So wie jede Multiplikationsaufgabe im Grunde schon eine Regel de tri - Aufgabe ist, eben so kann man auch die Divisionsaufgaben zur Regel de tri rechnen, indem das jedesmalige Resultat derselben in Gestalt eines förmlichen Proportionssatzes vorgetragen werden kann, z. B.

$$6 : 54 = 9$$

d. h. 6 dividirt in 54 ist oder beträgt 9, oder der 6te Theil von 54 ist 9. In Gestalt eines Proportionssatzes wird diese Aufgabe so geschrieben:

$$6 : 1 = 54 : 9$$
$$\text{oder } 6 : 54 = 1 : 9$$

Der Quotient verhält sich nämlich zum Dividenden, wie der Divisor zur Einheit. Der Exponent des ersten Verhältnisses ist in dergleichen Aufgaben allemal ein Bruch. Wir wollen auch hier einige der oben §. 90 enthaltenen Uebungsbeispiele als Regel de tri - Aufgaben behandeln.

1) 4 Pferde kosten 100 Friedrichsd'or, was kostet eins?

4 Pf. : 1 Pf. = 100 Fr.d'or : x
4)
x = 25 Fr.d'or.

4) Was kostet 1 Taschentuch, wenn das Duzend 6 Rthlr. 4 Ggr. kommt?

12 Stk. : 1 Stk. = 6 Rthlr. 4 Ggr. : x
12)
- - 12 Ggr. 4 Pf.

(x = $\frac{6}{12}$ Rthlr. + $\frac{4}{12}$ Ggr.)

6) 80 Ellen rother Kasimir kosten 133 Rthl. 8 Ggr., was kostet 1 Elle?

80 Ellen : 1 Elle = 133 Rthlr. 8 Ggr. : x
8 . 10
10)
13 - 8 -
8)
x = 1 Rthlr. 16 Ggr.

8) Wie hoch wird 1 Dukaten angenommen, wenn 15 Dukaten mit 45 Rthlr. 20 Ggr. bezahlt werden?

15 Duk. : 1 Duk. = 45 Rthlr. 20 Ggr. : x
15)
3 Rthlr. 1 Ggr. 4 Pf.

11) Was kostet in Danzig 1 Scheffel Weizen, wenn die Last mit 500 fl. bezahlt wird?

1 Last : 1 Scheff. = 500 fl. : x
6ø Scheff.
6)
x = $8\frac{1}{3}$ fl.

26) Wie theuer kommt in Hamburg 1 Pfd. Mandeln, wenn 100 Pfd. für 125 Mk. verkauft werden?

100 Pfd. : 1 Pfd. = 125 Mk. : x
x = 1,25 Mk. = $1\frac{1}{4}$ Mk.

35) 40 Arroben Kaffee kosten in Lissabon 237000 Rees, wie theuer kommt 1 Arrobe?

4ø Ar. : 1 Ar. = 23700ø Rs.
4)
5925 Rs.

41) 100 Pfd. Muskatnüsse kosten in London 7 L. 16 S. 8 D., was kostet 1 Pfd.?

100 Pfd. : 1 Pfd. = 7 L. 16 S. 8 D.
10) - - 15 - 8 -
10) - - 1 S. $6\frac{4}{5}$ D.

Oder. 100 Pfd. : 1 Pfd. = 7 L. 16 S. 8 D.
100) - - 1 S. 6,8 D.

50) Wie theuer kommt in Marseille 1 Pfd. Kaffee, wenn 433 Pfd. 1558 Fr. 80 Cent. kosten?

433 Pfd. : 1 Pfd. = 1558,80 Fr.
1299 | 3,60 Fr. = 3 Fr. 60 C.
259 8
259 8
0

Der jedesmalige Divisor wird hier ebenfalls, wie der Multiplikator in den vorigen Multiplikationsaufgaben, als eine unbenannte Zahl angesehen, und die Benennung des gefundenen vierten Gliedes richtet sich nach der Benennung des dritten.

Divisionsaufgaben kommen im gemeinen Leben sehr häufig vor, z. B. wenn eine Erbschaft, ein in der Handlung gemachter Gewinn, oder eine Summe aufgelaufener Kosten, unter mehrere Personen zu vertheilen ist; oder, wenn etwas im Ganzen gekauft worden, zu berechnen, wie viel ein Theil davon koste etc. Es wird daher sehr nützlich seyn, wenn Anfänger das oben §. 86 bis 89 Vorgetragene hier kürzlich wiederholen, und die in §. 90 enthaltenen Uebungsbeispiele als Regel de tri-Aufgaben nochmals berechnen.

§. 178.

Um auch die Division mit Brüchen auf die Regel de tri anzuwenden, so wollen wir einige der oben in §. 134 enthaltenen Uebungsbeispiele ebenfalls als Regel de tri-Aufgaben berechnen. Zuvörderst aber wird es nicht nur nützlich, sondern auch nöthig seyn, sich die in §. 127 bis 133 mitgetheilten Regeln und Erläuterungen wieder bekannt zu machen.

1) Wie heifst der Quotient von $\frac{3}{4}$ Rthlr., dividirt durch 3?

$$3 : 1 = \tfrac{3}{4}\text{ Rthlr.} : x$$
$$3)\overline{}$$
$$\tfrac{1}{4}\text{ Rthlr.} = x$$

8) Dividire $24\frac{8}{9}$ Rthlr. durch 8.

$$8 : 1 = 24\tfrac{8}{9}\text{ Rthlr.} : x$$
$$8)\overline{}$$
$$3\tfrac{1}{9}\text{ Rthlr.} = x$$

15) Dividire 21 Zentn. durch $\frac{2}{3}$.

$$\tfrac{2}{3} : 1 = 21\text{ Zentn.} : x$$
$$\overline{}(3$$
$$63$$
$$2)\overline{}$$
$$x = 31\tfrac{1}{2}\text{ Zentn.}$$

17) Dividire $69\frac{3}{4}$ Rthlr. durch $5\frac{2}{3}$.

$$5\tfrac{2}{3} : 1 = 69\tfrac{3}{4}\text{ Rthlr.} : x$$
$$\overline{}\;\;\;\overline{}(3$$
$$17 \qquad 17)\ 209\tfrac{1}{4}\ \Big|\ 12\tfrac{21}{68}\text{ Rthlr.} = x$$
$$\overline{}$$
$$3 \qquad 39$$
$$\frac{5\frac{1}{4}}{17}\ \Big|\ \frac{21}{68}$$

19) Wie theuer kommt die Elle, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{7}{8}$ Rthlr. kosten?

$$\tfrac{3}{4}\text{ Elle} : 1\text{ Elle} = \tfrac{7}{8}\text{ Rthlr.} : x$$
$$x = \frac{28}{24} = 1\tfrac{1}{6}\text{ Rthlr.}$$

23) Was kostet in Königsberg 1 Scheff. Weizen, wenn die Last von $56\frac{1}{2}$ Scheff. $344\frac{1}{6}$ fl. kostet?

$56\frac{1}{2}$ Scheff. : 1 Scheff. = $344\frac{1}{6}$ fl. : x

113
2

113) $688\frac{1}{3}$ | (2 $6\frac{31}{339}$ fl. = x
678
$10\frac{1}{3}$ | 31
113 | 339

25) Wenn man in Hamburg den Louisd'or zu 10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schill. Banko verwechselt, wie viel Stück Ld'or muſs man zu 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schill. Banko haben?

10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schl. : 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schl. = 1 Ld'or : x
16 16
$173\frac{1}{2}$ $16395\frac{3}{4}$
347
2

347) $32791\frac{1}{2}$ | (2 $94\frac{1}{2}$ Ld'or = x
3123
1561
1388
$173\frac{1}{2}$ | 347 | 1
347 | 694 | 2

In dieser Aufgabe muſs zuvörderst das erste Verhältniſs unter einerlei Namen gebracht werden; dann heiſst es: für $173\frac{1}{2}$ Schl. gebe ich 1 Louisd'or, für $16395\frac{3}{4}$ Schl. gebe ich folglich so vielmal 1 Ld'or, oder so viele Louisd'or, als so oft der Divisor in dem Dividenden enthalten ist.

Zur Berechnung der übrigen Uebungsbeispiele, in Form eines Proportionssatzes, will ich noch zwei Spezialregeln beifügen, die zugleich mit angewendet werden können.

a) Ist der Divisor ein ächter Bruch, so multiplizirt man das zweite oder dritte Glied

mit dem Nenner, und dividirt das Produkt durch den Zähler.

b) Enthalten das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied gemischte Brüche, so richtet man nur den Bruch im ersten Gliede ein, und dividirt mit demselben in das zweite oder dritte Glied, wie Brüche dividirt werden. Die dabei anzuwendenden Vortheile sind in §. 131 nachzulesen.

§. 179.

Gemischte Aufgaben sind diejenigen, wo in allen drei Gliedern gröfsere Zahlen, als die simple Einheit, enthalten sind, und wo folglich nicht nur ein Multiplikations-, sondern auch ein Divisionsgeschäft Statt findet. Der Divisor ist in allen solchen Aufgaben gleich unmittelbar bereits vorhanden, der Dividend aber erscheint erst mittelbar, nämlich nach vorher gegangener Berechnung der im zweiten und dritten Gliede enthaltenen Multiplikationsaufgabe, deren Produkt erst den wahren Dividenden gibt.

Es lassen sich übrigens hierbei viele Vortheile anwenden, besonders wenn der Exponent des ersten Verhältnisses bald und leicht zu finden ist, wodurch öfters eine solche gemischte Aufgabe in eine blofse Multiplikation oder Division verwandelt wird.

Einige besondere Regeln.

1) Man suche den Exponenten des ersten Verhältnisses, und multiplizire mit demselben das dritte Glied.

2) Gibt der Exponent keinen bequemen Multiplikator, so suche man das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied, durch einen gewählten Divisor auf die möglichst kleinsten Zahlen zu bringen, und verfahre dann nach der allgemeinen Regel.

3) Da die Division mit 10, 100, 1000, 10000 etc. so leicht zu verrichten ist, daſs man vom Dividenden nur so viel Ziffern, als der Divisor Nullen hat, abzuschneiden braucht, so multiplizire man, in Ermangelung anderer Vortheile, das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied, mit einer solchen Zahl, wodurch man 100, 1000 etc. zum ersten Gliede erhält.

§. 180.

1) Was kosten 5 Ellen von einem Stücke Zeug von 40 Ellen, welches für 10 Rthlr. eingekauft worden?

40 Ellen : 5 Ellen = 10 Rthlr. : x

Exp. $\frac{5}{40} | \frac{1}{8}$ 8) x = 1 Rthlr. 6 Ggr.

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $\frac{1}{8}$, oder 5 Ellen sind 8mal weniger, als 40 Ellen, folglich kosten auch 5 Ellen 8mal weniger, als 40 Ellen. Dividirt man das erste Verhältniſs durch 5, so erscheint der nämliche Exponent, als:

5) 40 : 5 = 10 Rthlr. : x

8 : 1

Abbrevirt man das erste und dritte Glied durch 10, als:

10) 40 : 5 = 10) 10 Rthlr. : x

4 1

so kommt dasselbe Resultat heraus, denn wenn 4 Ellen 1 Rthlr. kosten, so kosten 5 Ellen den vierten Theil mehr, folglich $1\frac{1}{4}$ Rthlr. Der Exponent ist in diesem Falle $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$; da nun 1 im dritten Gliede nicht multiplizirt, so ist dieser Exponent gleich das gesuchte vierte Glied selbst.

2) 30 Viertel Brantewein, Bourdeaux, kosten in Kopenhagen 86 Rthlr., wie theuer kommen 125 Viertel?

30 Vrtl. : 125 Vrtl. = 86 Rthlr. : x

Exp. $4\frac{1}{6}$ 344 (4

14 - 32 $(+\frac{1}{6}$

x = 358 Rthlr. 32 Schl. Dän.

Oder. 30 : 125 = 86 Rthlr. : x

5) 6 : 25

6) 1 : $4\frac{1}{6}$

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $4\frac{1}{6}$; für $4\frac{1}{6}$mal mehr Waare muſs man folglich auch so viel mal mehr Geld geben. Der Betrag des vierten Gliedes ist demnach $4\frac{1}{6}$mal 86 Rthlr. oder 4×86 Rthlr. $+ \frac{1}{6} \times 86$ Rthlr. oder $+ \frac{86}{6}$ Rthlr. Anfänger bitte ich auf diese zergliedernde Vorstellungsart wohl Acht zu haben, damit sie den Fehler vermeiden, den Betrag des Bruches aus dem vorstehenden Produkte zu nehmen. Der Bruch $\frac{1}{6}$ ist ja nicht der 6te Theil von 4, sondern von der Einheit; wenn daher 1 Viertel 86 Rthlr.

kostet, so kosten 4 Viertel 4mal so viel; der 6te Theil eines Viertels aber kostet nur den 6ten Theil von dem Betrage eines Viertels. Kopenhagen rechnet nach Thaler zu 96 Schillingen; $\frac{86}{6}$ Rthlr. sind daher 14 Rthlr. $+ \frac{2}{6}$ $= \frac{1}{3}$ Rthlr. $=$ 32 Schl. Dän.

3) Wie theuer kommen in Breslau 770 Pfd. Bleiweis, wenn der Zentn. (von 132 Pfd.) 14 Rthlr. 24 Sgr. kostet?

1 Zentn. : 770 Pfd. = 14 Rthlr. 24 Sgr. : x
132 Pfd. Exp. $5\frac{5}{6} = 6 - \frac{1}{6}$ (6
88 - 24 -
2 - 14 - $(-\frac{1}{6}$
x = 86 Rthlr. 10 Sgr.

Der Exponent wird also gefunden:

132 : 770 | 5
660 |
110 | $\frac{5}{6}$
132 |

Wäre der Exponent wirklich 6, so würde ich für 6mal so viel Waare auch 6mal so viel Geld bezahlen müssen, nämlich 88 Rthlr. 24 Sgr. Da ich aber $5\frac{5}{6}$mal mehr Waare kaufe, so beträgt meine Zahlung nicht ganz 6mal so viel, was 1 Zentner kostet, sondern den 6ten Theil von dem Betrage 1 Zentners weniger. Folglich wird der Betrag des zuviel angenommenen 6ten Theils (2 Rthlr. 14 Sgr.) von dem 6maligen Betrage abgezogen.

§. 181.

4) Wie theuer kommen in Danzig 3212 Pfd. englisches Blei, wenn der Zentner für 40 fl. verkauft wird?

$$\frac{1\ \text{Zentn.}}{11\not{0}\ \text{Pfd.}} : {}^{11)}\frac{3212\ \text{Pfd.}}{292} = 4\not{0}\ \text{fl.}$$

$$x = \overline{1168\ \text{fl.}}^{(4}$$

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $29\frac{1}{5}$; allein da sich die Nullen im ersten und dritten Gliede gegen einander ausstreichen lassen, so ist die Rechnung auf die hier gezeigte Art noch etwas leichter und kürzer. Das vierte unbekannte Glied konnte auch gleich so angezeigt werden:

$$x = \frac{3212 \times 40}{110}$$

und nun ist es ganz einerlei, ob man zuerst dividirt, oder multiplizirt.

5) Ein Fabrikant in Königsberg erhält von einem Gutsbesitzer 15 Stein 11 Pfd. Landwolle für 368 fl., wie theuer kommt demselben ein Stein von 33 Pfd.?

$$15\ \text{Stn.}\ 11\ \text{Pfd.} : {}^{11)}\frac{33\ \text{Pfd.}}{3} = {}^{46)}\frac{368\ \text{fl.}}{8} : x$$

$$\frac{33}{506}$$

$$^{11)}\overline{46}$$

$$^{46)}\overline{1}$$

$$x = 3 \times 8 = 24\ \text{fl.}$$

Nachdem das erste Verhältniſs unter einerlei Benennung gebracht worden, so läſst sich dasselbe durch 11 abbreviren, und gibt in kleinern Zahlen 46 : 3; der Exponent wäre also $\frac{3}{46}$. Vergleiche ich aber das erste mit dem dritten Gliede, so zeigt ein gewisser scharfer Blick — den man sich freilich nur durch viele Uebung verschaffen kann — daſs das erstere im letztern 8mal enthalten ist. Hierdurch wird die ganze Aufgabe in

eine leichte Multiplikation verwandelt, nämlich in $3 \times 8 = 24$ fl. und so viel kostet auch der Stein, oder die 33 Pfd.

6) Wenn in Hamburg 820 Pfd. Baumöl, (Genua, weiſs) für 310 Rthlr. Banko verkauft werden, wie theuer kommen hiernach 2665 Pfd.?

820 Pfd. : 2665 Pfd. = 310 Rthlr. Banko : x

$$\begin{array}{r|l} & 7995 \\ 82) & 82615 \quad 1007\frac{1}{2} \text{ Rthlr. Bko.} = x \\ & 574 \\ & 41 \,|\, 1 \\ & 82 \,|\, 2 \end{array}$$

Oder man berechne die Aufgabe durch Hülfe des Exponenten, welcher $3\frac{1}{4}$ ist. Der folgende §. wird noch einige hierher gehörige Aufgaben nebst deren Berechnung enthalten; die Erklärung lasse ich um deswillen weg, da sie aus diesem §. noch bekannt seyn muſs.

§. 182.

7) Wenn in Hamburg der Zentner Leinöl 56 Mk. Kur. kostet, wie viel wird man für 84 Pfd. zu zahlen haben?

$$112 \text{ Pfd.} : 84 \text{ Pfd.} = 56 \text{ Mk. Kur.} : x$$

$$56)\ 2 \qquad 2)\ 42 \text{ Mk. Kur.} = x \qquad 56)\ 1$$

8) 825 Pfd. gelbe Erde kosten in Magdeburg 121 Rthlr. 21 Gr., wie theuer kommt 1 Zentner?

825 Pfd. : 110 Pfd. = 121 Rthlr. 21 Gr. : x (2

Exp. $\frac{2}{15}$ — 243 - 18 -

15) x = 16 Rthlr. 6 Gr.

9) Wie theuer kommen in Leipzig 1265 Pfd. Karolina Reis, den Zentner zu 12 Rthlr. 8 Gr.?

110 Pfd. : 1265 Pfd. = 12 Rthlr. 8 Gr. : x

Exp. 11½ 135 - 16 - (11

 6 - 4 - (+ ½

x = 141 Rthlr. 20 Gr.

10) Wenn in Braunschweig 18 Ballen 6 Ries Schreibpapier für 558 Rthlr. eingekauft werden, wie theuer kommt der Ballen?

18 Blln. 6 Rs. : 1 Blln. = 558 Rthlr. : x

186 Rs. 10 Rs. 186) 3

186) 1

x = 10 × 3 Rthlr. = 30 Rthlr.

11) In Petersburg kostet der Berkowitz (von 10 Pud oder 400 Pfd.) Hanf, Ausschufs, 40 Rubel, was kosten 13 Berkowitz und 6 Pud.?

1 Brkw. : 13 Brkw. 6 Pd. = 4ø Rub. : x

1ø Pd. 136 Pd.

 (4

x = 544 Rub.

12) Wenn in Libau die Last Weizen (von 48 Loof) 130 Rthlr. Alberts gilt, was kommen 7 Last 36 Loof?

1 Lst. : 36 Lf. = 130 Rthlr. Alb. : x

48 Lf. 32½ (— ¼

x = 97½ Rthlr. Alb.

Exp. $\frac{36}{48} \Big| \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$.

§. 183.

Sehr leicht ist mehrentheils die Berechnung solcher gemischten Aufgaben, in welchen das erste Glied aus einer Dezimalzahl,

10, 100, 1000 etc. besteht, und wo man, statt zu dividiren, nur so viel Ziffern vom Dividenden abschneidet, als der Divisor Nullen hat. Dergleichen Aufgaben kommen in der kaufmännischen Arithmetik sehr häufig vor, da die Preise von vielen Waaren nach 100 Pfd. etc. bestimmt werden. Z. B.

13) Amsterdam verkauft 100 Pfd. Anies (römischen) für 66 fl. Banko, wie theuer kommen da 2150 Pfd.?

1ØØ Pfd. : 215Ø Pfd. = 66 fl. Bko. : x
2365 (11 — 6 × 11
(6
x = 1419Ø fl. Bko.

14) Hamburg verkauft 231 Pfd. Pfeffer, Ind. à 71 Mk. die 100 Pfd.; wie viel ist der Betrag?

100 Pfd. : 231 Pfd. = 71 Mk. : x
1617
x = 164|01 Mk. = 164 Mk. + $\frac{1}{100}$ Mk. oder beinahe 2 Pf.

15) Triest sendet nach Wien 3218 Pfd. Kaffee à 116 fl. die 100 Pfd.; wie viel beträgt es?

100 Pfd. : 3218 Pfd. = 116 fl. : x
3218
19308
fl. 3732|88 — x = 3732 fl. 52$\frac{4}{5}$ Xr.
60
Xr. 52|80

16) Ein Kaufmann in Nürnberg erhält 285 Pfd. Ingber, weissen, à 120 fl. die 100 Pfd.; wie viel hat derselbe dafür zu zahlen?

1ØØ Pfd. : 285 Pfd. = 12Ø fl. : x
570
x = 342Ø fl.

17) In Amsterdam rechnet man den holl. Gulden zu $3\frac{1}{3}$ Schilling flämisch, hiernach gelten 3 fl. so viel als 10 Schill. fls.; wie viel Gulden holl. werden nach diesem Verhältniſs in 7536 Schill. fls. enthalten seyn?

10 Schill. fls. : 7536 Schill. fls. = 3 fl.
(3
2260|8 = 2260 fl. 16 Stvr.

§. 184.

Da die Berechnungen der Aufgaben, in welchen das erste Glied eine Dezimalzahl enthält, so leicht sind, so kann man, um sich dergleichen Erleichterungen zu verschaffen, das erste und zweite, oder auch das erste und dritte Glied mit einer solchen Zahl multipliziren oder dividiren, wodurch man im ersten Gliede eine Dezimalzahl erhält.

18) Was kosten in Cadix 784 Pfd. Orangen, wenn die Arrobe von 25 Pfd. zu 16 Reales de plata verkauft wird?

25 Pfd. : 784 Pfd. = 16 Rpta : x
(4
100 : 3136
18816
x = 501|76 Rpta = $501\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{100}$ Rpta.

Multiplizirt man hier das erste Verhältniſs mit 4, so bleibt dasselbe (§. 162.) nicht nur unverändert, sondern man erhält auch im ersten Gliede den bequemsten Divisor. x oder das vierte Glied beträgt also 501,76 = $501\frac{76}{100}$ Reales de plata. Der Dezimalbruch 0,76 = 0, 75 (oder $\frac{3}{4}$) + 0,01 (oder $\frac{1}{100}$), welcher Ueberschuſs so unbedeutend

ist, dafs derselbe ohngefähr den dritten Theil eines sächsischen Pfennigs ausmacht.

19) In Amsterdam betragen 5 fl. so viel als 2 Rthlr., wie viel Thaler betragen nun 384 fl.?

$$\frac{5 \text{ fl.}}{10}(2 : \frac{384 \text{ fl.}}{153|6}(4 = \frac{2 \text{ Rthlr.}}{4}(2 : x$$

$$x = 153\tfrac{6}{10} \text{ Rthlr.} = 153 \text{ Rthlr. } 30 \text{ Stvr.}$$

20) In Königsberg kostet der Zentner Zinn 125 fl., wie viel Pfunde wird man für 75 fl. erhalten?

$$\frac{125 \text{ fl.} : 75 \text{ fl.}}{1000 : 600}(8 = 110 \text{ Pfd.} : x$$

$$x = 6 \times 11 = 66 \text{ Pfd.}$$

Hier lassen sich, nachdem das erste Verhältnifs mit 8 multiplizirt worden, die Nullen des Divisors gegen die zwei Nullen im zweiten, und gegen die eine Null im dritten Gliede ausstreichen, dann bleibt noch folgende Proportion 1 : 6 = 11 : x. Durch Hülfe des Exponenten wird die nämliche Aufgabe also berechnet:

$$125 \text{ fl.} : 75 \text{ fl.} = 5)\frac{110 \text{ Pfd.}}{22} : x$$

$$\text{Exp. } \tfrac{3}{5} \qquad \frac{22}{x = 66 \text{ Pfd.}}(3$$

21) Wenn 250 fl. holl. in Leipzig mit 138 Rthlr. bezahlt werden, wie viel betragen 1785½ fl. holl.?

250 fl. : 1785½ fl. = 138 Rthlr. : x
―――――――――――――――――(4
1000 : 7142
21426
57136
―――――――
Rthlr. 985|596
――――――(4
2384
――――――(6
Gr. 14|304
――――――(12
Pf. 3|648
x = 985 Rthlr. 14 Gr. 4 Pf. cca.

22) Wenn 600 Pfd. von einer gewissen Waare 204 Rthlr. kosten, was betragen 11 Pfd.?

600 Pfd. : 11 Pfd. = 204 Rthlr. : x
6)―――― 6)――――
100 34
――――(11
Rthlr. 3|74
24
――――
Gr. 17|76
――――(12
Pf. 9|12
x = 3 Rthlr. 17 Ggr. 9 Pf. + $\frac{12}{100}$ Pf.

Mehrere Vortheile werden im 18ten Abschnitte vorkommen.

§. 185.

Gemischte Aufgaben, in welchen ein oder mehrere Glieder Brüche enthalten, werden nun keine sonderliche Schwierigkeit verursachen, wenn man nur die Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Brüchen gehörig zu behandeln weiſs. Man richte übrigens auch hier sein Augenmerk vorzüglich mit auf den Exponenten des ersten Verhältnisses, und mache sich nachstehende Spezialregeln wohl bekannt.

a) Besteht nur das erste Glied aus einem Bruche, so wird das Produkt der mittlern Glieder durch den Bruch im ersten Gliede dividirt, d. h. mit dem Nenner wird es multiplizirt, und durch den Zähler dividirt.

1) Was kosten 3 Zentn., wenn man für $\frac{3}{4}$ Zentn. 6 Rthlr. 15 Gr. bezahlen soll?

$\frac{3}{4}$ Zentn. : 3 Zentn. = 6 Rthlr. 15 Gr. : x
(3
19 - 21 -
(4
79 - 12
3)
x = 26 Rthlr. 12 Gr.

Allein wer sieht hier nicht gleich, daſs man die Multiplikation und Division durch eine und dieselbe Zahl (3) hätte sparen können. Dies wird hoffentlich auch derjenige meiner theuren Rechenschüler sogleich bemerkt haben, der sich des in §. 131. Nr. 4. gezeigten Vortheils noch erinnert. Doch auch ohne Anwendung jenes Vortheils können wir hier das vierte Glied auf die kürzeste Art finden, wenn wir nämlich das dritte Glied mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses multipliziren. Der Exponent aber wird also gefunden:

$$\frac{3}{4} : 3 = \frac{3}{4} : \frac{12}{4} = 4$$

Vermöge des Exponenten 4, muſs x oder das vierte Glied viermal gröſser seyn, als das dritte. Die Berechnung der Aufgabe erscheint hiernach in folgender Form:

$\frac{\not{3}}{4}$ Zentn. : $\not{3}$ Zentn. = 6 Rthlr. 15 Gr. : x
(4
x = 26 Rthlr. 12 Gr.

Hieraus flieſst zugleich eine andere spe-

ziellere Anweisung, deren Anwendung in der Kettenregel nie unterlassen werden darf, nämlich: man werfe den Nenner im ersten Gliede in das zweite oder dritte, und die Nenner in diesen beiden Gliedern in das erste Glied. Dadurch springen die etwa noch anzubringenden Vortheile jedem von selbst in die Augen. Die Erklärung dieser speziellern Regel ist übrigens sehr leicht, denn aus dem 10ten Abschnitte muſs es nun klar seyn, daſs der Nenner eines Bruches, womit ich eine andere gegebene Zahl multipliziren soll, immer einen Divisor, und daſs umgekehrt der Nenner eines Bruches, womit ich eine andere gegebene Zahl dividiren soll, immer einen Multiplikator vorstelle, z. B.

$\frac{3}{4}$ × 4 Rthlr. 8 Ggr. (3
13 - - -
4) 3 Rthlr. 6 Ggr.

Oder: $\frac{3}{4}$ × 4) 4 Rthlr. 8 Ggr.
1 - 2 - (3
3 Rthlr. 6 Ggr.

Ferner $\frac{5}{8}$: 5) 35 Mk. 15 Schill.
7 - 3 - (8
57 Mk. 8 Schill.

2) Wenn man in Berlin für 12½ Rthlr. 1 Zentn. (oder 110 Pfd.) Bleiweis kauft, wie viel Pfunde wird man für 50 Rthlr. erhalten?

12½ Rthlr. : 50 Rthlr. = 110 Pfd. : x
25 100 (4
Exp. 4 x = 440 Pfd.

Oder: 12½ Rthlr. : 50 Rthlr. = 1 Zentn. : x
(4
Exp. 4 x = 4 Zentn.

§. 186.

b) Besteht nur das zweite Glied aus einem Bruche, so multiplizirt man das dritte mit dem Zähler des Bruches, und wirft den Nenner in das erste Glied, wodurch der daselbst befindliche Divisor um so vielmal vergröſsert wird. Die anzubringenden Vortheile fallen dann von selbst in die Augen.

3) In Petersburg kostet das Pud Cochenille 480 Rubel, wie theuer kommen $\frac{3}{4}$ Pfd.?

$$40\!\!\!/ \text{ Pfd.} : \frac{3}{4\!\!\!/} \text{ Pfd.} = 48\,0\!\!\!/ \text{ Rub.} : x$$

16) 4 / 1 — 16) 48 × 3 = 3 (3

x = 9 Rub.

$$\text{Oder } x = \frac{480}{40} \times \frac{3}{4} = 9 \text{ Rub.}$$

4) In Königsberg kostet das Schiffpfd., oder 3 Zentn. Eisen 58 fl., was kommen hiernach $15\frac{1}{2}$ Zentn.?

$$3 \text{ Zentn.} : 15\tfrac{1}{2} \text{ Zentn.} = 58 \text{ fl.} : x$$

Exp. $5\frac{1}{6}$ — 58 (5

290

$9\frac{2}{3}$ (+ $\frac{1}{6}$

x = $299\frac{2}{3}$ fl.

5) In Hamburg kosten 100 Pfd. Karolina Reis $43\frac{3}{4}$ Mk., was kosten hiernach 640 Pfd.?

$$10\,0\!\!\!/ \text{ Pfd.} : 64\,0\!\!\!/ \text{ Pfd.} = 43\tfrac{3}{4} \text{ Mk.} : x$$

4* — 4) 16 — 175

1050

x = 280$0\!\!\!/$ Mk.

Den gemischten Bruch im dritten Gliede richte ich zuvörderst ein, und werfe den Nenner, als den Divisor in das erste Glied. Nun

streiche ich die eine Null von 100 gegen die Null in 640 aus, und abbrevire das zweite Glied durch den aus dem dritten Gliede erhaltenen Divisor 4. Mit der 16 multiplizire ich endlich (nach §. 27) das dritte Glied, und dividire das Produkt 2800 durch 10 im ersten Gliede.

§. 187.

c) Enthalten die ersten beiden Glieder, oder das erste und dritte Glied Brüche, so ist es mehrentheils am rathsamsten, das Verhältniſs in ganzen Zahlen zu suchen. Dieses aber wird am kürzesten dadurch gefunden, indem man den Zähler des ersten mit dem Nenner des zweiten oder dritten Gliedes, und den Zähler des zweiten (oder dritten) mit dem Nenner des ersten Gliedes multiplizirt. Hat man erst das Verhältniſs in ganzen Zahlen, so läſst sich dann auch der Exponent leicht finden.

6) In Amsterdam kostet die Unze Moschus (2 Loth oder $\frac{1}{16}$ Pfd.) 20 fl., wie theuer kommen $2\frac{3}{4}$ Pfd.?

$\frac{1}{16}$ Pfd. : $\frac{11}{4}$ Pfd. = 20 fl. : x

×

4 : 176
4) ———
44
——— (20
x = 880 fl.

Daſs aber bloſs die Zähler mit den gegenüberstehenden Nennern multiplizirt werden, dies kann man sich also erklären: Wenn zwei Brüche unter einerlei Nenner gebracht

werden sollen, so wird (§. 112) der Zähler und Nenner des einen Bruches mit des andern Bruches Nenner multiplizirt. Die obigen Brüche würden daher auf folgende Art unter einerlei Nenner gebracht werden müssen:

$$\frac{1}{16} : \frac{11}{4}$$
$$\frac{4}{64} : \frac{176}{64}$$

Da beide Glieder 64stel enthalten, so kann man die Nenner weglassen, und die Zähler für Ganze annehmen. Um aber das Verhältniſs gleich in den kleinsten Zahlen zu finden, so wende man überall, wo es angeht, die §. 131 gezeigten Vortheile an. In dem obigen Beispiele lassen sich die Nenner 16 und 4 durch 4 abbreviren, wodurch die Rechnung noch etwas kürzer wird, nämlich:

$$\frac{1}{4\,\not{1}\not{6}}\ \text{Pfd.} : \frac{11}{1\,\not{4}} = 20\ \text{fl.} : x$$
$$1 : 44$$

7) Wenn $3\frac{3}{4}$ Ellen Tuch 11 Rthlr. 16 Ggr. kosten, wie theuer werden $22\frac{1}{2}$ Ellen von derselben Sorte kommen?

$$3\tfrac{3}{4}\ \text{Ell.} : 22\tfrac{1}{2}\ \text{Ell.} = 11\ \text{Rthlr.}\ 16\ \text{Ggr.} : x$$
$$\frac{1\,\not{1}\not{5}}{2\,\not{4}} : \frac{3\,\not{4}\not{5}}{1\,\not{2}}\quad x = 70\ \text{Rthlr.}\ \text{-}\ \text{-}\ (6$$
$$1 : 6$$

Hier lassen sich in dem ersten Verhältnisse sowohl die Zähler als Nenner der Brüche gegen einander aufheben; daraus entstehen dann die Brüche $\frac{1}{2} : \frac{3}{1}$, welche das Verhältniſs in den kleinsten Zahlen mit 1 : 6 geben, und worin zugleich der Exponent 6 vor Augen liegt.

§. 188.

Den Beschlufs mag noch eine Aufgabe machen, in welcher alle drei gegebenen Glieder Brüche enthalten, und wo sich weiter kein Vortheil anwenden läfst, als das Verhältnifs des ersten und zweiten Gliedes in den kleinsten Zahlen auszudrücken, und den Exponenten zu suchen.

9) Wenn in Libau $1\frac{1}{2}$ Decher Bockleder $15\frac{2}{3}$ Rthlr. Alberts kostet, wie theuer kommen hiernach $4\frac{4}{5}$ Decher?

$$1\tfrac{1}{2}\text{ D.} : 4\tfrac{4}{5}\text{ D.} = 15\tfrac{2}{3}\text{ Rthlr.} : x \quad (16$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{3}}{2} : \frac{{}^{8}\cancel{24}}{5} \qquad 250\tfrac{2}{3}$$

$$5 : 16 \quad x = 5)\ 50\tfrac{2}{15}\text{ Rthlr. (12 Gr.)}$$

Oder mit dem Exponenten:

$$5 : 16 = 15\tfrac{2}{3}\text{ Rthlr.} : x \quad (3$$

$$\text{Exp. } 3\tfrac{1}{5} \qquad 47$$

$$3\tfrac{2}{15} \quad (+\tfrac{1}{5}$$

$$x = 50\tfrac{2}{15}\text{ Rthlr.}$$

Nach und nach, und besonders durch viele Uebung, wird und mufs man sich eine solche Fertigkeit eigen machen, dafs man gleich beim ersten Ueberblicke sieht, wie und auf welche Art die Aufgabe am kürzesten und leichtesten auszurechnen sei. Manche Aufgaben sind in Brüchen, andere in ganzen Zahlen leichter zu behandeln.

§. 189.

Probe einer Regel de tri - Berechnung.

Unter der Probe irgend einer Berechnung versteht man eine Untersuchung, ob das gefundene Facit das richtige sey, oder ob man bei dessen Berechnung gefehlt habe. Die Richtigkeit der Regeln selbst, nach welchen eine vorher unbekannte Zahl gefunden worden, nennt man einen Beweis.

Von einem geübten Rechner, der wohl noch dazu schon als Handlungsgehülfe angestellt ist, verlangt man mit Recht, daſs er die ihm vorgelegten Aufgaben, nach den Regeln der Arithmetik, richtig zu berechnen im Stande sey. Allein da kein Mensch in irgend einer Wissenschaft die höchste Vollkommenheit erreichen kann, so ist auch der geschickteste Rechner der Gefahr ausgesetzt, hier oder da einen Fehler im Rechnen zu begehen. Hiervon zeugen auch die lateinischen Buchstaben unter manchen revidirten Rechnungen *S. E. C.* (*salvo errore calculi*). Es ist daher nöthig, eine Aufgabe nicht nur zweimal zu berechnen — denn man kann beidemal denselben Fehler begehen —; sondern vielmehr die Richtigkeit derselben auf einem andern Wege zu probiren. Hierzu schlage ich folgende drei Mittel vor, deren Anwendung äuſserst selten trügen wird:

1) Man berechne eine vorgelegte Aufgabe auf eine doppelte Art. Stimmt das Fa-

cit beidemal überein, so kann man sich auf die Richtigkeit der Auflösung mit ziemlicher Gewifsheit verlassen.

2) Man multiplizire die beiden äufsern Glieder, und sehe zu, ob ihr Produkt dem Produkte der mittlern Glieder gleich sey. (S. oben §. 165.)

3) Man nehme eins von den zuerst gegebenen drei Gliedern für unbekannt an, berechne die Aufgabe nochmals, so mufs, wenn richtig gerechnet worden, dafs als unbekannt angenommene Glied wieder herauskommen.

Zur Erläuterung wollen wir folgende Aufgabe wählen: 1 Unze Karmin kostet in Nürnberg 6 fl., wie theuer kommen $3\frac{3}{8}$ Pfd.?

$\frac{1}{2\cancel{1}\cancel{6}}$ Pfd. : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = 6 fl. : x

27 54

18 x = 324 fl.

1 : 54

Oder: 2 Lth. : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = 6 fl. : x

2) 1 108 Lth. 2) 3

(3

x = 324 fl.

Das Produkt der äufsern Glieder ist auch dem Produkte der mittlern gleich, nämlich:

2 Lth. : 108 Lth. = 6 fl. : 324 fl.

6 2

648 = 648

Nehmen wir eins der gegebenen Glieder für unbekannt an, so mufs auch dieses, bei richtiger Berechnung (§. 166) wieder zum Vorschein kommen, als:

2 Lth. : x = 6 fl. : 324 fl. : x
(2: 648
6): x = 108 Lth.

Oder: 6 fl. : 324 fl. = 2 Lth. : x
2): 3 ; 3): 108 Lt. = x ; 2): 1

Oder: x : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = 6 fl. : 324 fl.
(6: $20\frac{1}{4}$
324): $\frac{20\frac{1}{4}}{324} = \frac{81}{1296} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$ Pfd.

Oder: 324 fl. : 6 fl. = $3\frac{3}{8}$ Pfd. : x
wie zuvor.

Oder: $\frac{1}{16}$ Pfd. : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = x : 324 fl.
($\frac{1}{16}$: $20\frac{1}{4}$
$3\frac{3}{8}$: = $\frac{27}{8}$ (8: 162
27) 162 | 6 fl. = x

Oder: $3\frac{3}{8}$ Pfd. : $\frac{1}{2\,16}$ Pfd. = 324 fl. : x
$\frac{27}{18}$; 6): 54
54 : 1 ; 9): 6 fl. = x

Ein jeder wird hoffentlich hieraus zur Genüge ersehen, auf wie vielerlei Art man die Richtigkeit einer Berechnung probiren kann. Man wählt aber natürlich immer diejenige Art, welche die wenigste Mühe verursacht.

§. 190.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Augsburg:

1) 15 Mark fein Gold à 288 fl.?
2) $13\frac{1}{2}$ - Dukatengold à 283 fl.?
3) $10\frac{1}{4}$ - Pistolengold à 274 fl.?

4) 80 Pfd. Kaffee, St. Domingo à 107 fl. 45 Xr. die 100 Pfd.?
5) 90 - dito - - fein à 129 - 25 - - - - ?
6) 32 - dito, Levant. à 217 - 30 - - - - ?

Hamburg:

7) $13\frac{1}{8}$ Zentn. Hanföl à 47 Mk.?
8) $43\frac{3}{4}$ Pfd. Mandeln, Valence à 72 Mk. die 100 Pfd.?
9) 500 - Kapern, Toulons à 96 - - - - ?
10) 1200 - Wallfischbaarden à 55 Mk. 4 Schl. - - ?
11) 80 dopp. Ellen Leinw. Osnabr. à $27\frac{1}{2}$ Rthlr. die 100 d. E.?
12) 45 - - dito, Teklenb. à $24\frac{1}{3}$ - - - - ?

Bremen:

13) 1000 Pfd. Galläpfel à 44 Rthlr. 48 Pf. die 100 Pfd.?
14) $64\frac{1}{2}$ Pfd. Lakrizensaft à 28 Rthlr. - - - ?
15) 39 Tonnen Theer, Mosk. à $8\frac{1}{4}$ Rthlr.?
16) 43 - dito, Stockh. à $8\frac{3}{4}$ - ?
17) 17 Viertel Rum à 88 Rthlr. die $\frac{30}{4}$?
18) 23 - Brantewein à 73 - - - ?

Lübeck:

19) 29 Pfd. Weinstein, ital. roth à 46 Mk. die 100 Pfd.?
20) 64 - dito - weiſs à 38 - - - - ?
21) 263 - Alaun, dän. à 23 Mk. 12 Schl. - - - ?
22) 177 - dito, röm. à 41 - die 100 Pfd.?
23) 205 - Baumöl, Genua à 718 Mk. die 820 Pfd.?
24) $102\frac{1}{2}$ Pfd. dito, Malaga à 363 - - - - ?

Frankfurt am Main:

25) $16\frac{1}{2}$ Mk. Dukatengold à 281 fl.?
26) 350 Pfd. Baumwolle à 97 fl. 36 Xr. die 100 Pfd.?
27) 89 - Baumwollengarn à 215 fl. - - - ?
28) 63 - dito à 240 - - - - ?
29) 19 - Cacao à 113 - - - - ?
30) 100 - Lorbeerblätter à - - 4 Xr. das Pfd.?

Nürnberg:

31) 37 Pfd. Cochenille à $11\frac{1}{2}$ fl.?
32) $43\frac{1}{2}$ - dito à $11\frac{3}{4}$ - ?
33) 6590 - Kaffee, Martin. à 85 fl. die 100 Pfd.?
34) 1217 - dito, Java à 100 - - - - ?
35) 313 - Zucker, Kandies à 75 - - - - ?
36) 87 - dito, Melis à 81 - - - - ?

Leipzig:

37) $13\frac{5}{8}$ Zentn. Mandeln à 39 Rthlr.?
38) $24\frac{1}{4}$ - Rosinen à 19 - 12 Gr.?
39) $108\frac{1}{2}$ Ball. Druckpapier à 16 Rthlr. 8 Gr.?
40) 341 Pfd. Bernstein à 21 Gr.?

Braunschweig:

41) 173 Pfd. Berlinerblau à 1 Rthlr. 3 Ggr.?
42) 85 - Berlinerroth à 1 - 4 - ?
43) $29\frac{3}{4}$ Zentn. Blei, engl. à $9\frac{3}{4}$ - ?
44) $28\frac{1}{2}$ Pfd. Fernambukh. à 41 Rthl. 24 Gr. d. Ztn. v. 114 Pfd.?

Amsterdam:

45) $387\frac{1}{2}$ Pfd. Thee Boe à 15 Stvr.?
46) 60 - dito, Congo à 2 fl. 18 Stvr.?
47) 1275 - Kaffee, Surin. à 16 Stvr.?
48) $91\frac{3}{4}$ - Muskatnüsse à 280 - ?

Breslau:

49) $37\frac{3}{4}$ Pfd. Kampher à 5 Rthlr. 6 Sgr.?
50) 328 - Fischbein 6 — $\frac{8}{4}$ à 10 - ?
51) 1 Stein Anies, wenn 31 Stn. mit $78\frac{3}{4}$ Rthlr. bezahlt werden?

Cadix:

52) 58 Arroben Zucker à $41\frac{1}{2}$ Rpta?
53) 367 Arrob. Orangen à $16\frac{1}{2}$ - ?

Lissabon:

54) 1 Moyo Salz, wenn $64\frac{1}{2}$ Moyo 113520 Rees kosten?
55) 1 Pfd. Sassaparille, wenn die Arrobe von 32 Pfd. 8000 Rees kostet?

Danzig:

56) 397 Pfd. Bimstein à 10 Gr.?
57) 7 Last 20 Schffl. Rocken à $362\frac{1}{2}$ fl. die Last v. 60 Schffl.?

Riga:

58) 1 Pfd. Wachs, wenn 1 Schpfd. v. 400 Pfd. 80 Rthlr. kostet?
59) 38 Schpfd. 100 Pfd. Pottasche à 20 Rthlr. d. Schpfd.?
60) $13\frac{1}{2}$ Schpfd. Flachs à $51\frac{1}{2}$ - - - ?

Magdeburg:

61) $59\frac{3}{4}$ Zentn. Salpeter à 45 Rthlr. 18 Gr.?

62) 93 Zentn. Stärke à 13 Rthlr. 6 Gr.?
63) 5 Pfd. Braunstein à 3 Rthlr. 20 Gr. d. Ztn. v. 110 Pfd.?

Kopenhagen:

64) 3789 Pfd. Kaffee, Mart. à 32 Schill. Dän.?
65) 893 - Zucker, Raff. à 36 - ?
66) 100 - Reis, Karol. à $13\frac{1}{2}$ - ?
67) $5\frac{3}{4}$ Schpfd. Klippfische à 24 Rthlr. 32 Schill. Dän.?

Petersburg:

68) 87 Pud Seifentalg à 53 Rub. 45 Kop. d. Brkw. v. 10 Pud?
69) 396 - Juchten à 15 - 50 - ?
70) 1 Pfd. Kaffee à 35 - d. Pud v. 40 Pfd.?

Vierzehnter Abschnitt.

Einfache Regel de tri mit indirekten Verhältnissen.

§. 191.

In den theils erklärten, theils zur Uebung mitgetheilten Aufgaben des vorigen Abschnittes folgten die gegebenen drei Glieder der geometrischen Proportion immer so auf einander, dafs das vierte unbekannte Glied so vielmal gröfser oder kleiner war, als das dritte, so vielmal nämlich das zweite gröfser oder kleiner war, als das erste. Allein bei vielen Geschäften im menschlichen Leben sieht man ein, dafs, je mehr Kräfte zur Vollendung einer Arbeit angewendet werden, desto weni-

ger Zeit man dazu brauche; dafs, je theurer das Getreide wird, desto weniger der Bäcker am Gewichte gebe; dafs, je schmäler das Tuch ist, woraus man sich etwas will verfertigen lassen, desto länger dasselbe seyn müsse etc.; folglich treten hier umgekehrte Verhältnisse ein, nämlich je mehr, desto weniger, oder je weniger, desto mehr.

Man gibt daher der Regel, welche die Berechnung solcher Aufgaben lehrt, den Namen der umgekehrten Regel de tri, weil die Glieder des einen gegebenen Verhältnisses umgekehrt werden müssen. Die Benennung, verkehrte Regel de tri, ist ganz unrichtig, und man findet sie auch nur noch in einigen ältern Rechenbüchern. Am richtigsten nennt man sie: Regel de tri mit indirekten Verhältnissen, im Gegensatze der Regel de tri mit direkten Verhältnissen.

§. 192.

Schon der gesunde Menschenverstand mufs einem jeden, welcher die vorgelegte Aufgabe nicht mit den äufsern Augen und Ohren allein betrachtet, sagen, ob der Betrag des vierten Gliedes gröfser oder kleiner, mehr oder weniger seyn müsse, als der des dritten. So bald man aber dieses weifs, so weifs man auch, ob die gegebenen Glieder ein direktes oder indirektes Verhältnifs enthalten.

Es sei z. B. folgende Aufgabe: Eine be-

stimmte Quantität Leinwand wird auf 8 Stühlen in 12 Wochen fertig; wie viel Stühle sind nöthig, wenn sie in 4 Wochen fertig seyn soll? Ein jeder wird hier, bei einigem Nachdenken, sogleich einsehen, daſs, in je kürzerer Zeit die Leinwand geliefert werden soll, auf desto mehrern Stühlen gearbeitet werden muſs; denn je weniger dort (in Zeit), desto mehr hier, (bei den arbeitenden Kräften.) Es würde ja auch ein ganz widersinniges Resultat erscheinen, wenn man die vorgelegten Glieder direkt also stellte:

12 Wochen : 4 Wochen = 8 Stühle : x ($2\frac{2}{3}$ St.)

Kehren wir aber das erste Verhältniſs um, nämlich:

4 Wochen : 12 Wochen = 8 Stühle : x (24 St.)

so ist die gefundene Zahl 24 nicht nur die richtige 4te Proportionszahl, sondern wir sehen auch ein, daſs der Effekt der 8 Stühle in 12 Wochen, dem Effekte der 24 Stühle in 4 Wochen völlig gleich sei. 24 Stühle liefern, bei übrigens gleicher Anstrengung und Arbeit, eben so viel, als 8 Stühle in 12 Wochen. Oder da die Quantität Leinwand in 3mal weniger Zeit fertig werden soll, so muſs man 3mal mehr Stühle haben. Hierauf gründet sich das Umkehren der Verhältniſszahlen.

Durch die richtige Stellung der Glieder wird man, gleichsam von selbst, auf das Umkehren des ersten Verhältnisses hingeführt; denn man weiſs doch, so bald man in dem obigen Beispiele ansetzt:

8 Stühle : x

dafs hier im dritten und vierten Gliede Stühle mit Stühlen in Vergleichung kommen. Dafs aber die letztere Zahl mehr betragen müsse, als 8, dies zeigt der gesunde Menschenverstand einem jeden an. Es mufs daher 8 : x ein steigendes Verhältnifs seyn; hieraus aber folgt, dafs auch die zwei ersten Glieder der Proportion in einem steigenden Verhältnisse angesetzt werden müssen.

§. 193.

Mehrere Beispiele.

1) Wenn 200 Arbeiter mit einem Festungsbau in 5 Monaten fertig werden, in wie viel Monaten würden 500 Arbeiter denselben vollenden? Antw. in 2 Monaten, wie hier folgt:

200 Arb. : 500 Arb. = 5 Mon. : x
indirekt 5 : 2

Es ist leicht einzusehen, dafs $2\frac{1}{2}$mal mehr Arbeiter $2\frac{1}{2}$mal weniger Zeit brauchen, um mit der ihnen aufgegebenen Arbeit zu Stande zu kommen; das letztere Glied mufs daher weniger betragen. Da nun das erste Verhältnifs steigend ist, das andere aber zuverlässig fallend seyn mufs, so ist es, um die Aufgabe ihrem wahren Sinne und dem gesunden Menschenverstande gemäfs zu berechnen, nöthig, das erste Verhältnifs umzukehren, d. h. so zu stellen, dafs es ebenfalls ein fallendes

Verhältniſs werde. Nun aber wird auch der Effekt der 200 Arbeiter in 5 Monaten dem Effekte der 500 Arbeiter in 2 Monaten gleich seyn; denn $200 \times 5 = 500 \times 2$.

2) Ein Bote kommt, wenn er täglich 5 Meilen geht, in 12 Tagen an den Ort seiner Bestimmung; er soll aber schon in 8 Tagen dort seyn, wie viel Meilen wird er nun täglich zurücklegen müssen? Auch diese Aufgabe enthält ein indirektes Verhältniſs, denn in je weniger Zeit der Bote die Reise vollenden will, desto mehrere Meilen wird er täglich gehen müssen. Die Berechnung ist daher folgende:

$$\text{ind.}\ \frac{12\ \text{Tage} : 8\ \text{Tage}}{8 : 12} = 5\ \text{M.} : x$$

60 (5

8) $7\frac{1}{2}$ Meile $= x$

3) Zu einem Kleide braucht Herr Schmidt $4\frac{1}{2}$ Elle $\frac{9}{4}$ breites Tuch; wie viel Ellen wird er von $\frac{10\frac{1}{2}}{4}$ breitem Tuche dazu nöthig haben? Antw. $3\frac{6}{7}$ Ellen, wie nachstehende Berechnung zeigt:

$$\text{ind.}\ \frac{9\ \text{Vrtl. br.} : 10\tfrac{1}{2}\ \text{Vrtl. br.}}{10\tfrac{1}{2} : 9} = 4\tfrac{1}{2}\ \text{Elle lang} : x$$

3) $3\frac{1}{2} : 3$ — 27 (6

$7 : 6$ — 7) $3\frac{6}{7}$ Ellen $= x$

Von 4 Ellen würde er folglich $\frac{1}{7}$ oder etwas mehr als $\frac{1}{8}$ Elle $\left(\frac{\frac{1}{2}}{4}\right)$ übrig behalten, oder zurückbekommen müssen.

§. 194.

4) Als der dresdner Scheffel Rocken in Leipzig 4 Rthlr galt, wog 1 Groschenbrot 1 Pfd. 12 Loth; wie viel muſs es wiegen, wenn der Scheffel $5\frac{1}{2}$ Rthlr. gilt? Daſs auch hier ein indirektes Verhältniſs Statt finde, sieht ein jeder ein, denn je theurer das Getreide wird, desto weniger Brot wird der Bäcker am Gewichte geben.

4 Rthlr. : $5\frac{1}{2}$ Rthlr. = 1 Pfd. 12 Lth. : x
ind. 11 : 8 — 11 - - - (8
11) 1 Pfd. - - = x

5) In Braunschweig kauft man den Himten Rocken für $1\frac{1}{4}$ Rthlr. und 1 Brot zu 4 Ggr. wiegt 6 Pfd.; wie theuer wird der Himten kommen, wenn der Bäcker nur 2 Pfd. 26 Lth. für 4 Ggr. gibt? (Je weniger der Bäcker am Gewichte gibt, desto theurer wird das Getreide seyn)

6 Pfd. : $2\frac{13}{16}$ Pfd. = $1\frac{1}{4}$ Rthlr. : x
ind. 45 : 96 — 40 (32
3) 15 : 32 — 15) $2\frac{2}{3}$ Rthlr. = x

Anmerk. Ganz richtig und genau aber lassen sich dergleichen Aufgaben, nach diesem Ansatze, nicht auflösen. Denn, wenn das Getreide wohlfeiler oder theurer wird, so ändert sich nicht auch alles übrige, z. B. die Metze des Müllers, Bäckerlohn, Holz u. s. w. Ein Bäcker würde daher wohl etwas zu kurz kommen, wenn er z. B. bei einem gewissen Getreidepreise das Pfund Brot für 1 Ggr. gibt, und nun, wenn das Getreide um einen Tha-

ler wohlfeiler geworden, verhältnifsmäfsig auch das Pfund Brot um so wohlfeiler geben sollte; denn wahrscheinlich wird er alles übrige noch um den vorigen Preis bezahlen müssen. Dasselbe gilt auch von der Bier- und Fleischtaxe, wo ebenfalls verschiedene Nebensachen mit in Anschlag gebracht werden müssen. Will man aber eine so ziemlich richtige Brottaxe entwerfen, so hat man dabei folgendes zu beobachten:

Da das Getreide nach dessen Güte auch im Gewichte verschieden ist, so nimmt man das Mittelgewicht eines im Lande eingeführten Maases als Basis der Rechnung an; z. B. eines Viertels, eines Himtens, eines Scheffels, Simmers etc. Wir wollen annehmen, ein dresdner Scheffel, dessen körperlicher Inhalt gegen 5362 franz. Kubikzoll beträgt gebe 148 Pfd. Mehl,

davon aber geht wieder ab:		
für die Metze des Müllers	10 Pfd.	
an Staub etc.	2 -	
an Kleien	24 -	
zusammen		36 -
so bleiben noch reines Mehl		112 Pfd.

Dann nimmt man als einen Erfahrungssatz an, dafs 4 Pfd. Mehl 5 Pfd. Brot geben, folglich geben 112 Pfd. Mehl 140 Pfd. Brot. Wie theuer aber diese 140 Pfd. Brot kommen, berechnet man also:

1 Scheff. Rocken gilt jetzt 4 Rthlr.
für Bäckerl., Holz, Salz etc. - - 18 Gr.
zusammen 4 Rthlr. 18 Gr.
Hiervon geht wieder ab:
für die 24 Pfd. Kleien - - 9 -
so bleibt 4 Rthlr. 9 Gr.

als das, was 140 Pfd. Brot kosten. 140 ist also ein unveränderlicher Divisor; die 4 Rthlr. 9 Gr. aber sind ein nach dem jedesmaligen Getreidepreise sich ändernder Dividend. Reduzirt man die 4 Rthlr. 9 Gr. auf lauter Pfennige, so kommen 1260 Pf.; diese durch 140 dividirt, so kostet das Pfd. Brot 9 Pf. Will ich nun wissen, wie viel ein Viergroschenbrot wiegen müsse, so erfahre ich dies durch folgenden Proportionssatz:

1260 Pfd. : 48 Pf. = 140 Pfd. : x
x = $5\frac{1}{3}$ Pfd. = 5 Pfd. 10 Lth. $2\frac{2}{3}$ Qt.

§. 195.

6) Ein Fürst will von 7löthigem Silber eine gewisse Münze schlagen lassen, so daſs 230 Stück auf die Mark fein gehen sollen; es entschlieſst sich derselbe aber anders, und will, daſs 10löthiges Silber dazu genommen werde. Wie viel Stücke werden nun auf die Mark fein gehen? (Je feiner das Silber, desto weniger Stücke gehen auf die Mark fein.)

7 löth. : 10 löth. = 23~~0~~ St. : x
ind. 1~~0~~ : 7 x = 161 St.(7

7) Wenn von 10löthigem Silber 352 Stück auf eine Mark gehen, wie viel löthig wird das Silber seyn, wenn nur 320 Stück aus der

Mark geprägt werden? (Je weniger Stücke auf die Mark gehen, desto feiner ist das Silber.)

352 Stk. : 320 Stk. = 10 löth. : x
ind. 320 : 352
4) 352
8) 88
11löthig = x.

8) Ein Goldschmidt hat 18 Mark 14löthig Silber; er vermischt es mit Kupfer und erhält 21 Mark; wie fein wird das Silber nun seyn? (Je mehr Zusatz unter das Silber kommt, desto weniger fein ist es.)

18 Mk. . 21 Mk. = 14 Lth. f. : x
ind. 21 : 18 $x = \frac{18 \times 14}{21} = 12$ Lth. f.

9) Gesetzt aber, der Goldschmidt wollte wissen, wie viel Kupfer er zu den 18 Mark 14löthigen Silbers nehmen müsse, um 12löthiges Silber zu erhalten; so enthält die Aufgabe ebenfalls ein indirektes Verhältnifs, denn je weniger fein, desto mehr Zusatz ist erforderlich.

14 Lth. f. : 12 Lth. f. = 18 Mk. : x
ind. 12 : 14 3 (+ $\frac{1}{6}$
Exp. $1\frac{1}{6}$ x = 21 Mk.

Mit dem Zusatze würde er 21 Mark Silber, von 12 Loth fein, erhalten; folglich zeigt der Ueberschufs 3, dafs dem 14löthigen Silber 3 Mark Kupfer beigemischt werden dürfen.

§. 196.

Bei kaufmännischen Rechnungen findet die Regel de tri mit indirekten Verhältnissen

öfters auch ihre Anwendung, besonders bei der Reduktion der Münzen, Maase und Gewichte. Denn, wenn das Maas einer gewissen Sache kleiner ist, so wird es desto mehrere Male, ist es gröſser, so wird es desto wenigermal in der zu messenden Sache enthalten seyn. Da die Herren Kaufleute dergleichen Aufgaben am liebsten nach Prozenten bestimmen, so darf man nur, wenn das Maas oder Gewicht des einen Handelsplatzes in das eines andern reduzirt werden soll, die Zahl 100 allemal in das dritte Glied, und das gegebene anderweitige Verhältniſs richtig, d. h. dem Sinne der Aufgabe gemäſs, in das erste und zweite Glied eintragen. Nach Anleitung der darüber vorhandenen Nachrichten *) weiſs man z. B., daſs die berliner Elle eine Länge von 295,6 ehemaliger franz. Linien, die leipziger Elle aber eine Länge von 250,6 solcher Linien enthält; es verhält sich daher die berliner zur leipziger Elle wie 295,6 : 250,6 oder in ganzen Zahlen wie 2956 : 2506; oder in kleinern Zahlen, wie 1478 : 1253. Um nun das Verhältniſs der beiden Ellenmaase nach Prozenten zu bestimmen, (d. h. wie viel 100 Ellen des einen Maases in dem andern betragen) so fällt es wohl einem jeden von selbst

*) Eine leichte und kurze Uebersicht derselben gewährt meine Comtoirtafel für Banquiers, Kaufleute, Manufakturisten, Fabrikanten und deren Zöglinge. Royalfolio, Braunschweig, Vieweg, 1804. 8 Ggr.

in die Augen, daſs die berliner Elle länger sei, als die leipziger, und daſs folglich hier ein indirektes Verhältniſs Statt finde. Die Berechnung ist folgende:

1478 berl. : 1253 leipz. = 100 berl. E.
ind. 1253 : 147800 | $117\frac{1199}{1253}$ leipz. E.
1253
2250
1253
9970
8771
1199

Hiernach betragen also 100 berliner Ellen beinahe 118 leipziger Ellen, und man sagt, die berliner Elle ist circa 18 Prozent länger, als die leipziger.

Mehreres s. im 5ten Abschn. des zweiten Kursus.

§. 197.

Uebungsbeispiele.

1) Zwei gleiche Kapitalien werden das eine zu 5 und das andere zu 6 Prozent Zins ausgeliehen; wie lange muſs jenes ausstehen, damit es eben so viel einbringe, als dieses in 1 Jahr oder in 12 Monaten?

2) Jobst hat Konraden 1500 fl. auf 12 Monate ohne Interesse geliehen; wie stark muſs das Kapital seyn, das Konrad seinem Freunde zur Wiedererstattung auf 18 Monate unentgeldlich vorstrecken will?

3) Herr Braun will von Augsburg nach Frankfurt am Main reisen, und kann diese

Reise in 9 Tagen vollenden, wenn er täglich 4 Meilen geht. Nun fragt sichs, wie viel Tage er zu dieser Reise nöthig habe, wenn er täglich 9 Meilen zurücklegt?

4) In einer bloquirten Festung liegen 10000 Mann, und haben auf 6 Monate Proviant; wie viel Mann können 15 Monate damit ausreichen?

5) Wenn 4 Personen eine Arbeit in 12 Stunden vollenden können; wie lange werden 6 Personen damit zubringen?

6) 6 Zimmerleute können ein Gebäude in 12 Wochen zu Stande bringen, der Bauherr aber will es in 8 Wochen fertig haben; wie viel Zimmerleute mufs er noch annehmen?

7) Ein Feld, das in 8 Tagen mit 6 Pflügen bestellt werden kann, soll in 3 Tagen bestellt seyn; wie viel Pflüge werden dazu erfodert?

8) Vier Notenschreiber kopiren ein Konzert in drei Tagen; wie lange werden deren 6 daran schreiben?

9) Wenn der Schneider zu einem Kleide 5 Ellen $\frac{9}{4}$ breites Tuch verlangt, wie viel Ellen werden dazu erfordert, wenn das Tuch $\frac{11}{4}$ breit liegt?

10) Von $\frac{10}{4}$ breitem Tuche braucht Hr. Grofs zu seinem Rocke $5\frac{3}{4}$ Ellen; wie viel Ellen wird er von $\frac{8}{4}$ breitem Tuche brauchen?

11) M. reicht mit seinem Gelde, wenn er täglich 1 Rthlr. 15 Ggr. ausgibt, 18 Wochen; wenn er aber 26 Wochen damit rei-

chen will, wie viel muſs er täglich weniger ausgeben?

12) Hr. Wild pachtet eine Wiese, und vermuthet 100 Zent. Heu zu bekommen, so daſs ihm der Zentn. 12 Ggr. käme; nun erhält er nur 80 Zentn.; wie hoch kommt da der Zentner?

13) Ein Goldschmidt hat 20 Mark 16löthig Silber; wie viel Kupfer muſs er darunter mischen, um 12löthig Silber zu erhalten?

14) Wie viel betragen 30 rheinl. Fuſs nach nürnberger Maas, wenn die Verhältniſszahlen zwischen jenem und diesem 1391 : 1346 sind?

15) Wenn sich das hamburger Gewicht zu dem magdeburger verhält, wie 10085 : 9750; wie viel Prozent ist das erstere schwerer?

Funfzehnter Abschnitt.

Regula quinque.

§. 198.

Nicht alle Rechnungsaufgaben lassen sich, wie bisher gezeigt worden, vermittelst einer einzigen Proportion beantworten. Manche

derselben enthalten so viele Verhältnisse, daſs man zwei, drei, und noch mehr zusammenhängende Regel de tri-sätze bilden und berechnen muſs, um das aufgegebene Problem zu lösen. Dergleichen Aufgaben gehören in die zusammengesetzte Regel de tri, welche, nach der Anzahl der vorhandenen Glieder, wieder verschiedene Benennungen erhält, als Regel quinque, septem, novem, multiplex, Kettenrechnung etc.

§. 199.

Die Regel quinque hat ihre Benennung von den 5 vorgelegten bekannten Sätzen oder Gliedern, zu welchen das 6te als Antwort auf die Frage gesucht wird. Die hieher gehörigen Aufgaben bestehen aus zwei geometrischen Proportionen, die auf doppelte Art berechnet werden können, nämlich:

1) Als zwei besondere Regel de tri-sätze, wo man erstlich zu den 3 zusammengehörenden Gliedern das 4te sucht, dies gefundene 4te Glied hierauf mit den übrigen beiden in einen Proportionssatz bringt, und nun die Antwort auf die vorgelegte Frage findet. Allein da in solchen Aufgaben, bei genauer Untersuchung, immer zwei Hauptsachen mit zwei Nebenbestimmungen vergesellschaftet sind, so kann man

2) jede Hauptsache mit ihrer Nebenbestimmung gleich in eine Proportion setzen, jene (die Hauptsache) mit dieser (der Neben-

bestimmung) multipliziren, und dann das 4te Glied nach der Regel de tri suchen. Durch dies Verfahren, welches der Regel quinque vorzüglich eigen ist, vermeidet man nicht nur gröſsere Weitläuftigkeit, sondern auch öfters beschwerliche Brüche.

Nur müssen die beiden Faktoren, oder die Hauptsachen mit ihren Nebenbestimmungen, in jedem Gliede des ersten Verhältnisses, sich immer auf einander beziehen, als Ursachen und ihre Wirkungen,

z. B. als Arbeiten und Zeiten, darin sie geschehen, als Kapitale und Interessen oder Zeiten, wie viel jene geben, und wie lange sie ausstehen. Uebrigens gilt auch hier die Regel:

Das erste Verhältniſs muſs an Benennung gleich seyn.

Ist z. B. im ersten Gliede von Reichsthalern und Monaten die Rede, so muſs auch das zweite Glied diese Benennungen erhalten.

Anmerk. In der kaufmännischen Arithmetik findet die Anwendung der R. q. ausschlieſsend Statt: beim Diskontiren der Wechsel, und bei Berechnung anderer Interessen, wenn nämlich die respektiven Prozente nicht nur für ein Jahr überhaupt, sondern theils für einzelne Monate und Tage, theils für mehrere Jahre zu wissen verlangt werden. Auch in Oekonomie - Rechnungen wird die R. q. häufig angewendet, wozu ebenfalls einige Beispiele geliefert werden sollen.

§. 200.

Die zur Regel quinque gehörigen Aufgaben enthalten bisweilen direkte, bisweilen indirekte Verhältnisse. Wir machen den Anfang mit erstern:

A. Regel quinque mit direkten Verhältnissen.

Es sei z. B. folgende Aufgabe zu berechnen: Wie viel betragen die 7 monatlichen Zinsen von 2400 Rthlr. Kapital à 4 Prozent? (der Ausdruck 4 Prozent bedeutet, daſs von jedem Hundert — gleichviel ob es Thaler oder Gulden etc. sind — 4 Rthlr. oder fl. etc. Interesse gegeben werden. Mehreres von Prozenten s. im 5ten Abschn. des 2ten Kursus.)

Würde in der Aufgabe bloſs zu wissen verlangt, wie viel die Zinsen von 2400 Rthlr. (nämlich in 1 Jahre) betrügen, so wäre die Berechnung durch einen leichten und einfachen Regel de tri-satz folgende:

$$1\not{0}\not{0}\ \text{Rthlr. Kap.} : \underline{24\not{0}\not{0}}\ \text{Rthlr. Kap.} = 4\ \text{Rthlr. Zins.} : x$$

(4

$$x = 96\ \text{Rthlr. Zinsen.}$$

Allein nach der Aufgabe kann der Eigenthümer des Kapitals keinesweges 96 Rthlr. Zinsen verlangen, wenn er das Kapital schon nach Verlauf von 7 Monaten zurück erhält. Den Betrag der Zinsen in dieser kürzern Zeit erfährt man also durch eine zweite Proportion, in welche die in der Aufgabe enthaltenen Nebenbestimmungen kommen, nämlich:

12 Mon. : 7 Mon. = 96 Rthlr. Zins. : x

12) 8

(7

x = 56 Rthlr. Zins.

In Form eines Regula quinque-satzes wird die Berechnung der Aufgabe folgendermaſsen geführt:

1~~00~~ Rthlr. Kap. : 2~~24~~00 Rthlr. Kap.
1~~12~~ Mon. : 7 Mon.) = 4 Rthlr. Z. : x

1 : 14

(4

x = 56 Rthlr. Zins.

Man sieht hieraus, daſs sich hier die oben in der Regel de tri gezeigten Vortheile durch Hebungen ebenfalls anwenden lassen; und da die Hauptsachen mit ihren Nebenbestimmungen, als Faktoren des Divisors und des Dividenden betrachtet werden können, so ist es auch erlaubt, die Hauptsache in dem einen Gliede gegen die Nebenbestimmung in dem andern Gliede zu abbreviren, oder zu heben. So lieſsen sich hier 12 (Monate) im ersten Gliede gegen die übrigen 24 (Thaler) im zweiten Gliede aufheben; daraus entstand das erste Verhältniſs in den kleinsten Zahlen, nämlich 1 : 14.

Kommen aber Fälle vor, wo sich keiner dieser Faktoren im ersten Gliede gegen einen der Faktoren im zweiten Gliede, oder auch gegen die Zahl im dritten Gliede aufheben läſst, so muſs man die Faktoren eines jeden Gliedes, noch vor der wirklichen Berechnung eines Proportionssatzes, mit einander multipliziren. Z. B.

Ein Kapital von 5581 Rthlr. wird in Braunschweig den 24sten Jänner, à $4\frac{1}{2}$ auf Hundert fürs Jahr, auf Interessen ausgethan, und am 18ten März darauf, nebst den laufenden Zinsen, zurückgezahlt. Wie viel betragen die Zinsen?

Hier ist vorläufig zu berechnen, für wie viel Tage die Interessen zu zahlen sind. Da der Jänner 31 Tage hat,

so gehen davon ab	23	-
Rest	8	-
hierzu den Monat Februar .	28	-
und vom März	17	-
Summe	53	Tage.

Oder man rechnet den ersten Tag, an welchem das Kapital ausgeliehen worden, gar nicht, und zählt dafür den Tag, an welchem es zurückgezahlt worden, so kommt dieselbe Summe der Tage. Uebrigens wird bei dergleichen Interesse- und Diskontoberechnungen das Jahr nur zu 360 Tagen, jeder Monat aber zu 30 Tagen angenommen. Die Berechnung obiger Aufgabe ist folgende:

$$\left.\begin{matrix} 100 \text{ Rthlr. Kap.} : 5581 \text{ Rthlr. Kap.} \\ 360 \text{ Tage} : 53 \text{ Tage} \\ 2 \end{matrix}\right\} = \frac{4\frac{1}{2} \text{ Rthlr. Z.}}{9} : x$$

```
72|000         16743
              27905
             ______
             295793
             ______(9
          2662|137 | 36 Rthlr.
          216      |
         ____
           502
           432
           ___
           70137 × 24
          ________
          1683|288 | 23 Gr.
          144      |
          ___
           243
           216
           ___
           27288 × 12
          ________
          327|456  | 4 — 5 Pf.
          288      |
          ___
           39
```

x = 36 Rthlr. 23 Gr. 5 Pf. ca.

Solcher Fälle aber sind immer weniger gegen diejenigen, wo Hebungen Statt finden.

§. 201.

Was betragen in Hamburg die Zinsen für 3 Jahre und 9 Monate, von 36240 Mark à $3\frac{3}{4}$ Prozent?

In zwei besondern Regel de tri-sätzen ist die Berechnung, wie hier folgt:

a) 10~~0~~ Mk. Kap. : 3624~~0~~ Mk. Kap. = $3\frac{3}{4}$ Mk. Z. : x

```
              14496     (4
                        ( — 1/4      4 — 1/4
               906
x = 1359~~0~~ Mk.
```

b) 1 Jahr : 3 Jahr 9 Mon. = 1359 Mk. Z. : x
12 Mon. : 45 Mon. 6795
3) 4 : 15 20385
4) x = $5096\frac{1}{4}$ Mk. Z.

Die Regel quinque aber, welche die Hauptsachen (die Kapitalien) gleich mit den Nebenbestimmungen (den Zeiten, in welchen jene ausstehen) verbindet, berechnet diese Aufgabe also:

$\not{2}\not{1}\not{0}\not{0}$ Mk. : 151 $\not{3}\not{6}\not{2}\not{4}\not{0}$ Mk.
$\not{1}\not{2}$ Mon. : 9 $\not{4}\not{5}$ Mon.) = $3\frac{3}{4}$ Mk. Z. : x
1 : 151 × 9 × $3\frac{3}{4}$
1359
5436 (4
$339\frac{3}{4}$ (— $\frac{1}{4}$
x = $5096\frac{1}{4}$ Mk.

Hier lassen sich die Zahlen im ersten Gliede gegen die im zweiten ganz aufheben, nämlich indem man 100 : 36240 durch 10 dividirt, oder von beiden Zahlen eine Null abschneidet; dann 10 : 45 durch 5 dividirt = 2 : 9; ferner 2 . 12 : 3624 dividirt durch 24 = 1 : 151. Folglich enthält das erste Glied 1, und das zweite 9 × 151 = 1359; dies Produkt mit dem dritten Gliede ($3\frac{3}{4}$ oder 4 — $\frac{1}{4}$) multiplizirt, gibt zur Antwort 5096 Mk. 4 Schill. Zinsen.

Wer dergleichen Aufgaben blofs durch die Regel de tri berechnen will, der kann und wird sich viele Mühe sparen, wenn er die völlige Berechnung bis ins letzte Glied der zweiten Proportion verschiebt, nämlich also:

100 Mk. : 36240 Mk. = $3\frac{3}{4}$ Mk. : x
12 M. : 45 M. = x : $\frac{36240 \times 45 \times 3\frac{3}{4}}{100 \times 12}$

Das Schlufsglied der zweiten Proportion enthält die 5 vorgelegten Sätze, von welchen diese Regel ihren Namen hat, und stellt zugleich das noch nicht berechnete Resultat dar. Es ist ein Bruch, dessen Zähler und Nenner aus mehrern Faktoren besteht, die man dann ebenfalls gegen einander heben kann, wie bereits oben geschehen. Hieraus läfst sich dann auch der Ansatz, wie ihn die Kette ordnet

? Mk. Zins.	36240 Mk. Kap.
100 Mk. Kap.	45 Mon.
12 Mon.	$3\frac{3}{4}$ Mk. Z.

leicht erklären, denn die Kolonne rechter Hand enthält die Faktoren des Zählers, oder des Multiplikators, und in der Kolonne linker Hand befinden sich die Faktoren des Nenners, oder des Divisors. (Hiervon im folgenden Abschnitte ein mehreres.)

§. 202.

Enthält das erste Verhältnifs Brüche, so werden dieselben, noch vor dem Aufheben der Zahlen gegen einander, eingerichtet, und die resp. Nenner, um das nöthige Gleichverhältnifs wieder herzustellen, dem andern Gliede gegeben. Z. B.

A. in Gotha hat einen Wechsel von 629 Rthlr. 8 Gr., der aber erst in $2\frac{1}{2}$ Monat zahlbar ist; er geht, um baares Geld zu erhal-

ten, zu M., welcher ihm den Wechsel mit $6\frac{1}{4}$ Prozent diskontirt und bezahlt. Wie viel beträgt der Diskont? und wie viel wird er für die Valuta des Wechsels erhalten? Die Berechnung ist diese:

$$\left.\begin{array}{rcl} & & 1888\ 472\ 59 \\ 4\ 100\ \text{Rthlr.} & : & 629\tfrac{1}{3}\ \text{Rthlr.} \\ 12\ \text{M.} & : & 5\ 2\tfrac{1}{2}\ \text{M.} \\ 342 & & \end{array}\right\} = 6\tfrac{1}{4}\ \text{Rthlr. Z.} : x \quad 251$$

$$3 \times 12 \quad : \quad 59 \times 5$$

$$36 \qquad 295 \mid 8\ \text{Rthlr.}$$

$$288$$

$$7 \times 24$$

$$168 \mid 4\ \text{Gr.}$$

$$144$$

$$24 \times 12$$

$$288 \mid 8\ \text{Pf.}$$

$$288$$

$x = 8$ Rthlr. 4 Gr. 8 Pf. oder so viel beträgt der Diskont; diesen von der Wechselvaluta 629 Rthlr. 8 Gr.

abgezogen	8	- 4	- 8 Pf.
so bleiben	621 Rthlr.	3 Gr.	4 Pf.

welche A. von M. zu erhalten hat.

Ein anderes Beispiel sei folgendes:

Der Kaufmann C. wird mit dem Fuhrmann E. einig, dafs dieser ihm $41\frac{1}{4}$ Zentn. Waare für 66 fl. $12\frac{1}{2}$ Meilen weit fahre; wenn nun C. den E. unter den nämlichen Bedingungen $62\frac{1}{2}$ Zentn. 30 Meilen weit fahren läſst, wie viel wird er dafür zu zahlen haben?

Berechnung:

$$\left.\begin{array}{rcl} 33\ 165\ 41\tfrac{1}{4}\ \text{Zentn.} & : & 5\ 125\ 62\tfrac{1}{2}\ \text{Zentn.} \\ 25\ 12\tfrac{1}{2}\ \text{Meil.} & & 30\ \text{Meil.} \\ 2 & & 24 \end{array}\right\} = 66\ \text{fl.} \quad 2$$

$$1 \quad : \quad 4 \times 30 = 2\ \text{fl.} : x$$

$$x = 240\ \text{fl.}$$

Was die Hebungen betrifft, so wurden in beiden letztern Beispielen zuvörderst die gemischten Brüche eingerichtet, und die Nenner im zweiten und dritten Gliede ins erste, die Nenner des ersten Gliedes aber ins zweite transportirt; dann wurden im letztern Beispiele 25 : 125 durch 25 dividirt; daraus entstand 1 : 5; ferner 165 : 5 durch 5 = 33 : 1, und endlich 33 im ersten gegen 66 im dritten Gliede.

§. 203.

Es folgen nun noch einige Beispiele aus dem gemeinen Leben, die keiner weitern Erklärung nöthig haben werden.

1) Wenn 5 Arbeiter in 6 Tagen $6\frac{1}{4}$ Rthlr. Lohn erhalten; wie viel werden hiernach 12 Arbeiter in 20 Tagen bekommen?

$$\left.\begin{array}{lcl} \not{5}\ \text{Arb.} & : & 2\,\not{1}\not{2}\ \text{Arb.} \\ \not{6}\ \text{Tg.} & : & 4\,\not{2}\not{0}\ \text{Tg.} \end{array}\right) = 6\tfrac{1}{4}\ \text{Rthlr.} : x$$

$$\begin{array}{lcl} 1 & : & 8 \times 6\tfrac{1}{4} = 50\ \text{Rthlr.} \end{array}$$

2) Ein Leinweber verspricht aus 16 Pfd. Garn ein Stück Leinwand zu verfertigen, das 72 Ellen lang und $1\frac{3}{8}$ Ellen breit seyn soll; wie viel Garn wird derselbe nöthig haben zu einem Stücke Leinwand, von 143 Ellen Länge und $1\frac{1}{2}$ Ellen Breite?

$$\left.\begin{array}{rcl} 3\,\not{7}\not{2}\ \text{Ell. L.} & : & 13\,\not{1}\not{4}\not{3}\ \text{Ell. L.} \\ 1\,\not{1}\not{1}\ \not{1}\tfrac{3}{8}\ \text{Ell. Br.} & : & \not{3}\ \not{1}\tfrac{1}{2}\ \text{Ell. Br.} \\ \not{2} & & \not{8} \end{array}\right) = \begin{array}{c}\not{1}\not{6}\\ 8\end{array}\ \text{Pfd.} : x$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & : & 13 \times 8 \\ & & 104 \end{array}$$

$$x = 3\overline{)104} = 34\tfrac{2}{3}\ \text{Pfd.}$$

3) Ein Landmann bei Hildesheim verkauft ein Stück Acker, welches $11\frac{1}{4}$ Ruthen lang und $3\frac{1}{3}$ Ruthen breit ist, für $72\frac{1}{2}$ Rthlr.; wie viel würde hiernach ein Acker von gleicher Güte werth seyn, welcher 36 Ruthen lang und 5 Ruthen breit wäre?

9 45 $11\frac{1}{4}$ R. l. : 4 36 R. l.
10 $3\frac{1}{3}$ R. br. : 5 R. br.) = $72\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
4. 3

10 : $4 \times 4 \times 3 \times 72\frac{1}{2}$
x = 348 Rthlr.

4) 1200 fl. Kapital trugen in $12\frac{1}{2}$ Jahren 600 fl. Zinsen; wie viel Prozente beträgt dies jährlich?

2 12 200 fl. : 4 100 fl.
1 25 $12\frac{1}{2}$ J. : 1 J.) = 600 fl. Z. : x
2

1 : 4 = 4 fl.

§. 204.

Uebungsbeispiele.

1) Augsburg. Ein Kapital von 8975 rfl. wird am 1sten Mai auf Zinsen à $4\frac{1}{2}$ Prozent ausgeliehen, und am 15ten Dezember nebst den laufenden Zinsen zurückgezahlt. Wie viel beträgt das Kapital nebst den Zinsen?

2) Nürnberg. 13240 rfl. Kurrent werden am 21sten Jänner 1805 à $3\frac{3}{4}$ Prozent auf Interessen ausgethan, und am 15ten März 1806 nebst den laufenden Zinsen wieder zurückgezahlt. Wie viel betragen die Interessen?

3) Leipzig. Ein Wechsel von 2951 Rthlr. 18 Gr. in Ld'or à 5 Rthlr. zahlbar den 31sten Dezember, wird den 17sten Oktober mit 6 Prozent diskontirt. Wie viel beträgt a) der Diskont? und b) wie viel die baare Zahlung?

4) Braunschweig. Am 2ten April wird ein Wechsel von $1912\frac{1}{2}$ Rthlr. Konv. Kur. der den 22sten August zahlbar ist, mit $5\frac{1}{2}$ Prozent diskontirt. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

B. *Regula quinque mit indirekten Verhältnissen.*

§. 205.

In die Regel quinque mit indirekten Verhältnissen gehören diejenigen Aufgaben, bei welchen man einsieht, daſs von zwei gleichnamigen Gröſsen oder Zahlen, die gröſsere weniger und die kleinere mehr geben oder hervorbringen soll; oder bei welchen man (§. 191) sagen kann: je mehr hier, desto weniger dort, und umgekehrt. Um sich nun bei der Berechnung nicht zu irren, so muſs man vorher untersuchen, ob die vorgelegten bekannten Verhältnisse direkt oder ob sie indirekt sind. Oefters ist nur ein Verhältniſs, bisweilen aber sind beide Verhältnisse indirekt. Z. B.

Wenn 100 Rthlr. Kapital in 1 Jahr 5 Rthlr. Interessen geben, wie lange müſsten 2640 Rthlr. ausstehen, um 330 Rthlr. Zinsen zu bringen?

Würde man diese Aufgabe mechanisch ansetzen und berechnen, so käme ein ganz falsches Resultat mit $1742\frac{2}{5}$ Jahren heraus, nämlich:

1~~0~~~~0~~ Rthlr. K. : 264~~0~~ Rthlr. K.
5 Rthlr. Z. : 33~~0~~ Rthlr. Z. } = 1 Jahr : x

5 : 8712 = $1742\frac{2}{5}$ J.

Allein jeder Anfänger im Rechnen würde sogleich sagen, daſs dies schlechterdings unmöglich sei; denn schon bei einigem Nachdenken zeigt sich, daſs je gröſser das Kapital sei, desto kürzere Zeit dazu gehöre, um 330 Rthlr. Zinsen zu erhalten. 100 Rthlr. Kapital zu 5 Rthlr. Zinsen würde, nach folgendem Proportionssatze

5 Rthlr. Z. : 330 Rthlr. Z. = 1 J. : x

erst 66 Jahre erfordern, um die verlangten Zinsen zu bekommen; ein Kapital aber, das $26\frac{2}{5}$mal gröſser ist, wird und muſs also auch $26\frac{2}{5}$mal weniger Zeit dazu brauchen. Wenden wir daher in der obigen Aufgabe das Verhältniſs der Kapitalien um, und setzen 2640 : 100, so wird das richtige Resultat zum Vorschein kommen. Das Verhältniſs der Zinsen ist direkt, denn je mehr Zinsen ein Kapital geben soll, desto längere Zeit muſs es ausstehen. Die Berechnung der Aufgabe ist folgende:

4 ~~12~~ ~~24~~ ~~264~~~~0~~ Rthlr. K. : 10 ~~2~~~~0~~ ~~1~~~~0~~~~0~~ Rthlr. K.
~~5~~ Rthlr. Z. : ~~3~~ ~~33~~~~0~~ Rthlr. Z. } = 1 J. : x

4 : 10 = $2\frac{1}{2}$ Jahr.

Daſs dieses das richtige Facit sei, kann man durch folgende Proberechnung darthun:

$$100 \text{ Rthlr. K.} : 2640 \text{ Rthlr. K.} = 5 \text{ Rthlr. Z.} : x$$

$$13200 \quad (5$$

$$1 \text{ Jahr} : 2\tfrac{1}{2} \text{ Jahr} = 132 \text{ Rthlr. Z.}$$

$$264 \quad (2$$

$$66 \quad (+\tfrac{1}{2}$$

$$x = 330 \text{ Rthlr. Z.}$$

Oder durch die Regel quinque:

$$\left.\begin{array}{l} 2\,100 \text{ Rthlr. K.} : 66\,2640 \text{ Rthlr. K.} \\ 1 \text{ J.} : 5\,2\tfrac{1}{2} \text{ J.} \\ 2 \end{array}\right\} = 5 \text{ Rthlr. Z.} : x$$

$$1 : 66 \times 5 = 330 \text{ Rthlr. Z.}$$

§. 206.

A. akkordirt mit dem Fuhrmann B. 96 Rthlr. für 60 Zentn. auf 24 Meilen; wie weit wird nun B. die unter dieser Bedingung ihm übergebenen 90 Zentn. für 120 Rthlr. fahren?

Hier schliefst der Fuhrmann also: je mehr Fracht mir aufgeladen wird, desto wenigere Meilen kann ich dieselbe für den bedungenen Lohn fahren; je mehr mir aber bezahlt wird, desto weiter werde ich die Waare schaffen. Statt also zu setzen 60 Ztn.: 90 kehren wir dies Verhältnifs um:

$$\left.\begin{array}{l} 3\,90 \text{ Zentn.} : 2\,60 \text{ Zentn.} \\ 4\,96 \text{ Rthlr.} : 10\,120 \text{ Rthlr.} \end{array}\right\} = 24 \text{ M.} : x$$

$$1 : 20 \quad x = 20 \text{ Meilen.}$$

G. hat zwei Kapitalien ausgeliehen, das eine von 9000 fl. zu 5 Prozent, das andere von 15000 fl. zu 4 Prozent. Wie lange mufs letzteres ausstehen, dafs es eben so viel Zinsen bringe, als das erste in 10 Jahren?

In dieser Aufgabe müssen beide Verhältnisse umgekehrt werden, je gröſser das Kapital, desto weniger an Zeit, und je geringer die Zinsen, desto mehr an Zeit.

$$\left.\begin{array}{lcl} 3\ 15000 \text{ fl. K.} & : & 30000 \text{ fl. K.} \\ 4 \text{ fl. Z.} & : & 5 \text{ fl. Z.} \end{array}\right\} = 10 \text{ J.} : x$$

$$4 : 3 \times 10 = 4 : 30 = 7\tfrac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

In einer Mühle konnten 85 Scheffel auf 8 Mahlgängen in $1\frac{1}{2}$ Tagen gemahlen werden; es wurden aber 5 Gänge davon unbrauchbar, und sollten doch $148\frac{3}{4}$ Scheffel so bald als nur möglich geliefert werden. In wie viel Tagen konnte dies geschehen?

Je weniger Mahlgänge, desto mehr Zeit; je mehr Scheffel, desto mehr Zeit.

$$\left.\begin{array}{lcl} 3 \text{ Mg.} & : & 8 \text{ Mg.} \\ 85 \text{ Scheff.} & : & 148\tfrac{3}{4} \text{ Scheff.} \end{array}\right\} = 1\tfrac{1}{2} \text{ T.}$$

$$4 \cdot 2 \qquad 595 \qquad\qquad 3$$

$$85 : 595 = 7 \text{ Tage.}$$

§. 207.

Uebungsbeispiele.

1) Der Fuhrmann K. verlangt für den Zentner auf jede Meile 12 Kreuzer; wie viel Zentner wird derselbe für 128 fl. 16 Meilen weit fahren?

2) Ein Kapital zu 4 Prozent hat in 5 Jahren $125\frac{1}{2}$ Pfund Sterling Zinsen gebracht; wie groſs ist das Kapital gewesen?

3) Ein Weber verfertigt aus 24 Pfd. Garn 1 Stück Leinwand, das 72 Ellen lang und $\frac{6}{4}$ breit ist; wie viel Ellen Länge zu $\frac{5}{4}$ breit kann derselbe von 40 Pfd. Garn liefern?

4) Als in Gotha das Viertel Korn 1 Rthlr. 12 Gr. galt, wog 1 Groschenbrot 30 Loth; wie viel müſste hiernach ein Brot für 4 Gr. wiegen, wenn das Viertel nur 1 Rthlr. 2 Gr. gilt?

5) Wenn zu einem Tischzeuge, das $42\frac{1}{2}$ Elle lang und $\frac{6}{4}$ breit ist, $24\frac{3}{4}$ Pfd. Garn erfordert wurden; wie lang kann ein anderes Stück werden, dessen Breite $1\frac{7}{8}$ Ellen betragen, und wozu $70\frac{1}{2}$ Pfd. Garn gegeben werden sollen?

6) Ein Bote, welcher in 2 Stunden $1\frac{1}{2}$ Meilen geht, kann von A. bis Z. in 16 Stunden kommen; ein anderer aber will in 3 Stunden $2\frac{1}{4}$ Meilen machen, wie viel Zeit braucht dieser dazu?

Sechszehnter Abschnitt.

Kettenregel.

§. 208.

Schon die Benennung Kettenregel (franz. *Regle conjointe*) deutet sehr passend auf eine der wesentlichsten Eigenschaften der gedachten Rechnungsart, denn sie ist in der That eine wahre Verkettung oder Verbindung meh-

rerer einfachen Regel de tri - sätze in einen einzigen Rechnungssatz, welcher letztere daher den Namen Kettensatz führt, und jedesmal zwei perpendikulär laufende Kolonnen bildet. *)

Es gibt Aufgaben, welche aufser den Hauptsachen bisweilen so viele Nebenbestim-

*) Diese Rechnungsart heifst auch Reesische Regel oder Reesischer Kettensatz, und zwar aus folgenden Gründen: Ein Holländer, Namens de Rees hatte in einem Rechenbuche mit vielen Beispielen Belehrungen gegeben, wie die Gröfsen, welche in den Dividenden, und die, welche in den Divisor gehören, zusammenzusetzen, und wie alsdann durch Hebungen der Quotient am bequemsten zu finden wäre. Das Buch kam in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts in holländischer Sprache heraus, und wurde hierauf ins Deutsche übersetzt. Durch ein besonderes Geschick gerieth es, als ein vorzügliches Werk, in Aufnahme, und viele liefsen sich überreden, es enthielte die ausgesuchtesten Vorschriften, welche nirgend anderswo so vorkämen, um kurz und schnell rechnen zu lernen. Mehrere geschickte Arithmetiker gaben sich Mühe, dem Publikum diesen Wahn zu benehmen, und bewiesen aufs deutlichste, dafs weder die Gründe des Reesischen Verfahrens etwas Neues enthielten, noch dafs dessen mechanisches Benehmen, mit zusammengesetzten Zahlen (bei gemeinschaftlichen Faktoren) schicklich umzugehen, als eine neue Erfindung angesehen werden dürfe. Allein das Vorurtheil hatte obgesiegt, und man trug sich (zumal in der merkantilischen Welt) immer noch mit dem Glauben, man müsse nach Reesens Manier die Sätze stellen, und dessen Kombinationen und Hebungsweisen sich genau bekannt machen, wenn man den Namen eines geschickten Rechners verdienen wolle. In den neuesten Zeiten aber fängt man wieder an, die Vorzüge der Regel de tri zu erkennen, ohne die der Kettenregel zu vergessen.

mungen enthalten, dafs man die Regel de tri wohl 4 bis 6 und mehrere Male anwenden müfste, um zu der verlangten Antwort zu gelangen. In solchen Fällen thut dann diese Regel, wenn sich besonders die Zahlen der einen Kolonne gegen die Zahlen in der andern leicht heben lassen, vortreffliche Dienste. Man kann zwar diese Regel auf eine jede Regel de tri-aufgabe anwenden; allein am vortheilhaftesten ist sie zu gebrauchen: bei allen Aufgaben, wo die Fragezahl ein versteckter Satz ist, bei Berechnungen des Pari, bei Kurs- und Diskontoberechnungen, Münz- und Wechselreduktionen, wenn besonders der Betrag einer schlechtern Sorte in der bessern zu berechnen ist; bei Waarenberechnungen, bei einem *Conto finto* und dergleichen Kalkulationen.

§. 209.

Bei der Kettenregel hat man besonders auf folgende zwei Punkte zu sehen: 1. auf den Ansatz, und 2. auf die Ausarbeitung.

Was den Ansatz oder die Formirung des Kettensatzes betrifft, so macht die Fragezahl gewöhnlich den Anfang in der Kolonne rechter Hand. Dann folgen in perpendikulärer Fortschreitung auf beiden Seiten die übrigen gegebenen Verhältnisse, so dafs sich das folgende immer auf das nächst vorhergehende bezieht, oder dafs von der einen Kolonne nach der andern herüber Benennungen an

Benennungen gleichsam angekettet werden, bis endlich im letzten Gliede (der zweiten Kolonne) diejenige Benennung zum Vorschein kommt, in welcher man die Antwort auf die vorliegende Frage zu wissen begehrt. Z. B.

Wie viel Stüver holl. Kurrent wird 1 Dukaten aus Breslau in Amsterdam kommen, wenn derselbe in Breslau 96 Sgr. gilt, und 30 Sgr. 1 Rthlr. betragen, wenn 152 Rthlr. 300 Mark Banko in Hamburg gelten, und 2 Mk. Bko. 35 Stüver Bko. in Amsterdam, und 100 Stüver Banko (oder fl. Bko.) 104 Stüver (oder fl.) Kurrent betragen? Diese aus 4 Proportionssätzen bestehende Aufgabe wird, nach der obigen Anweisung, also angesetzt:

x Stvr. holl. Kur.	1 Duk.
1 Duk.	96 Sgr.
30 Sgr.	1 Rthlr.
152 Rthlr.	300 Mk. Bko.
2 Mk. Bko.	35 Stvr. Bko.
100 Stvr. Bko.	104 Stvr. Kur.

In die Kolonne linker Hand setzt man gleich den Namen derjenigen Sorte, in welcher man die Antwort verlangt, und bezeichnet dieselbe, als eine noch unbekannte Zahl, durch ein lateinisches x, welches ich dem Fragezeichen (?) vorziehe, weil dies von manchem in der Eile für eine 2 könnte angesehen und berechnet werden.

Bisweilen sind aber in einer Aufgabe nicht alle erforderlichen Verhältnisse so deutlich angegeben, daſs sich immer das eine Glied der linken Kolonne auf das vorherge-

hende Glied in der rechten Kolonne bezieht. In diesem Falle mufs man die fehlenden Verhältnisse theils aus den bekannten Eintheilungen der Münzen, Gewichte und Maase, theils aus bekannten Wechselkursen und festen Mittelverhältnissen ergänzen. Als Beweis diene folgende aus der einfachen Regel de tri hergenommene Aufgabe.

Wenn das Loth Pfeffer für 7 Pf. verkauft wird, wie theuer (oder wie viel Thaler) kommen dann 100 Pfunde?

x Rthlr.	100 Pfd.
1 Pfd.	32 Lth.
1 Lth.	7 Pf.
12 Pf.	1 Ggr.
24 Ggr.	1 Rthlr.

Da sich aber die Benennungen der einzelnen Glieder der linken Kolonne immer auf die Benennungen der vorhergehenden Glieder der rechten Kolonne beziehen, so läfst man gewöhnlich die Namen der Glieder zur Linken ganz weg. Folglich erscheinen die vorigen beiden Beispiele in nachstehender Form des kaufmännischen Ansatzes:

1)	x Stvr. holl. K.	1 Duk.	2) x Rthlr.	100 Pfd.
	1	96 Sgr.	1	32 Lth.
	30	1 Rthlr.	1	7 Pf.
	152	300 Mk. Bko.	12	1 Ggr.
	2	35 Stvr. Bko.	24	1 Rthlr.
	100	104 Stvr. Kur.		

§. 210.

Ist ein Kettensatz auf diese Art richtig formirt, so geht man hierauf an dessen Aus-

arbeitung und Berechnung. Zuvörderst richte man die gemischten Brüche ein, und werfe die Nenner derselben in die gegenüber stehende Kolonne. Bei ächten Brüchen durchstreicht man blofs den Nenner, und schreibt ihn gegenüber oder unter das letztere Glied der andern Kolonne. Kommen aber in einem der gegebenen Glieder verschiedene Sorten vor, so reduzirt man entweder die niedere in einen Bruch der höhern Sorte, oder man verwandelt die höhere in die kleinere ihr korrespondirende Sorte.

Nun streicht man die gleichen Zahlen in beiden Kolonnen gegen einander aus, oder man sucht wenigstens die Zahlen der einen gegen die Zahlen der andern durch erwählte Divisoren zu heben oder zu abbreviren.

Die in jeder Kolonne eines solchen Schlachtfeldes stehen gebliebenen Zahlen — um die gefallenen bekümmert man sich nicht mehr — werden dann mit einander multiplizirt, und endlich wird das Produkt der zweiten Kolonne durch das Produkt der ersten Kolonne dividirt. Der hierdurch gefundene Quotient gibt die verlangte Antwort. Die Berechnung der obigen beiden Aufgaben ist folgende:

2) x Stvr. holl. Kur.	1 Duk.
1	12 ~~96~~ Sgr.
~~30~~	1 Rthlr.
19 ~~152~~	~~300~~ Mk. Bko.
~~2~~	7 ~~35~~ Stvr. Bko.
~~2~~ ~~100~~	26 ~~104~~ Stvr. Kur.
19 :	26 × 7 × 12

26 (7
182 (12
2184 | $114\frac{18}{19}$ oder 115 Stvr. ca.
28
94
76
18

Hier wurde zuerst 30 und eine Null von 100 gegen 300 aufgehoben, dann die übrige 10 gegen 35 durch 5 abbrevirt, ferner die beiden 2 zur Linken gegen 104 zur Rechten, und endlich 152 gegen 96 durch 8. Die stehen gebliebenen Faktoren, die sich nicht weiter abbreviren lassen, sind zur Linken 19 und zur Rechten 26 . 7 . 12, deren fernere Berechnung deutlich zu ersehen ist.

2) x Rthlr.	100 Pfd.
1	4 ~~32~~ Lth.
1	7 Pf.
3 ~~12~~	1 Ggr.
3 ~~24~~	1 Rthlr.
9 :	700

9) 700 : $77\frac{7}{9}$ Rthlr. = 77 Rthlr. 18 Ggr. 8 Pf.

Es fällt hier von selbst in die Augen, daſs hier 24 und dort 32 durch 8 dividirt, jene erhaltene 4 aber in die hier befindliche 12 gehoben worden.

Zur Uebung im Ansatze und dessen Ausarbeitung wird der nächste §. noch einige völlig berechnete Aufgaben enthalten, deren

Erklärung in den beiden vorhergehenden §. nachzusehen ist.

§. 211.

1) Was kosten in Leipzig 149 Pfd. Safran, wenn das Pfund in Amsterdam 44 fl. kostet, wenn 95 Pfd. amsterd. gleich sind 100 Pfd. in Leipzig, und wenn 1 Rthlr. Konventionsgeld $37\frac{1}{4}$ Stüver gilt?

x Rthlr.	~~149~~ Pfd. leipz.
5 ~~100~~	19 ~~95~~ - amst.
1	44 fl.
1	~~20~~ Stvr.
~~149~~ ~~$37\frac{1}{4}$~~	1 Rthlr.
	4
1 :	4 × 44 × 19

396
836 (4
x = 3344 Rthlr.

2) D. in Breslau kauft 96 berliner Ellen Kattun für $42\frac{1}{2}$ Rthlr. Wenn nun 8 berl. Ellen = 7 bresl. dito, und D. die Elle zu $21\frac{1}{4}$ Sgr. wieder verkauft, wie viel Prozent wird er gewinnen? (die Frage: wie viel Prozent etc. ist so zu verstehen, wie viel D. hiernach an 100 Rthlr. gewinnen würde?)

x Rthlr.	10~~0~~ Rthlr.
85 ~~$42\frac{1}{2}$~~	~~96~~ Ell. berl.
~~8~~	7 - bresl.
1	85 ~~$21\frac{1}{4}$~~ Sgr.
~~30~~	1 Rthlr.
~~4~~	2
1 :	2 × 7 × 10 = 140 Rthlr.

Verkaufte also D. nach den angezeigten Verhältnissen für 100 Rthlr. Kattun, so würde

er 140 Rthlr. dafür einnehmen, oder 40 Prozent gewinnen. Wie viel aber sein Gewinn an den $42\frac{1}{2}$ Rthlrn. betrage, findet man durch diesen Proportionssatz:

10̸0̸ Rthlr. K. : $42\frac{1}{2}$ Rthlr. K. = 40̸ Rthlr. Gew. : x
(4
170̸ = 17 Rthlr.

3) Wie theuer kommen in Danzig 1440 Pfd. St. Domingo Zucker aus Amsterdam, wenn 100 Pfd. amst. = 113 Pfd. Danz. und 1 Pfd. amst. $18\frac{1}{2}$ Pf. fls. gilt, wenn der Kurs zwischen beiden Plätzen 13 fl. 16 Gr. (oder 416 Gr.) für 1 Lfls. ist, und wenn für Transport und andere Kosten 13 Prozent gerechnet werden?

x fl. danz.	3 1̸4̸4̸0̸ Pfd. danz.
1̸1̸3̸	1̸0̸0̸ - amst.
2̸ 1̸	37 1̸8̸½ Pf. fls.
4̸0̸	1 fl.
6̸	1 Lfls.
1	416 Gr. danz.
10 3̸0̸	1 fl.
1̸0̸0̸	1̸1̸3̸ fl. mit Spesen
10 :	416 × 37

2912
1248
x = 1539|2 fl. = 1539 fl. 6 Gr. danz.

Was den Ansatz betrifft, so mufsten hier drei fehlende Verhältnisse ergänzt werden, nämlich 40 Pf. fls. = 1 fl. holl., 6 fl. holl. = 1 Lfls., und 30 Gr. = 1 fl. danz. Statt 6 fl. : 1 Lfls. und 1 Lfls. : 416 Gr. hätte man auch gleich 6 fl. : 416 Gr. ansetzen können. Diese 416 Gr. aber entstanden aus den angegebenen 13 fl. 26 Gr., wo $13\frac{13}{15}$ fl. nicht so

gut zu berechnen sind, als wenn man die höhere Sorte (die Gulden) auf die niedere reduzirt. Auch wird in den danziger Kurszetteln der Preis eines Livre oder Pfund flämisch immer in Groschen angegeben. Bei der Ausarbeitung liefsen sich die gegenseitigen Zahlen leicht heben. Man hätte auch noch 10 : 416 durch 2 dividiren können, allein dann wäre der bequeme Divisor 10 verloren gegangen.

Bei dieser Gelegenheit mufs ich zugleich mit anmerken, dafs, wenn sich die Dezimalzahlen in der linken Kolonne nicht ganz wegschaffen lassen, es nicht nur keinen Vortheil, sondern vielmehr Nachtheil bringen würde, wenn man sie durch 2, 4, 8 etc. abbreviren wollte, weil die Division mit 10, 100, 1000 etc. (§. 53.) so überaus leicht ist.

4) Magdeburg erhält von London $16\frac{3}{8}$ Zentn. Zinn in Barren à 112 Schl. sterl.; wie theuer wird Magdeburg das Pfd. Zinn verkaufen, wenn die Spesen von London bis Magdeb. 15 Prozent betragen, wenn ferner Magdeb. $12\frac{1}{2}$ Prozent gewinnen will, und wenn der Kurs von London nach Hamburg 35 Schl. fls. für 1 Lsterl. und von Hamb. nach Magdeb. 152 Rthlr. für 300 Mk. Bko. ist? (Die $16\frac{3}{8}$ Zentn. bleiben im Ansatze weg, weil sie nur zur Geschichte der Aufgabe gehören.)

x Gr.	1 Pfd.
11 ~~22~~ ~~110~~	1 Zentn.
1	14 ~~28~~ ~~112~~ Schl. sterl.
~~4~~ ~~20~~	1 L.
100	23 ~~115~~ L. mit Spesen
100	9 ~~45~~ ~~225~~ ~~112½~~ L. mit Gew.
1	7 ~~35~~ Schl. fls.
~~8~~	3 Mk. Bko.
~~4~~ ~~12~~ ~~60~~ ~~300~~	19 ~~152~~ Rthlr.
1	~~3~~ ~~24~~ Gr.
~~2~~	

$$11 \times 100 \times 100 : 19 \times 3 \times 7 \times 9 \times 23 \times 14$$

$$= 11|0000 : 115|6302$$

11) $10\frac{1}{2}$ Gr. ca.

Was Spesen, Prozente und deren Berechnung betrifft, so wird der zweite Kursus hierzu die nöthige Belehrung enthalten. Wie man aber grofse und unbequeme Zahlen durch die Subtraktion abbreviren könne, dies werde ich vielleicht am Ende dieses Werkes beifügen; da es nicht zweckmäfsig seyn würde, Anfänger im Rechnen mit zu vielen Regeln zu überhäufen.

§. 212.

Uebungsbeispiele.

1) Wenn in Hamburg 1 Louisd'or 10 Mk. 8 Schill. Banko gilt, und 300 Mk. Bko. in Leipzig 148 Rthlr. betragen, wie viel würden hiernach 500 Stk. Ld'or aus H. in L. werth seyn?

2) Wie viel Gulden wiener Kurrent betragen 480 Pfund sterl., wenn 1 Lsterl. in Hamburg $32\frac{5}{6}$ Schill. fls. gilt, und wenn für

200 Mark Bko. 202 fl. wiener Kurr. verlangt werden?

3) Was betragen in Berlin 800 Stk. Dukaten à $2\frac{3}{4}$ Rthlr. und mit $15\frac{1}{2}$ Prozent Agio?

4) Was betragen in Halberstadt 672 Stk. Ld'or à 5 Rthlr. und mit $8\frac{1}{4}$ Prozent Agio?

5) Was kosten in Leipzig 640 Pfd. engl. Pfeffer, wenn in Hamburg das Pfund 28 Pf. fls. Bko. gilt, 300 Mk. Bko. 148 Rthlr. in Leipzig gelten, und wenn 10 Prozent für Spesen gerechnet werden?

6) Wie theuer kommen in London 143 Pfd. Muskatnüsse, wenn das Pfund in Amsterdam 280 Stüver Bko. gilt, und der Kurs nach London 36 Schill. 8 Pf. fls. für 1 Lsterl. steht?

§. 213.

Von der Kettenregel kann man, wie auch Prof. Reiche in dessen Handbuche der Rechenkunst etc. 2 Bände, 8. Breslau 1803 bereits gethan hat, die Regel multiplex unterscheiden, und zu dieser alle diejenigen Aufgaben rechnen, in welchen Reduktionssätze von Dingen gleicher Art angegeben sind; da hingegen die Kettenregel solche Aufgaben zu berechnen lehrt, welche Reduktionssätze von verschiedener Art enthalten.

Die nach dieser Unterscheidung in die Regel multiplex gehörigen Aufgaben können ebenfalls in zwei perpendikulären Kolonnen angesetzt werden, doch so, daſs in die Ko-

lonne zur Linken die bestimmten Zahlen, und in die Kolonne zur Rechten die jenen korrespondirenden Fragezahlen zu stehen kommen. Z. B.

1) Wenn ein Oekonom mit 3 Pflügen in 2 Tagen 9 Morgen Land umpflügen kann, indem er täglich 8 Stunden dazu anwendet; wie viel Morgen kann derselbe mit 12 Pflügen in 6 Tagen bearbeiten, wenn er täglich 10 Stunden lang pflüget?

x Morg.	9 Morg.
~~3~~ Pflüge	3 ~~12~~ Pfl.
~~2~~ Tage	~~6~~ Tage
~~2~~ ~~8~~ Stund.	5 ~~10~~ St.
1 :	5 × 3 × 9 = 135 Morgen.

2) F. hat eine Mauer aufführen lassen, welche 15 Ellen lang, $7\frac{1}{2}$ Ellen hoch und $7\frac{3}{4}$ Ellen dick war; die Kosten dafür betrugen 770 fl. Jetzt will derselbe noch eine aufführen lassen, die 20 Ellen lang, 9 Ellen hoch und 2 Ellen dick werden soll; wie theuer kann ihm diese kommen?

x fl.	22 ~~110~~ ~~770~~ fl.
~~3~~ ~~15~~ Ell. l.	4 ~~20~~ Ell. l.
~~3~~ ~~15~~ ~~7½~~ - h.	~~9~~ - h.
~~7~~ ~~1¾~~ - d.	2 - d.
	2 . 4
1 :	2 . 4 . 2 . 4 . 22 = 1408 fl.

3) Wenn eine Planke Mahagonyholz 10 Fuſs 8 Zoll lang, 24 Zoll breit, und 12 Zoll dick ist, wenn der Quadratfuſs von 1 Zoll Dicke 8 Ggr. kostet; wie viel würde diese Planke werth seyn?

x Rthlr.	8 Ggr.
1 Fuſs l.	32 ~~10⅔~~ Fuſs l.
~~12~~ Zoll br.	~~24~~ Zoll br.
1 - d.	~~12~~ - d.
~~24~~ Ggr.	1 Rthlr.
3	
3 :	32 × 8
	256
	3) 85⅓ Rthlr. = x.

§. 214.

Bei dieser letztern Art Aufgaben, die wir mit Herrn Prof. Reiche zur Regel multiplex rechnen, so wie auch in der Kettenregel, befinden sich öfters ein oder mehrere indirekte Verhältnisse, welche vor der wirklichen Berechnung, wie oben in der Regel de tri und quinque mit indirekten Verhältnissen, ebenfalls umgekehrt werden müssen. Z. B.

1) Wenn 8 Arbeiter einen Graben, der 8 Fuſs breit und 3 Fuſs tief ist, in 6 Tagen 50 Fuſs lang fortführen; wie viel Fuſs Länge werden 24 Arbeiter einen Graben von 12 Fuſs Breite und 5 Fuſs Tiefe in 24 Tagen fortführen?

Je breiter und tiefer der Graben wird, desto mehr Zeit und desto mehrere Kräfte werden dazu erfordert; daher heiſst es auch hier: je mehr Arbeit, desto weniger wird fertig. Es müssen folglich die beiden indirekten Verhältnisse 8 Fuſs zu 12 Fuſs Breite, und 3 F. : 5 F. Tiefe umgekehrt werden. Der Ansatz und die Berechnung ist, wie hier folgt:

x F. L.	10 50 F. L.	
8 Arb.	2 24 Arb.	je mehr Arb., desto m. bring. sie fertig.
12 F. Br.	8 F. Br.	je breit. d. Grab., desto weniger etc.
5 - T.	3 - T.	je tiefer d. Graben., desto weniger etc.
6 Tage	4 24 Tagen,	je mehr Tage, desto mehr etc.
1 :	4.3.2.10 = 240 Fuſs Länge.	

§. 215.

Ungeübten Rechnern und denjenigen, welche ihre Arbeiten am liebsten mechanisch verrichten, — um ja dem lieben Kopfe nicht wehe zu thun — fällt es gewöhnlich etwas schwer, sogleich einzusehen, ob indirekte Verhältnisse zugegen sind oder nicht? Da kann ich allen denen die Basedowsche Regel (nach ihrem Erfinder, dem berühmten Reformator des Erziehungswesens, Basedow in Dessau, so genannt) empfehlen. Sie wurde zuerst in den pädagogischen Unterhandlungen vom Prof. Busse bekannt gemacht, und dann in dessen gemeinverständlichem Rechenbuche für Schulen vollständig vorgetragen. Die dabei zu beobachtenden Regeln sind folgende:

1) Man schreibe die in der Aufgabe enthaltenen Sätze in zwei Zeilen, eine unter die andere. In die eine kommen alle Zahlen des bestimmten, in die andere alle Zahlen des Fragesatzes, und zwar so, daſs die korrespondirenden Zahlen unter einander zu stehen kommen. Es sei z. B. folgende Aufgabe:

7 Maurer führen eine Mauer, welche 21 Fuſs hoch und 4 Fuſs dick ist, in 12 Tagen 30 Ellen lang fort; wie viel Ellen Länge kön-

nen hiernach 12 Maurer in 30 Tagen an einer Mauer verfertigen, welche 30 Fufs hoch und $4\frac{1}{2}$ Fufs dick werden soll?

Die in dieser Aufgabe enthaltenen Sätze werden in nachstehende zwei Zeilen gebracht:

Bestimmter Satz.

7 Maurer 21 Fufs hoch 4 F. dick 12 Tage 30 Ell. lang.

Fragesatz.

12 Maurer 30 Fufs hoch $4\frac{1}{2}$ F. dick; 30 Tage x Ell. lang.

2) Hat man die einzelnen Glieder so geordnet, so schreibt man in dem Ansatze einer Kettenrechnung die Fragezahl gleich oben an in der Divisionskolonne, und die ihr korrespondirende Zahl gegen über, nämlich:

x Ellen 30 Ellen

3) Hierauf legt man sich bei den Gliedern in der untern Reihe des Entwurfs die Frage vor: wenn die Zahl noch einmal so grofs wäre, würde da das Facit auch noch einmal so grofs ausfallen? Mufs man diese Frage bejahen, so wird die Zahl des Fragesatzes in die Multiplikationskolonne, und die ihr korrespondirende des bestimmten Satzes in die Divisionskolonne geschrieben. Mufs man aber die Frage verneinen und schliefsen: wenn diese Zahl des Fragesatzes noch einmal so grofs wäre, so müfste das Facit noch einmal so klein ausfallen; so wird die Zahl des Fragesatzes in die Divisionskolonne, und die ihr korrespondirende in die Multiplikationskolonne eingetragen.

Bei obiger Aufgabe könnte man sich folgende Fragen vorlegen:

Wenn es 24 Maurer wären, würden sie auch noch einmal so viel fertig bringen? Ja. (es ist also ein direktes Verhältniſs, wo die 12 Maurer in die Kolonne zur Rechten, und die 7 Maurer in die Kolonne zur Linken zu stehen kommen.)

Wenn die Mauer 60 Fuſs hoch werden sollte, würden die Maurer wohl noch einmal so viel fertig bringen? Nein. (Es ist folglich ein indirektes Verhältniſs.)

Sollte die Mauer 9 Fuſs dick werden, könnten wohl da die Arbeiter noch einmal so viel liefern? Nein. (Indirekt.)

Wenn die Maurer 60 Tage lang arbeiteten, würden sie dann noch einmal so viel verfertigen? Ja. (Direkt.)

Die obige Aufgabe steht nun mit ihrer Berechnung also:

x	Ellen L.	10 3~~0~~	Ellen L.
~~7~~	Maurer	~~12~~	Maurer
3~~0~~	F. h.	3 ~~21~~	F. h.
3 ~~9~~ ~~4½~~	F. d.	4	F. d.
~~12~~	Tage	3~~0~~	Tage
		2	
1	:	2.4.10 = 80	Ellen Länge.

Das hier Vorgetragene kann, in vorkommenden Fällen, auch auf die Kettenrechnung angewendet werden.

Um sich aber von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, so nehme man die gefundene Antwort als ein bekanntes Glied an, lasse dagegen eins der vorher schon be-

kannten weg, und suche dies gleichsam unbekannte Glied durch eine abermalige Berechnung. Das Resultat muſs dann, wenn die Berechnung richtig gewesen, und in der Probe kein Fehler vorgefallen, jenes als unbekannt angenommene Glied wieder enthalten.

§. 216.

Uebungsbeispiele.

1) 15 Tagelöhner bearbeiten in 9 Tagen ein Feld von 36 Fuſs Breite und 108 Fuſs Länge, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten; wie viel Tage werden, bei gleichem Fleiſse und Boden, 24 Tagelöhner an einem Felde von 84 Fuſs Breite und 288 Fuſs Länge zubringen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?

2) Wenn 3 Schnitter zu 8 Morgen 6 Tage nöthig haben, indem sie täglich 10 Stunden arbeiten; wie viel Stunden würden 9 Schnitter täglich arbeiten müssen, um mit 24 Morgen in 5 Tagen fertig zu werden?

3) Wenn aus 18 Gebinden zu 60 Faden Länge 1 Elle Leinwand zu $\frac{7}{4}$ breit gewebt wird; wie viel Ellen Leinwand zu $\frac{6}{4}$ breit können aus 720 Gebinden zu 72 Faden Länge gewebt werden?

Siebenzehnter Abschnitt.

Gesellschaftsrechnung.

§. 217.

Die Gesellschaftsrechnung lehrt, eine vorgelegte Zahlengröſse, nach Verhältniſs einer andern aus ungleichen Theilen bestehenden Zahl so zu vertheilen, daſs sich die einzelnen Theile der vorgelegten Zahlengröſse zum Ganzen eben so verhalten, wie die einzelnen angegebenen Verhältnisse zu ihrem Ganzen. Sie ist eine sehr nützliche und beinahe allen Ständen unentbehrliche Rechnung; denn man gebraucht dieselbe bei Erbschaftsvertheilungen, Konkursen, bei Kompagniehandlungen, Faktoreien, Schiffsparten, bei Assekuranzen aller Art, bei Repartitionen der Steuern, der Brandschatzung, und andern proportionirten Auflagen, bei Bergwerken in Zubuſse und Ausbeute, und überhaupt in allen Fällen, wo ein gewisser Gewinn oder Verlust unter mehrere Personen, nach einem gewissen Verhältnisse, gehörig und richtig vertheilt werden soll.

§. 218.

Bei Berechnung der hieher gehörigen Aufgaben merke man vornämlich folgende Regeln:

1) Die gegebenen einzelnen Verhältnisse (die einzelnen Beiträge, oder zusammengelegten Gelder) werden in eine Summe gebracht, welche das erste Glied eines jeden Proportionssatzes wird.

2) Das zweite Glied enthält eins der einzelnen Verhältnisse (den Beitrag oder das Eingelegte eines Einzelnen) und man schliefst dann: wie sich das Ganze zu den einzelnen Theilen verhält etc.

3) In das dritte Glied schreibt man die Zahlengröfse, welche nach den gegebenen Verhältnissen vertheilt werden soll, oder welche den Gewinn oder Verlust der ganzen Gesellschaft enthält.

4) Nun wird jeder so formirte Proportionssatz gehörig berechnet, wo die erhaltenen 4ten Glieder den Antheil eines jeden Einzelnen anzeigen. Addirt man hierauf den Betrag dieser vierten Glieder, so mufs die Summe derselben der zu vertheilenden Zahlengröfse gleich seyn, welches zugleich der beste Beweis einer richtigen Berechnung ist.

Aufgaben aus der Gesellschaftsrechnung enthalten daher gewöhnlich eben so viel Regel de tri-sätze, als einzelne Verhältnisse angegeben sind; doch kann man sich öfters durch Anwendung verschiedener Vortheile die Berechnung sehr erleichtern.

§. 219.

Die eigentliche Gesellschaftsrechnung zerfällt wieder in die einfache und zusammengesetzte.

A. Die einfache Gesellschaftsrechnung enthält solche Aufgaben, wo die zu theilende Zahlengröfse blofs nach den angegebenen einzelnen Verhältnissen zu berechnen ist. Z. B.

1) Drei Kaufleute führen eine Kompagniehandlung, A. hat zum Fond derselben gegeben 12000 Rthlr.; B. 8400 Rthlr. und C. 3600 Rthlr. Bei dem jährlichen Abschlusse der Handlungsbücher findet sich ein Gewinn von 2940 Rthlr. Wie viel gebührt nun einem Jeden, nach Verhältnifs seines beigetragenen Kapitals, von diesem Dividenden?

Hier ist die Summe, oder das Aggregat der drei einzelnen Beiträge, die eine gegebene bekannte Zahlengröfse, nach deren einzelnen Theilen und ihrem Verhältnisse unter einander, eine andere gegebene Zahl, nämlich ein Gewinn von 2940 Rthlr. vertheilt werden soll. Um dies zu bewerkstelligen, werden gewöhnlicher Weise eben so viel besondere Regel de tri-sätze formirt, als Theilnehmer bei der zu veranstaltenden verhältnifsmäfsigen Vertheilung Statt finden; hier sind es folgende drei:

A. 12000 Rthlr.
B. 8400 -
C. 3600 -
Summe 24000 Rthlr.

A. 24ØØØ Rthlr. : 12ØØØ Rthlr. = 2940 Rthlr. : x
12) 2 1 2)
x = 1470 Rthlr.

B. 24ØØØ Rthlr. : 84ØØ Rthlr. = 294Ø Rthlr. : x
12) 2 7 2)
147 (7
x = 1029 Rthlr.

C. 24ØØØ Rthlr. : 36ØØ Rthlr. = 294Ø Rthlr. : x
12) 2 3 2)
147 (3
x = 441 Rthlr.

Bei einem jeden dieser drei Regel de trisätze schliefst man: wie sich das Aggregat oder die Summe der Beiträge zu jedem einzelnen Beitrage verhält, so verhält sich die zu vertheilende Zahlgröfse zu dem einzelnen Antheil, oder zu der unbekannten vierten Proportionalzahl.

Kann man die gegebenen Verhältnisse in kleinern Zahlen ausdrücken, so wird die Berechnung dadurch öfters sehr abgekürzt.

Das kleinste Verhältnifs der obigen Angabe kann man auf diese Art finden:

			12									
A.	120	00 Rth.	10	Nun	20	:	10	=	2940 Rth.	:	1470	Rth.
B.	84	00 -	7	heifst	20	:	7	=	2940 -	:	1029	-
C.	36	00 -	3	es	20	:	3	=	2940 -	:	441	-
	Summe		20						Probe		2940	Rth.

Oder man kann den Antheil eines jeden gleich also angeben:

A. erhält	$\frac{10}{20}$	=	$\frac{1}{2}$	von	2940 Rthlr.
B. -	$\frac{7}{20}$	=		-	
C. -	$\frac{3}{20}$	=		-	

§. 220.

2) Vier Glücksritter setzen gemeinschaftlich in die braunschweigische Lotterie, und spielen durch die 6 Klassen drei Loose, die ihnen mit Schreibgeld und Porto gerade 80 Rthlr. Konventionsgeld kosten. Zwei dieser Loose fallen ganz durch, das dritte aber gewinnt 30 Rthlr. Wie viel wird nun der Antheil eines jeden betragen, wenn A. 40 Rthlr.; B. 20 Rthlr.; C. 10 Rthlr. und D. auch 10 Rthlr. beigetragen haben? Die Antwort gibt nachstehende Berechnung:

A.	4\|0 Rthlr.	8	=	30 Rthlr.	:	15 Rthlr.			
B.	2\|0 -	8	=	30 -	:	7	-	12	Ggr.
C.	1\|0 -	8	=	30 -	:	3	-	18	-
D.	1\|0 -	8	=	30 -	:	3	-	18	-
Summe	8				Probe	30 Rthlr.			

Die Berechnung dieser Aufgabe läſst sich übrigens auch ohne Regel de tri bewerkstelligen, denn A. hat die Hälfte zum Ganzen gegeben, und erhält also auch die Hälfte des Gewinnes; B. hat halb so viel als A. gegeben, und erhält auch halb so viel als dieser; C. und D. haben jeder halb so viel als B. gegeben, daher beträgt auch der Antheil eines jeden die Hälfte von dem, was B. erhält.

Auf eine ähnliche Art läſst sich der Antheil eines jeden leicht finden, wenn man

zuerst den achten Theil, welchen C. und D. erhalten, sucht; B. erhält dann zweimal und A. viermal so viel.

Man sieht hieraus, daſs man sich öfters durch ein wenig Nachdenken viele Mühe sparen kann. Nachdenken und Ueberlegung gewähren überhaupt in jeder Angelegenheit des Menschen groſsen Nutzen. So sind z. B. die wenigen beträchtlichen Gewinne in den Lotterien sehr anlockend; überlegt man aber, daſs bei der groſsen Menge Nieten und den vielen unbedeutenden Gewinnen, Verlust immer wahrscheinlicher ist als Gewinn, so wird man sich wohl schwerlich zu den Glücksrittern gesellen, die ihr Glück auf einem so trügerischen Wege zu machen suchen. Und am Ende gewährt Ein Thaler, durch Mühe und Anstrengung erworben, mehr wahres Vergnügen, als mehrere Hunderte, die man auf eine Art erlangt hat, deren man sich zu rühmen schämt. Die geneigten Leser werden hoffentlich diese wohlgemeinte Abschweifung bestens entschuldigen; vielleicht ist es ein Wort geredet zur rechten Zeit, das hier und da auf einen guten Boden fallen kann.

§. 221.

3) Ms. Bonvivant stirbt und hinterläſst 5 Kinder, ein Haus und einen Garten. Nach seinem Tode melden sich folgende Kreditoren: A. mit 1500 fl., B. mit 3000 fl., C. mit 7500 fl. und D. mit 4500 fl. Das Haus, die

Mobilien und der Garten werden für 5689 fl. 56 Xr. verkauft. Wie viel mufs nun jeder der Kreditoren einbüfsen, und wie viel wird jeder derselben erhalten? Die Schulden betragen:

A. 1500 fl.
B. 3000 -
C 7500 -
D. 4500 -

16500 fl. Summe der Schulden
— 5689 - 56 Xr. Betrag des Vermögens

10810 fl. 4 Xr. Verlust aller.

Die einzelnen Posten der Schuldenmasse können auch auf diese Art in kleinere Verhältnisse gebracht werden:

			15
A.	15	00 fl.	1
B.	30	00 -	2
C.	75	00 -	5
D.	45	00 -	3
		Summe	11

Jetzt darf man nur berechnen, wie viel der 11te Theil, den A. verliert, beträgt, so findet man den Verlust der übrigen nach den kleinern Verhältnifszahlen, nämlich:

A. 11 : 1	=	10810 fl. 4 Xr.
	11)	982 fl. 44 Xr.
B. verliert 2mal so viel als A.		1965 - 28 -
C. - 5mal - - - -		4913 - 40 -
D. - 3mal - - - -		2948 - 12 -
	Verlust aller	10810 fl. 4 Xr.

Um aber zu erfahren, wie viel jeder erhalten werde, darf man ebenfalls nur den Antheil des A. suchen, und nach dem nämlichen Verhältnisse die übrigen bestimmen;

oder man zieht den Verlust eines jeden von seinem dem Bonvivant geborgten Kapitale ab:

A. Kap.	1500 fl.		
Verl.	982 - 44 Xr.	A. erhält 517 fl. 16 Xr.	- 1
B. Kap.	3000 fl.		
Verl.	1965 - 28 Xr.	B. erhält 1034 - 32 -	- 2
C. Kap.	7500 fl.		
Verl.	4913 - 40 Xr.	C. erhält 2586 - 20 -	- 5
D. Kap.	4500 fl.		
Verl.	2948 - 12 Xr.	D. erhält 1551 - 48 -	- 3
		5689 fl. 56 Xr.	

obiger Betrag des Vermögens, welches den Kreditoren geblieben ist, wobei aber noch keine Rücksicht auf die bei Konkurssachen gewöhnlichen Unkosten genommen worden ist.

§. 222.

Bei Repartitionen der Steuern, Kontribution etc. ist es immer vortheilhafter, zuvörderst auszurechnen, wie viel auf einen Theil des Beitrages oder Anschlages komme, hierauf aber eine jede der gegebenen Verhältnifszahlen mit diesem Betrage zu multipliziren. Z. B.

4) Es sollen 12 Dorfschaften 2676 fl. Kriegssteuer erlegen; diese Summe aber soll nach den monatlichen Steuern vertheilt werden. Wenn nun das Dorf A. $15\frac{1}{4}$ fl., B. 18 fl., C. 25 fl., D. $12\frac{1}{2}$ fl., E. $24\frac{1}{4}$ fl., F. $19\frac{1}{3}$ fl., G. $14\frac{1}{2}$ fl., H. $20\frac{1}{2}$ fl., I. $17\frac{2}{3}$ fl., K. $16\frac{1}{4}$ fl., L. $18\frac{3}{4}$ fl., M. 21 fl. terminlich geben, wie viel wird ein jedes Dorf nach diesem Verhältnisse zu obiger Summe beitragen müssen?

Man addire also die einzelnen Verhältnisse; die Summe gibt 223, und suche nun, wie viel ein Theil betrage; nämlich:

$$223 : 1 = 2676 \text{ fl.} : 12 \text{ fl.}$$

Da ein Theil 12 fl. beträgt, so gibt

A.	12	×	$15\frac{1}{4}$	fl.	=	183 fl.
B.	12	×	18	-	=	216 -
C.	12	×	25	-	=	300 -
D.	12	×	$12\frac{1}{2}$	-	=	150 -
E.	12	×	$24\frac{1}{4}$	-	=	291 -
F.	12	×	$19\frac{1}{3}$	-	=	232 -
G.	12	×	$14\frac{1}{2}$	-	=	174 -
H.	12	×	$20\frac{1}{2}$	-	=	246 -
I.	12	×	$17\frac{2}{3}$	-	=	212 -
K.	12	×	$16\frac{1}{4}$	-	=	195 -
L.	12	×	$18\frac{3}{4}$	-	=	225 -
M.	12	×	21	-	=	252 -
	12	×	223		=	2676 fl.

Sind die zu vertheilenden Summen beträchtlich, wie bei Assekuranzen, so kann man statt der Einheit 100 annehmen, und so die einzelnen Beiträge nach Prozenten berechnen. Daſs man übrigens auch hier das erste Glied gegen das dritte abbreviren oder heben dürfe, ist wohl nicht nöthig zu erinnern, da es (§. 162 u. 163) bei jeder geometrischen Proportion anwendbar ist.

§. 223.

In kaufmännischen Berechnungen, besonders bei verschiedenen Ueberschlagsbe-

rechnungen und Kalkulationen über erhaltene Fakturen, wird die Gesellschaftsrechnung öfters auch angewendet. Z. B.

5) Ein Kaufmann in Braunschweig findet, laut einer Faktur von Bourdeaux über seidene Zeuge, daſs ihm 370 Aunes — nämlich von der Sorte A. 110 Aunes 605 Fr., von der Sorte B. $96\frac{1}{2}$ Aunes 580 Fr. und von der Sorte C. $163\frac{1}{2}$ Aunes 1220 Fr. — an Ort und Stelle mit Spesen und allen Unkosten 740 Rthlr. zu stehen kommen. Wie theuer wird nach Verhältniſs jener ersten Einkaufspreise jede einzelne Sorte kommen?

Die Angabe des Maases bleibt in dieser Berechnung ganz weg, weil nur zu wissen verlangt wird, was jede Sorte nach dem ersten Einkaufspreise, in Braunschweig koste? Dies aber erfährt man durch folgende Regel de tri-sätze, nachdem vorher die angegebenen Einkaufspreise in eine Summe gebracht worden.

A.	60 0	Fr.	24ø : 6ø	=	740	Rthlr.	: 185	Rthlr.	
			4 : 1						
B.	58 0	-	24ø : 48	=	74ø	-	: 178	-	20 Gr.
			1		$3\frac{1}{12}$				
C.	122 0	-	24ø : 122	=	74ø	-	: 376	-	4 -
S.	240		1		$3\frac{1}{12}$	Probe	740	Rthlr.	

Will der Kaufmann wissen, wie theuer ihm die dasige Elle von jeder Sorte komme, so wird er die franz. Aunes, nach dem ihm bekannten Verhältnisse, auf dasige Ellen reduziren, und den Betrag durch eine leichte Division finden. Von kaufmännischen Berech-

nungen führe ich hier keine weiter an, da wir ohnedem im zweiten Kursus einigemal zur Gesellschaftsrechnung wieder zurückkehren werden.

§. 224.

6) Drei Geschwister in Paris haben 13653 Fr. 54 Cent. auf folgende Art zu theilen: so oft der älteste Sohn A. 2 Fr. nimmt, soll die Tochter B. 3 Fr. und der jüngste Sohn C. 4 Fr. erhalten. Wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

Der 9te Theil von 13653 Fr. 54 C. ist 1517 Fr. 6 C.

A. 2	A. erhält daher 2mal so viel	=	3034	- 12	-
B. 3	B. - - 3mal - -	=	4551	- 18	-
C. 4	C. - - 4mal - -	=	6068	- 24	-
S. 9	Probe		13653	Fr. 54	C

7) Eine Erbschaft von 7650 Lsterl. in Liverpool soll, nach des Testators letztem Willen, unter 5 Erben so vertheilt werden, daſs A. $\frac{1}{4}$, B. $\frac{1}{2}$, C. $\frac{9}{16}$, D. $\frac{5}{8}$ und E. $\frac{2}{3}$ von dem Vermögen erhalten soll. Wie viel wird hiernach der Antheil eines jeden betragen?

Hier müssen, um die Verhältnisse in ganzen Zahlen auszudrücken, die Brüche erst unter einerlei Nenner gebracht werden, als:

		48			
A. $\frac{1}{4}$	12	12			
B. $\frac{1}{2}$	24	24	125 :	7650	$61\frac{1}{5}$ Exp. des
C. $\frac{9}{16}$	3	27		750	ersten und
D. $\frac{5}{8}$	6	30		150	dritten Gliedes.
E. $\frac{2}{3}$	16	32		25	
		S. 125			

A. 1 : 12 = $61\frac{1}{5}$ L. : 734 L. 8 S.
B. 1 : 24 = $61\frac{1}{5}$ - : 1468 - 16 -
2mal so viel wie A.
C. 1 : 27 = $61\frac{1}{5}$ - : 1652 - 8 -
$2\frac{1}{4}$mal so viel wie A.
oder $1\frac{1}{8}$mal - - - B.
D. 1 : 30 = $61\frac{1}{5}$ - : 1836 - - -
E. 1 : 32 = $61\frac{1}{5}$ - : 1958 - 8 -
Probe 7650 L.

Sollten bisweilen dergleichen Aufgaben nicht in die gewöhnliche Form eingekleidet seyn, so kann man sich durch ein wenig Nachdenken bald helfen. Wenn z. B. A. B. C. D. in Augsburg 58400 fl. zusammengelegt haben, und 7300 fl. damit gewinnen; wenn ferner A. 1625 fl., B. 2050 fl., C. 2450 fl. und D. 1175 fl. von dem Gewinne erhält; wie viel hat jeder zu dem Fond beigetragen?

Schliefst man nun: wie sich der ganze Gewinn zu dem Gewinne eines jeden verhält, so verhält sich das ganze Kapital zu den einzelnen Beiträgen: so wird man finden, dafs A. 13000, B. 16400, C. 19600 und D. 9400 Gulden zum Fond gegeben haben.

Eben so lassen sich auch, durch blofse Angabe der Beiträge und des Gewinnes eines einzigen, die Gewinne der übrigen finden. Man schliefst dann: wie sich der einzelne Beitrag des A. zum Beitrage B. verhält, so verhält sich auch der Gewinn des A. zu dem Gewinne B.

§. 225.

Uebungsbeispiele.

1) A. trug 200 Rthlr., B. 700 Rthlr. und C. 300 Rthlr. bei; A. gewann 50 Rthlr., wie viel gewinnen B. und C.?

2) Eine Mutter nebst ihrem Sohne und ihrer Tochter erben von dem verstorbenen Vater 15000 fl. amsterd. Kurrent, welche sie nach folgendem Verhältnisse unter sich theilen sollen: der Sohn erhält $\frac{1}{2}$, die Tochter $\frac{1}{3}$ und die Mutter $\frac{1}{4}$ der Erbschaft. Wie viel beträgt der Antheil eines jeden?

3) Bei einem Concursu Creditorum erscheint ein Gläubiger mit einer Forderung von 700 Rthlr., ein anderer mit 1200 Rthlr., ein dritter mit 600 Rthlr., ein vierter mit 1800 Rthlr., ein fünfter mit 900 Rthlr., ein sechster mit 200 Rthlr. Die Fallitmasse ist 2800 Rthlr. Wie viel wird jeder nach Verhältnifs des Verlustes aller erhalten?

4) Acht Dorfschaften sollen nach dem Steuerverhältnisse 15372 Rthlr. Kontribution bezahlen. Wenn nun A. 37, B. 51, C. $49\frac{1}{4}$, D. $85\frac{3}{4}$, E. $39\frac{1}{4}$, F. 47, G. $53\frac{1}{2}$, H. 64 Rthlr. terminlich gibt; wie viel wird hiernach jedes Dorf zu obiger Summe beitragen?

5) Z. in X. stirbt, und hinterläfst seiner schwangern Frau ein Vermögen von 11363 Rthlr. 8 Ggr. mit der Verordnung, wenn sie einen Sohn gebären würde, dieser $\frac{2}{3}$, und die Mutter $\frac{1}{3}$; wenn sie aber eine Tochter

zur Welt brächte, diese $\frac{1}{3}$, und die Mutter $\frac{2}{3}$ des Vermögens haben sollte. Nun kommt die Mutter mit Zwillingen, und zwar mit einem Sohne und einer Tochter nieder. Wie wird die Erbschaft zu vertheilen seyn? (Des Testators Wille ist hiernach, daſs die Mutter 2mal so viel als die Tochter, und der Sohn 2mal so viel als die Mutter erhalten soll).

§. 226.

B. *Zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung.*

Hieher gehören diejenigen Aufgaben, wo bei den einzelnen Beiträgen, oder bei den einzelnen Verhältnissen, auch noch gewisse Nebenbestimmungen angegeben sind. Dergleichen Aufgaben werden nach folgender Regel berechnet:

Man multiplizirt die Beiträge mit den Nebenbestimmungen, addirt die erhaltenen Produkte, und schlieſst nach Art der Gesellschaftsrechnung: wie sich die Summe der Beiträge, *inclusive* ihrer Nebenbestimmungen, zu jedem einzelnen Beitrage, *inclusive* seiner Nebenbestimmung verhält, so verhält sich auch die zu vertheilende Summe etc. Z. B.

Wenn in Amsterdam A. 15000 fl. auf 3 Jahre, B. 15000 fl. auf 1 Jahr und 8 Monate, und C. 20000 fl. auf 1 Jahr zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen hergeben, und 27000 fl. damit gewinnen; wie viel wird der Antheil eines jeden an dem Gewinne betragen?

Die Berechnung ist mit Anwendung der obigen Vortheile folgende:

			6	
A. 15000 fl. auf 36 Mon.	=	54	0000	9
B. 15000 - - 20 -	=	30	0000	5
C. 20000 - - 12 -	=	24	0000	4
			Summe	18

Oder indem man die Faktoren auf die kleinsten Zahlen reduzirt:

	5	4	3	
A. 15	000 fl.	3 auf 36 Mon.	9 × 3 = 27	9
B. 15	000 -	3 - 20 -	5 × 3 = 15	5
C. 20	000 -	4 - 12 -	3 × 4 = 12	4
			Summe	18 w. vorh.

A.	18 : 9	=	27000 fl.	: 13500 fl.
	2 : 1			
B.	18 : 5	=	18) 27000 -	: 7500 -
			1500	
C.	1 : 4	=	1500 -	: 6000 -
			Probe	27000 fl.

§. 227.

Im gemeinen Leben kommen bisweilen auch solche Gesellschaftsrechnungen vor, wo die Nebenbestimmungen, weil nicht jedes Hauptverhältniſs eine hat, nur in eine Summe gebracht, und von der zu vertheilenden Zahlengröſse abgezogen werden. Der Rest wird dann durch die Anzahl der Theiler dividirt. Z. B.

1) Ein nürnberger Bürger hinterläſst seiner Frau und 4 Kindern ein Vermögen von 25800 fl., die nach dem Testamente in 5 gleiche Theile gehen sollen, wenn die Mut-

ter 2400 fl. eingebrachtes Vermögen vorher davon genommen. Wie viel erhält die Mutter, und wie viel jedes der Kinder?

	25800 fl.	die ganze Verlassenschaft.
—	2400 -	das Eingebrachte der Mutter.
	23400 fl.	die zu theilende Summe.
5)	4680 fl.	der Antheil eines jeden Kindes.
+	2400 -	das Eingebrachte der Mutter.
	7080 fl.	der Antheil derselben.

2) In Venedig haben sich 4 Erben in 9900 Ducati so zu theilen, daſs B. 200 Duc. mehr bekommt als A., C. aber so viel als A. und B. zusammen, und D. so viel als B. und C. zusammen. Wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

A. erhält	1	Theil	
B. -	1	-	+ 200 Duc.
C. -	2	-	+ 200 -
D. -	3	-	+ 400 -
S.	7	Theil.	+ 800 Duc.

Die Erbschaftsmasse ist	9900 Duc.
davon werden subtrahirt obige	800 -
durch 7 dividirt	9100 -
Betrag eines Theiles	1300 Duc.

Probe.

A. erhält	1	Theil	. . .	1300 Duc.
B. -	1	-	+ 200	1500 -
C. -	2	-	+ 200	2800 -
D. -	3	-	+ 400	4300 -
				9900 Duc.

§. 228.

Uebungsbeispiele.

1) Drei Kaufleute legen zu einem gemeinschaftlichen Handel ein: A. 12000 rfl. auf 3 Jahre 6 Mon., B. 9600 rfl. auf 2 Jahr 9 Mon., C. 14400 rfl. auf 1 Jahr 3 Mon. Damit gewinnen sie 21600 rfl. Wie viel beträgt der Gewinn eines jeden?

2) H. Pfau in Hamburg fängt seine Handelsgeschäfte mit 54000 Mark an; nach 4 Monaten tritt E. Specht dazu mit 36000 Mark. Am Ende des Jahres findet sich beim Abschlusse der Bücher ein Verlust von 12000 Mark 10 Schill. Wie viel beträgt der Verlust eines jeden?

3) Ein londoner Kaufmann hinterläſst drei Söhne und ein Vermögen von 1050 Lsterl., welches sie so unter sich theilen sollen, daſs der jüngste 50 L. mehr bekomme als der mittlere, und dieser 50 L. mehr als der älteste. Wie viel kommt auf jeden?

4) K. in Bremen verordnet in seinem letzten Willen, daſs sein nach dem Tode hinterlassenes Vermögen unter die Wittwe und 6 Kinder, von welchen drei über 18 Jahre alt sind, folgendermaſsen vertheilt werden soll: Die Wittwe erhält 3500 Rthlr. Eingebrachtes voraus; die jüngsten Kinder, von welchen W. 4 Jahre, R. 6 Jahre und L. 9 Jahre alt ist, erhalten für jedes an volle 18 Jahren noch fehlendes Jahr 125 Rthlr. zur

Erziehung vor den übrigen voraus. Nach des Vaters Tode findet sich ein Vermögen von 38095 Rthlr. Wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

Anmerk. Eigentlich sollten nun sogleich, wegen ihrer zur Gesellschaftsrechnung sich qualifizirenden Eigenschaften, die Gold- und Silber- Vermischungs- und Falsirechnung folgen; um aber in einer kaufmännischen Arithmetik diesen Rechnungsarten recht schickliche Plätze anzuweisen, so mufs ich dieselben mit in den zweiten Kursus aufnehmen.

Achtzehnter Abschnitt.

Niedere und höhere Praktik.

§. 229.

Die sogenannte wälsche Praktik soll, wie schon das Beiwort anzuzeigen scheint, ursprünglich aus Italien abstammen, wo die Handlung, und folglich auch die dazu nöthigen Wissenschaften früher bekannt und mehr betrieben wurden, als in Deutschland. Allein jetzt könnte man wohl jenes Beiwort füglich weglassen, weil sie in neuern Zeiten, durch die Bemühungen deutscher Arithmeti

ker, eine ganz andere Gestalt bekommen kat.

Der Name Praktik kommt von dem griechischen Worte πρακτειν und dem davon abgeleiteten πρακτικος her, welches eine Fertigkeit in Verrichtung einer Sache bezeichnet. Die Praktik ist daher, im arithmetischen Sinne des Wortes, eine Fertigkeit, die vorkommenden Aufgaben auf die möglichst kürzeste und vortheilhafteste Art zu berechnen.

§. 230.

Sie, die Praktik, unterscheidet sich vornämlich dadurch von der gemeinen Regel de tri, dafs sie nicht, so wie die letztere, bei Ausmittelung des Produkts der mittlern Glieder eines Proportionssatzes, einzig und allein der eigentlichen und wahren Multiplikation sich bedient, sondern allemal entweder ganz, oder doch zum Theil der Multiplikation mit Brüchen. Daher verwandelt sie häufig und überall, wo es mit Vortheil geschehen kann, die in der Aufgabe vorgetragenen ganzen Zahlen in Bruchtheile höherer Sorten, z. B. der in ganzen Zahlen angegebenen Pfunde in Bruchtheile eines Steines, Zentners, Pudes etc.; oder der in ganzen Zahlen angegebenen Groschen, Schillinge, Stüver etc. in Bruchtheile eines Thalers, einer Mark, eines Guldens etc. Durch diese Reduktion geht nach Art und Weise der Praktik jene Regel (§. 172) in Erfüllung, der zufolge das erste

Verhältnifs der Proportion immer einerlei Benennung haben, oder auf solche gebracht werden mufs.

Da die Praktik bei allen ihren Operationen auf die vortheilhafteste Kürze abzielt, so ist sie besonders dem Kaufmanne, der in seinem Wirkungskreise einer kurzen Rechnungsmethode vorzüglich bedarf, sehr zu empfehlen; und dies um so mehr, da sich die Bemerkung: mit je mehr Zahlen man rechne, desto leichter sei man Irrthümern ausgesetzt, sehr oft bestätigt. Nur hüte man sich, auf die so genannte wälsche Praktik zu viel Vertrauen zu setzen, wie viele mechanische Rechner zu thun pflegen; denn in manchen Fällen ist sie ein blofs sinnreicher Umweg, und das Resultat kann öfters, nach der gemeinen Regel de tri, wenn auch nicht mit so wenig Zahlen, doch gewifs mit weniger Mühe gefunden werden. Eine gewisse, jedem Rechner sehr nothwendige arithmetische Beurtheilungskraft und Geistesgegenwart wird und mufs bei den vorgelegten Aufgaben entscheiden, ob dieselben so oder so am leichtesten und vortheilhaftesten berechnet werden können.

§. 231.

Um auch hier einen natürlichen Uebergang von leichtern zu schwerern Berechnungen zu beobachten, so wollen wir diesen Abschnitt in zwei Theile, nämlich in die nie-

dere und höhere Praktik eintheilen, und sogleich mit der erstern den Anfang machen.

A. Niedere Praktik.

Zu dieser rechne ich alle so geeignete Aufgaben, wo sich die kleinern Sorten immer sehr leicht als einfache Theile von der höhern Sorte annehmen lassen.

Ehe ich aber einige besonders häufig vorkommende Fälle mit Beispielen erläutere, mufs ich einen jeden bitten, sich die hier beigefügte Tabelle durch fleifsiges Durchlesen recht bekannt zu machen. Sie enthält gleichsam die Elemente der Praktik. Oben an stehen die Reduktionszahlen, welche bei den verschiedenen Münz- Maas- und Gewichtseintheilungen am häufigsten vorkommen. Durch Uebung kann man bald eine solche Fertigkeit erlangen, um sogleich aus dem Kopfe die kleinern Zahlen als einfache Theile der obern Reduktionszahl richtig bestimmen zu können. Sind es gemischte Brüche, die man als einfache Theile der Reduktionszahl annehmen will, so bedient man sich, um dies zu erfahren, ebenfalls der Division. Will ich z. B. wissen, was $7\frac{1}{2}$ Kreuzer von der Reduktionszahl 60 für ein Theil sei, so finde ich die Antwort $\frac{1}{8}$ oder der 8te Theil durch diese Berechnung:

$$\frac{7\frac{1}{2} \quad : \quad 60}{15 \quad : \quad 120 = 8} \qquad \text{Oder:}\ \frac{7\frac{1}{2}}{60}\Bigg|\frac{15}{120}\Bigg|\frac{\overset{15}{1}}{8}$$

In den folgenden §. §. werde ich einige verschiedene Fälle der niedern Praktik durch passende Beispiele zu erläutern suchen.

Zu Seite 132.

niſs

der einfacMaas - und Gewichtseintheilungen am

10		12	96		100		110		112		128		132	
5	½	6	48	2	50	2	55	2	56	2	64	2	66	2
2	⅕	4	32	3	25	4	22	5	28	4	32	4	33	4
1	⅒	3	24	4	12½	8	11	10	16	7	16	8	22	6
3⅓	⅓	2	16	6	10	10	10	11	14	8	8	16	11	12
2½	¼	1½	12	8	6¼	16	5	22	7	16	4	32	6	22
1⅔	⅙	¾	8	12	5	20	27½	4	3½	32	2	64	3	44
1¼	⅛		6	16	2½	40	13¾	8					16½	8
			4	24	33⅓	3	5½	20					8¼	16
			3	32			2¾	40					5½	24
			2	48									4⅛	32
			1½	64										

§. 232.

a) Wenn das zweite Glied als ein bequemer Theil vom ersten angesehen werden kann. Hier untersucht man zuerst, was für ein Theil das zweite Glied vom ersten sei, und multiplizirt dann das dritte Glied mit dem Bruche, welcher diesen Theil anzeigt. Z. B.

1) Was kosten in Leipzig $2\frac{1}{2}$ Ries Schreibpapier, wenn der Ballen (von 10 Ries) 33 Rthlr. 8 Gr. gilt?

1 Blln. : $2\frac{1}{2}$ Rs. = 33 Rthlr. 8 Gr. : x
$\frac{1}{4}$ x = 8 Rthlr. 8 Gr. (— $\frac{1}{4}$

Regelmäſsig müſste hier vor der wirklichen Berechnung das erste Verhältniſs unter einerlei Benennung gebracht werden, und es würde dann heiſsen: 10 Rs. : $2\frac{1}{2}$ Rs.; allein die Praktik erspart die Division durch das erste Glied, indem sie die Einheit der höhern Sorte in demselben unverändert läſst, und die im zweiten Gliede enthaltene niedere Sorte als einen Theil des ersten betrachtet. Da nun (nach der beigefügten Tabelle) $2\frac{1}{2}$ Ries der 4te Theil von 10 Ries oder von 1 Ballen ist, so beträgt auch die Zahlung für $2\frac{1}{2}$ Ries nur den 4ten Theil von dem, was 1 Ballen kostet.

2) Wie viel werden in Berlin 8 Loth Karmin betragen, wenn das Pfund 83 Rthlr. 16 Gr. gilt?

1 Pfd. : 8 Lth. = 83 Rthlr. 16 Gr. : x
$\frac{1}{4}$ x = 20 Rthlr. 22 Gr. (— $\frac{1}{4}$

3) Wenn in Petersburg der Berkowitz Hanf 53 Rubel gilt, wie theuer kommen 5 Pud?

1 Brkw. : 5 Pud = 53 Rub. : x
2)
$\frac{1}{2}$ x = 26 Rub. 50 Kop.

4) Was betragen in Moskwa $1\frac{1}{4}$ Pud Seifentalg à 49 Rubel der Berkowitz?

1 Brkw. : $1\frac{1}{4}$ Pud = 49 Rub. : x
8)
$\frac{1}{8}$ x = 6 Rub. $12\frac{1}{2}$ Kop.

5) Wenn in Bremen 100 Pfd. Mandeln 26 Rthlr. 32 Pf. kosten, wie viel wird man für 25 Pfd. bezahlen müssen?

100 Pfd. : 25 Pfd. = 26 Rthlr. 32 Pf. : x
4)
$\frac{1}{4}$ x = 6 Rthlr. 44 Pf.

6) Was kosten in Hamburg $12\frac{1}{2}$ Pfd. Lakritzensaft, à 76 Mk. 8 Schill. die 100 Pfunde?

100 Pfd. : $12\frac{1}{2}$ Pfd. = 76 Mk. 8 Schill. : x
8)
$\frac{1}{8}$ x = 9 Mk. 9 Schill.

§. 233.

Uebungsbeispiele zu Nr. a.

Was kosten in

Braunschweig:

1)	5	Ries Schreibpapier	à	$31\frac{1}{2}$	Rthlr. der Ballen?	
2)	8	Loth Cochenille	à	6	-	18 Ggr. d. Pfd.?
3)	57	Pfd. Rosinen	à	$11\frac{1}{2}$	-	d. Znt. v. 114 Pfd.?
4)	$28\frac{1}{2}$	- Mandeln	à	14	-	20 Ggr. - - - ?
5)	$14\frac{1}{4}$	- Syrup	à	9	-	- - - - - - ?
6)	$7\frac{1}{2}$	Elle Leinwand	à	12	-	12 - d. Schock.?

Bremen:

7) 25 Pfd. Fernambukholz à 21 Rthlr. die 100 Pfd.?
8) 50 - Japan. Holz à 9 - 36 Pf. - - ?
9) $12\frac{1}{2}$ - Alaun, engl. à 8 - 32 - - - ?
10) $6\frac{1}{4}$ - dito, dän. à 6 - 16 - - - ?
11) 4 Tonnen schwed. Heringe à 48 - d. Last v. 12 T.?
12) 8 Scheffel Weizen à 105 - - - v. 40 Schff.?

Hamburg:

13) $12\frac{1}{2}$ Pfd. Mandeln à $65\frac{1}{2}$ Mk. die 100 Pfd.?
14) 28 - Rüböl à 54 - d. Zentn. v. 112 Pfd.?
15) 56 - Hanföl à $46\frac{1}{2}$ - - - - - - ?
16) 25 Elle Leinwand, westph. à $27\frac{1}{2}$ Rthlr. die 100 Ellen?
17) $27\frac{1}{2}$ Pfd. Stahl, schmalk. à 35 Mk. d. Faſs v. 110 Pfd.?
18) 4 Tonnen Pech à 84 Rthlr. d. Last v. 12 Tonn. ?
19) $1\frac{1}{2}$ - Theer à 82 - - - - - - - ?

§. 234.

b) Wenn das zweite Glied mehr beträgt als das erste, und wenn + oder — vortheilhaft angewendet werden kann.

Die hieher gehörigen Aufgaben enthalten gewöhnlich eine doppelte Multiplikation, nämlich mit einer ganzen Zahl und mit einem Bruche. Das Produkt aus einem der mittlern Glieder und dem Bruche wird, wenn dieser das + Zeichen hat, zu dem Produkte der ganzen Zahl addirt, und wenn derselbe das — Zeichen hat, von dem Produkte der ganzen Zahl abgezogen. Z. B.

1) Was betragen in Lissabon 17 Arroben 16 Pfd. Kaffee, wenn die Arrobe (von 32 Pfd.) 5918 Rees gilt? Antwort 17 + $\frac{1}{2}$ mal so viel.

1 Arr. : 17 Arr. 16 Pfd. = 5918 Rees : x
41426
2959
x = 103565 Rees.

2) Wenn in Bremen 100 Pfd. Mandeln 26 Rthlr. 32 Pf. kosten, was betragen 1250 Pfd.?

100 Pfd. : 12|50 Pfd. = 26 Rthlr. 32 Pf. : x
1 $+\frac{1}{2}$ 317 - 24 - (12
13 - 16 - (+ $\frac{1}{2}$
x = 330 Rthlr. 40 Pf.

Die Praktik denkt sich hier die 100 Pfd. nicht als so viel einzelne Pfunde, sondern vielmehr als die Einheit eines Hundertpfundgewichts oder Zentners. Da nun das zweite Glied 12 solcher Zentner enthält, so beträgt die Zahlung 12mal so viel; allein es sind noch 50 Pfd. darüber, und diese sind von 100 Pfd. die Hälfte; folglich macht der ganze Betrag nicht nur 12mal, sondern noch $\frac{1}{2}$mal so viel dazu, als die 100 Pfd. kosten. — Den Betrag von 12mal 32 Pf. kann man auf folgende Art leicht finden, indem man entweder den Multiplikator 12 gegen die Reduktionszahl 72 wegschafft, als $\frac{12 \times 32}{72} = \frac{32}{6} = 5\frac{1}{3}$ Rthlr. oder indem man die 32 Pf. für $\frac{4}{9}$ Rthlr. annimmt, und dann $12 \times \frac{4}{9} = \frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$ Rthlr. erhält.

3) Was kosten in Hamburg $512\frac{1}{2}$ Pfd. Lakritzensaft à 76 Mark 8 Schill. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 5|12½ Pfd. = 76 Mk. 8 Schill. : x
1 + ⅛ 382 - 8 - (5
9 - 9 - (+ ⅛
x = 392 Mk. 1 Schill.

4) Wenn Amsterdam 100 Pfd. Wallfischbarden für 165 fl. gibt, was betragen 775 Pfd.?

100 Pfd. : 7|75 Pfd. = 165 fl. : x
1 + ¾ 1320 - (8
8 — ¼ 41 - 5 - (— ¼
x = 1278 fl. 15 Stvr.

Da 75 Pfd. = ¾ von 100, so nimmt man in diesem Falle die 7 + ¾ lieber für 8 — ¼ an, berechnet dann den ¼mal von 100 zu viel angenommenen Betrag (41 fl. 5 Stüv.) und zieht denselben von dem 8maligen Produkte ab.

5) Gesetzt aber, man kaufte 997½ Pfd. Wallfischbarden zu dem nämlichen Preise, was betragen diese?

100 Pfd. : 9|97½ Pfd. = 1650 fl. : x
1 10 — 2½ Pfd. 4 - 2 - 8 - (— $\frac{1}{40}$
$\frac{1}{40}$ v. 100 x = 1645 fl. 17 Stvr. 8 Pf.

997½ Pfd. betragen beinahe 10hundert Pfd., es fehlen nur noch 2½ Pfd., da aber diese, nach der obigen Tabelle, ein bequemer Theil von 100 sind, nämlich der 40ste Theil, so nimmt man gleich den Betrag der Waare für 10mal so viel an, (durch Hinzufügung einer Null) sucht den zu viel angenommenen 40sten Theil von 165, welcher 4 fl. 2 Stüv. 8 Pf. ist, und zieht denselben von dem 10fachen Produkte ab.

6) Was kosten in Halberstadt 4 Pfd. 28 Loth Karmin à $96\frac{1}{2}$ Rthlr. das Pfund?

$$
\begin{array}{llcl}
1\ \text{Pfd.} : & \underline{4\ \text{Pfd. } 28\ \text{Lth.}} & = & \underline{96\tfrac{1}{2}\ \text{Rthlr.} : x} \\
& \underline{4 + \tfrac{7}{8}\ \text{Pfd. oder}} & & 482\ \text{-}\ 12\ \text{-}\ (5 \\
& 5 - \tfrac{1}{8} & & \underline{12\ \text{-}\ 1\ \text{-}\ 6\ \text{-}}\ (-\tfrac{1}{8} \\
& & x = & 470\ \text{Rth. } 10\ \text{Gr. } 6\ \text{Pf.}
\end{array}
$$

7) Wenn in Bremen die Last Rocken 135 Rthlr. gilt, was betragen 11 Last 35 Scheffel? (1 Last = 40 Scheff.)

$$
\begin{array}{llcl}
1\ \text{Lst.} : & \underline{11\ \text{Lst. } 35\ \text{Scheff.}} & = & \underline{135\ \text{Rthlr.} : x} \\
& 12 - \underline{5\ \text{Scheff.}} & & 1620\ \text{-}\ (12 \\
& - \tfrac{1}{8} & & \underline{16\ \text{-}\ 63\ \text{-}}\ (-\tfrac{1}{8} \\
& & x = & 1603\ \text{Rthlr. } 9\ \text{Pf.}
\end{array}
$$

8) Wie viel betragen in Leipzig 14 Ballen $7\frac{1}{2}$ Ries Schreibpapier à 26 Rthlr.?

$$
\begin{array}{llcl}
1\ \text{Blln.} : & \underline{14\ \text{Blln. } 7\tfrac{1}{2}\ \text{Rs.}} & = & 26\ \text{Rthlr.} : x \\
& 15\ \text{B.} - 2\tfrac{1}{2}\ \text{R.} & & \not{1}\not{3}\not{0}\ \text{-} \\
& - \tfrac{1}{4} & & \not{6}\ \text{-}\ \not{1}\not{2}\ \text{-} \\
& & & \underline{123\ \text{-}\ 12\ \text{-}} \\
& & x = & 383\ \text{Rthl. } 12\ \text{Gr.}
\end{array}
$$

15 Ballen würden 15mal 26 Rthlr. = 390 Rthlr., oder in einzelnen Produkten 260 + 130 Rthlr. betragen; hiervon aber gehen 6 Rthlr. 12 Gr., als der Betrag des zu viel angenommenen $\frac{1}{4}$ Ballen, wieder ab, welche von dem einzelnen Produkte 130 abgezogen worden.

§. 235.

Uebungsbeispiele zu Nr. b.

Was kosten in

A m s t e r d a m:

1) 2025 Pfd. Rosinen à $23\frac{1}{2}$ fl. die 100 Pfd.?
2) $1212\frac{1}{2}$ Pfd. Detti à $19\frac{1}{4}$ - - - - - ?
3) $806\frac{1}{4}$ Pfd. Feigen à $21\frac{3}{4}$ - - - - - ?
4) 1175 Ell. Leinwand. Osnabr. à 28 Rthlr. d. 100 Ell.?
5) 9 Schpfd. $2\frac{1}{2}$ Lspfd. Flachs à 56 fl. d. Schpfd. v. 20 Lspfd.?
6) 15 - $1\frac{1}{4}$ - Hanf à 67 - - - - - - ?

C a d i x:

7) 114 Pfd. 4 Unzen Indigo à 38 Rpta. d. Pfd. v. 16 Unz.?
8) 112 - 2 - Saffran à 76 - - - - - - - ?
9) 39 - 15 - dito à 73 - - - - - - - ?
10) 1490 - Baumwolle à 45 Pesos die 100 Pfd. ?
11) $1187\frac{1}{2}$ - dito à $46\frac{1}{2}$ - - - - - ?
12) 119 Arrob. $12\frac{1}{2}$ Pfd. Pomeranz. à 23 Rpta. d. Arr. v. 25 Pfd.?

D a n z i g:

13) 8 Schpfd. $7\frac{1}{2}$ Stn. Potasche à 53 fl. 15 Gr. d. Spfd. v. 10 St.?
14) 12 Lst. $7\frac{1}{2}$ Schffl. Rocken à 362 - d. Lst. v. 60 Schffl. ?
15) 14 - 55 - dito à 395 - - - - - - - ?
16) 19 - 45 - Gerste à 266 - - - - - - - ?
17) 7 - $52\frac{1}{2}$ - Weizen à 436 - - - - - - - ?
18) 3 Zentn. 105 Pfd. Salpeter à $104\frac{1}{2}$ fl. d. Ztn. v. 120 Pfd.?

L e i p z i g:

19) 3 Pfd. 30 Loth Karmin à 97 Rthlr. 16 Gr. d. Pfd.?
20) 65 - 28 - Cochenille à 5 - 19 - - - - ?
21) 19 Grofs $10\frac{1}{2}$ Duz. Tabackspf. à 3 Rt. 11 Gr. d. Gfs. v. 12 D.?
22) 8 Zentn. $27\frac{1}{2}$ Pfd. Baumöl à 34 Rth. d. Znt. v. 110 Pfd.?
23) 9 - $96\frac{1}{4}$ - Pfeffer à $52\frac{3}{4}$ - - - - - - - ?
24) 7 Wisp. 22 Schffl. Weizen à 54 - d. Wsp. v. 24 Schffl.?

L i s s a b o n:

25) 109 Arrob. 8 Pfd. Sassaparille à 9210 Rs. d. Ar. v. 32 Pfd.?
26) 104 - 24 - Cacao à 5126 - - - - - - - ?
27) 391 - 4 - Kaffee à 5890 - - - - - - - ?
28) 102 Moyo 20 Alqueire Salz à 1786 Rs. d. Moyo v. 60 Alq.?
29) 1004 - $7\frac{1}{2}$ - dito à 1812 - - - - - - - ?
30) 300 Arr. 30 Pfd. Blättertab. à 1985 - die Arrobe?

§. 236.

c) Wenn man das dritte Glied mit dem zweiten in Gedanken verwechselt, und den Multiplikanden zum Multiplikator macht.

In den bisherigen Beispielen multiplizirten wir das dritte Glied mit dem zweiten, als dem wahren Multiplikator; allein da es bekanntlich (§. 25 u. 76) ganz einerlei ist, welchen von den beiden Faktoren man zum Multiplikator macht, so ist uns gewiſs der bei dieser Wahl hervorleuchtende Eigennutz gern zu verzeihen, wenn wir diese Würde demjenigen ertheilen, von welchem wir uns die gröſsten Vortheile versprechen. Nicht alle, welche Aemter und Würden zu vertheilen haben, sind so glücklich als wir, indem wir die uns dadurch erwachsenden Vortheile mit Gewiſsheit voraussehen und bestimmen können. Auch ein Anfänger im Rechnen sieht sogleich ein, daſs wenn 18 mit 345 multiplizirt werden soll, 18 einen bequemern und leichtern Multiplikator abgibt, als 345. Gesetzt es würde zu wissen verlangt, wie theuer in Bremen 345 Pfd. Taback kommen, das Pfund zu 18 Groot, so würde die dem buchstäblichen Sinne der Aufgabe angemessene Berechnung folgende seyn:

1 Pfd. : 345 Pfd. = 18 Grt. : x

```
                 345
                 ---
                  90
                  72
                  54
                 ----
        72 : 6210 | 86 Rthlr. 18 Grt.
             576  |
             ----
              450
              432
              ---
               18
```

Allein auf einem kürzern Wege läſst sich eben dasselbe Resultat finden, wenn man den Multiplikanden zum Multiplikator macht, nämlich also:

```
1 Pfd. : 345 Pfd. = 18 Grt. : x
         2760
         ----
         6210 Grt. = 86 Rthlr. 18 Grt.
```

Noch kürzer und leichter aber wird die Berechnung, wenn man das dritte Glied als einen Theil der höhern Geldsorte, in welcher man das Resultat zu wissen verlangt, annimmt. Da nun 18 Grt. = $\frac{1}{4}$ Rthlr. und 1 Pfd. $\frac{1}{4}$ Rthlr. kostet, so kommen 345 Pfd. 345 $\times$ $\frac{1}{4}$ Rthlr. oder den 4ten Theil von 345 Rthlr. Man denke sich daher die Aufgabe, als wenn sie so lautete: 1 Pfd. kostet 345 Rthlr., was kostet $\frac{1}{4}$ Pfd.

Die leichte Berechnung ist diese:

```
1 Pfd. : 345 Pfd.   =   18 Grt. : x
       4)-------
     x = 86 Rthlr. 18 Grt.   1/4 Rthlr.
```

Eben das jetzt Vorgetragene gilt auch von nachstehenden Aufgaben.

1) Wenn in Ebersdorf das Pfund Butter

6 Ggr. gilt, was betragen nach diesem Preise 159 Pfd.?

1 Pfd. : 159 Pfd. = 6 Ggr. : x
4) ―――――
x = 39 Rthlr. 18 Ggr. $\frac{1}{4}$ Rthlr.

2) Was betragen in London 319$\frac{1}{2}$ Pfd. Indigo à 5 Schill. sterl.?

1 Pfd. : 319$\frac{1}{2}$ Pfd. = 5 S. : x
4) ―――――
79 L. 17 S. 6 D. $\frac{1}{4}$ L.

3) Was betragen in Königsberg 8$\frac{1}{2}$ Ztn. Rosinen à 10 Gr. das Pfd.?

1 Pfd. : 8$\frac{1}{2}$ Zentn. = 10 Gr. : x
―――――
880 $\frac{1}{3}$ fl.
55
―――――
935
3) ―――――
x = 311 fl. 20 Gr.

§. 237.

Besteht das dritte Glied, als erwählter Multiplikator, aus mehr als einer Sorte, so kann man auch hier + und — sehr vortheilhaft anwenden. Z. B.

1) Wenn in Leipzig das Pfd. Kanaster 1 Rthlr. 8 Gr. gilt, was kosten 2$\frac{1}{2}$ Zentn. oder 275 Pfd.?

1 Pfd. : 275 Pfd. = 1 Rthlr. 8 Gr. : x
91 - 16 - $\frac{1}{3}$
―――――
x = 366 Rthlr. 16 Gr.

Kostete das Pfund 1 Rthlr., so betrügen 275 Pfd. auch gerade so viel Thaler; da aber das Pfd. 8 Gr. mehr gilt, so kosten 275 Pfd. so viele drittel Thaler mehr.

2) Was kosten in Hamburg $1624\frac{1}{4}$ Pfd. Gummi à 36 Schill.?

1 Pfd. : $1624\frac{1}{4}$ Pfd. = 36 Schill. : x
3248 - 8 - (2 Mk. + $\frac{1}{4}$
406 - 1 - (+ $\frac{1}{4}$
x = 3654 Mk. 9 Schill.

3) Wie viel betragen in Königsberg 197 Stück Friedrichsd'or à 16 fl. 15 Gr.?

1 Frd'or : 197 Frd'or = 16 fl. 15 Gr. : x
1182 - $\frac{1}{2}$
98 - 15 -
x = 3250 fl. 15 Gr.

4) Wenn in Petersburg das Pud Taback 290 Kopeken gilt, was kosten $87\frac{1}{2}$ Pud?

1 Pd. : $87\frac{1}{2}$ Pd. = 290 Kop.
262 - 50 - (3 Rub. — 10 Kop.
8 - 75 - (— $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{10}$ Rub.
x = 253 Rb. 75 Kop.

290 Kopeken sind 2 Rub. 90 Kop. oder 3 — $\frac{1}{10}$ Rubel.

5) In London kostet der Zentn. weifser Ingber 76 Schill. sterl., wie theuer kommen $31\frac{3}{8}$ Zentn.?

1 Zentn. : $31\frac{3}{8}$ Zentn. = 76 S.
125 - 10 - (4 L. — 4 S.
6 - 5 - 6 - (— $\frac{1}{5}$ — $\frac{1}{5}$
x = 119 Ls. 4 S. 6 D.

6) Wenn in Amsterdam das Pfund Kaneel 116 Stüver kostet, wie theuer kommen $86\frac{3}{4}$ Pfd.?

1 Pfd. : $86\frac{3}{4}$ Pfd. = 116 Stüv. : x
(6
520 - 10 - 6 — $\frac{1}{5}$ fl.
17 - 7 - (— $\frac{1}{5}$
x = 503 fl. 3 Stüv.

§. 238.

Uebungsbeispiele zu Nr. c.

Was kosten in

Augsburg:

1) 3 Pfd. 5 Unzen Karmin à 5 fl. 15 Xr. die Unze ?
2) $53\frac{1}{2}$ - Cochenille à 10 - 45 - d. Pfd. ?
3) 78 - Galgant à $1\frac{1}{4}$ fl. - - ?
4) $231\frac{1}{4}$ - Indigo à 6 fl. 50 Xr. - - ?
5) $108\frac{3}{4}$ - Thee Pecco à 3 - 12 - - - ?

Bourdeaux:

6) 1296 Pfd. Kaffee, Mokka à 195 Cent. d. Pfd. ?
7) 2137 - dito, Martin. à 150 - - - ?
8) 517 - Cacao à 105 - - - ?
9) $683\frac{1}{4}$ - Thee Congo à 325 - - - ?
10) $91\frac{1}{2}$ Zentn. Stahl, deutscher à 59 Fr. 80 Cent. d. Zent. ?

Breslau:

11) 117 Schock Ell. Leinwand à 19 Rthlr. 24 Sgr. d. Schock ?
12) $16\frac{5}{8}$ Stein Baumöl à 9 - 28 - d. Stn. ?
13) 385 Pfd. Fischbein von $\frac{8}{4}$ à 10 Sgr. d. Pfd. ?
14) 123 - Zimmt à 25 - - - ?
15) $167\frac{1}{2}$ - Lignum sanctum à 70 - - - ?

Kopenhagen:

16) 792 Paar isländ. Strümpfe à 24 Schill. das Paar ?
17) $245\frac{1}{4}$ Pfd. Eiderdunen à 3 Rthlr. 72 Schill. d. Pfd. ?
18) 693 - Elephantenz., kleine à 1 Rthl. 32 Schl. d. Pfd. ?
19) $113\frac{1}{4}$ - Nelken à 1 - 16 - - - ?
20) 58 Tonnen Heeringe, Dronth. à 9 - 84 - d. Ton. ?

London:

21) $41\frac{3}{8}$ Zentn. Kaffee, St. Domingo à 98 Schl. sterl. d. Ztn. ?
22) $67\frac{3}{4}$ - Reis, Karolina à 38 - - - - ?

23) 278	Pfd.	Baumwolle	à $2\frac{1}{2}$	Schl. sterl. d. Pfd.?	
24) $85\frac{1}{2}$	-	Nelken	à 4	- - - - ?	
25) 327	Quart.	Weizen	à 85	- - d. Quart.	

Petersburg:

26) 316	Pud	Eisen	à 190	Kopeken?
27) $97\frac{1}{2}$	-	Taback	à 280	- ?
28) $98\frac{3}{4}$	-	Hanföl	à 450	- ?
29) $57\frac{1}{2}$	-	Leinöl	à 490	- ?
30) 143	-	Speziesdukaten	à 275	Kopeken?

§. 239.

d) Wenn man die mittlern Glieder so verwechselt, dafs man die Waare für Geld, und dieses für die Waare nimmt.

In Beziehung auf das, was bereits oben, besonders §. 76 und 174 hierüber gesagt worden ist, wird jeder einsehen, dafs man bei dieser, dem wahren Sinne der Aufgabe zwar ganz zuwider laufenden, und folglich verkehrten, Vorstellungsart doch weit kürzer zum Ziele gelange, und dafs in der arithmetischen Praxis die Anwendung eines verkehrten Mittels erlaubt, und der kürzere Weg jederzeit vorzuziehen sei. Sollen wir z. B. berechnen, wie theuer in Leipzig 24 Pfd. Rosinen kommen, das Pfd. zu $3\frac{1}{2}$ Ggr., so würde dem wahren Sinne der Aufgabe gemäfs das Resultat 24 $\times$ $3\frac{1}{2}$ Ggr. betragen. Kehren wir aber die Benennung der mittlern Glieder um, und nehmen an, 1 Pfd. koste 24 Ggr., was $3\frac{1}{2}$ Pfd.? so hat man, da 24 Ggr. = 1 Rthlr. blofs zu berechnen, wie viel $3\frac{1}{2}$ $\times$ 1 Rthlr. ist, welches auch der ungeübteste Rechner aus dem Kopfe wissen wird.

Obgleich diese Aufgabe absichtlich so leicht gewählt worden ist, so werden die folgenden mit beinahe eben so wenig Mühe zu berechnen seyn.

1) Was kosten in Amsterdam 60 Pfd. Kaneel à $116\frac{1}{2}$ Stüv. Bko?

1 Pfd. : 60 Pfd. = $116\frac{1}{2}$ Stüv. Bko. : x

oder, indem man die mittlern Glieder umkehrt,

1 Pfd. : $116\frac{1}{2}$ Pfd. = 60 Stüv. Bko. : x

x = 349 fl. 10 Stv. Bko. (3 3 fl.

60 Stüver = 3 fl., folglich betragen $116\frac{1}{2}$ Pfd. à 3 fl. $116\frac{1}{2} \times 3$ fl. oder, indem man sich aufs neue einer Umkehrung bedient, $3 \times 116\frac{1}{2}$ fl.

Dies Verwechseln der mittlern Glieder aber braucht nicht in der Wirklichkeit, sondern es kann bloſs in Gedanken geschehen.

2) Was kommen in London 200 Pfd. gesiebte Cochenille à 14 Schillinge?

1 Pfd. : 200 Pfd. = 14 S. : x

10 L. x = 140 L.

Nimmt man hier 200 Pfd. für 200 S. oder für 10 L. an, so kosten 14 Pfd. von dieser Waare 14×10 L. oder 10×14 L. d. i. 140 L.

3) Wie theuer kommen in Leipzig 300 Quartier Weinessig à 5 Ggr.?

1 Qrt. : 300 Qrt. = 5 Ggr. : x

12 Rthlr. 12 Ggr.

x = 62 Rthlr. 12 Ggr. (5

Wenn man weiſs, daſs 100 Ggr. = 4 Rthlr. 4 Ggr., so ist es auch sehr leicht anzugeben,

wie viel 300 Ggr. betragen. x = entweder 300 × 5 Ggr. oder 5 × 300 Ggr. oder 5 × 12 Rthlr. + 12 Ggr. d. i. allemal 62 Rthlr. 12 Ggr.

4) Was betragen in Petersburg 320 Arschinen Leinwand à $51\frac{1}{2}$ Kop.?

1 Arsch. : 320 Arsch. = $51\frac{1}{2}$ Kop. : x
$3 + \frac{1}{5}$ Rub. 154 - 50 - (3
10 - 30 - $(+\frac{1}{5}$
x = 164 Rub. 80 Kop.

5) Was betragen in Danzig 70 Pfd. Kaffee à $61\frac{1}{2}$ Gr.?

1 Pfd. : 70 Pfd. = $61\frac{1}{2}$ Gr. : x
$2 + \frac{1}{3}$ fl. 123 - (2
20 - 15 - $(+\frac{1}{3}$
x = 143 fl. 15 Gr.

6) Wie viel erhält man in Breslau für 28 Speziesdukaten à $94\frac{1}{2}$ Sgr.?

1 Duk. : 28 Duk. = $94\frac{1}{2}$ Sgr. : x
1 Rthlr. — 2 Sgr. 6 - 9 -
$-\frac{1}{15}$ x = 88 Rthlr. 6 Sgr.

7) Was betragen in Hamburg 92 Pfd. Gummi Tragant à 35 Schill.?

1 Pfd. : 92 Pfd. = 35 Schill. : x
6 Mk. — 4 Schl. 210 - (6
$-\frac{1}{4}$ 8 - 12 -
201 Mk. 4 Schill.

8) Was betragen in Marseille 75 Pfd. Indigo, Louisiana, à 670 Cent.?

1 Pfd. : 75 Pfd. = 670 Cent. : x
1 Fr. — $\frac{1}{4}$ $167\frac{1}{2}$ - $(-\frac{1}{4}$
502 Fr. 50 Cent.

§. 240.

Uebungsbeispiele zu Nr. d.

Was kosten in

Amsterdam:

1)	40 Pfd.	Kaneel	à	$118\frac{1}{2}$	Stvr. Bko.?
2)	144 -	Thee Songlo	à	$58\frac{1}{4}$	- Kur.?
3)	$162\frac{1}{2}$ -	dito Pecco	à	$114\frac{1}{2}$	- - ?
4)	60	Albertsthaler	à	$53\frac{1}{2}$	- - ?
5)	18	franz. Laubthaler	à	$5\frac{1}{2}$	- - ?

Danzig:

6)	40	russische Rubel	à	131	Gr. danz. Kur.?
7)	84	Detti	à	$129\frac{1}{3}$	- - - ?
8)	75	Detti	à	$130\frac{3}{4}$	- - - ?
9)	100	Speziesdukaten	à	384	- - - ?
10)	110	Pfd. Kaffee	à	$58\frac{2}{3}$	- - - ?

Frankfurt a. M.

11)	180	Pfd. Bergblau	à	147	Xr. d. Pfd.?
12)	300 -	Kaffee, Levant.	à	163	- - - ?
13)	75	Goldgulden	à	231	- (od. 3 fl. 51 Xr.)?
14)	80	preuss. Kurrentthaler	à	103	- ?
15)	110	dito	à	102	- ?

Petersburg:

16)	225	Czetwert Rocken	à	329	Kopeken?
17)	220	Pud Eisen	à	187	- ?
18)	$312\frac{1}{2}$ -	Taback	à	293	- ?
19)	195	span. Piaster	à	$143\frac{1}{2}$	- ?
20)	$97\frac{1}{2}$	Albertsthaler	à	$141\frac{1}{2}$	- ?
21)	300	Duk. Kremnitzer	à	$280\frac{1}{2}$	- ?
22)	110	engl. Kronen	à	$147\frac{3}{4}$	- ?

Riga:

23)	120	Pfd. Wachs	à	17	Gr. Alberts?
24)	300 -	dito	à	19	- - ?
25)	180	Speziesdukaten	à	193	- - ?
26)	30	Detti	à	191	- - ?

Warschau:

27)	65	russ. Rubel	à	194	Gr. poln.?
28)	96	Detti	à	193	- - ?
29)	100	Detti	à	$193\frac{1}{2}$	- - ?
30)	45	Detti	à	$194\frac{1}{4}$	- - ?

§. 241.

e) Wenn nach vollendeter Multiplikation der mittlern Glieder noch eine Division durch das erste Glied nöthig ist.

Ist nämlich das erste gleichnamige Verhältniſs so beschaffen, daſs weder der Exponent desselben einen bequemen Multiplikator oder Divisor abgibt, noch daſs man das zweite Glied, nach §. 201 und 203 als einen Theil vom ersten ansehen kann, so multiplizirt man die mittlern Glieder auf die bisher gezeigte Art, und dividirt dann das Produkt derselben durch das erste Glied. Z. B.

1) Was betragen in Lübeck 2338 Pfd. Mandeln à $61\frac{1}{2}$ Mk. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 2338 Pfd. = $61\frac{1}{2}$ Mk. : x
14028
1169
Mk. 1437|87 × 16
522
Schill. 13|92 × 12
Pf. 11|04
x = 1437 Mk. 14 Schill. ca.

2) Was kosten in Triest 2117 Pfd. Rosinen à $13\frac{1}{2}$ rfl. die 100 Pfd.?

10∅ Pfd. : 2117 Pfd. = $13\frac{1}{2}$ rfl. : x
6351
1058 30 -
rfl. 285|79 30 -
60
Xr. 47|7∅
4
Pf. 2|8
x = 285 rfl. 47 Xr. 3 Pf. ca.

3) Wie theuer kommen in Petersburg $263\frac{1}{2}$ Pfund Talg, wenn der Berkowitz von 400 Pfd. 56 Rub. 25 Kop. gilt?

400 Pfd. : $263\frac{1}{2}$ Pfd. = 56 Rub. 25 Kop.

(8 — 2108 — 7.8 + $\frac{1}{4}$

(7 — 14756

$65\frac{7}{8}$ (+ $\frac{1}{4}$

400 : 148 | $21\frac{7}{8}$

Rub. 37 | $\frac{175}{3200}$ = $5\frac{1}{2}$ Kop. ca.

§. 242.

In diesem und den 2 folgenden Paragraphen will ich noch einiger Vortheile erwähnen, welche sich bei vielen vorkommenden Aufgaben leicht anwenden lassen.

a) Besteht eins der mittlern Glieder aus solchen Zahlen, als 10, 20, 30 — 100, 200 — 1000, 2000, 3000 etc., so kann man die Nullen dem andern Gliede geben und die übrig bleibende Zahl als einen Theil der höhern Sorte annehmen. Z. B.

1) Was betragen in Königsberg 8 Zentn. 19 Pfd. Kaffee à 50 Gr. das Pfd.?

1 Pfd. : 8 Zentn. 19 Pfd. = 5|0 Gr. : x

(110 — 8990 — $\frac{1}{6}$ fl.

6) —

x = 1498 fl. 10 Gr.

Durch die aus dem dritten Gliede ins zweite gebrachte Null wird letzteres zehnmal vermehrt; da nun das 10fache Produkt noch mit 5 multiplizirt werden sollte, die 5 Gr. aber gerade $\frac{1}{6}$ fl. sind, so ist der Betrag 8990 × $\frac{1}{6}$ fl. oder der 6te Theil von 8990 fl.

2) Was kosten in Amsterdam 153 Pfd. Thee à 50 Stüver?

1 Pfd. : 1530 Pfd. = 5|0 Stüv. : x

4) x = 382 fl. 10 Stüv. $\frac{1}{4}$ fl.

3) Was betragen in Bremen 1800 Pfd. Kaffee à 47 Groot?

1 Pfd. : 18|00 Pfd. = 4700 Grt.

$\frac{1}{4}$ Rthlr. 4) 1175 Rthlr.

4) Was kommen in Hamburg 1600 Pfd. Zucker Melis à 26 Pf. fls.?

1 Pfd. : 16|00 Pfd. = 2600 Pf. fls.

$\frac{1}{2}$ Mk. 2) 1300 Mk.

§. 243.

b) Bei Divisionsaufgaben, wo nämlich das zweite oder dritte Glied eine simple Einheit enthält, und folglich keine Multiplikation der mittlern Glieder Statt findet, kann man sich, wo es angeht, folgenden Vortheils bedienen:

Man dividire, je nachdem eins der mittlern Glieder Thaler, oder rheinl. Gulden, Pfund Sterling etc. enthält, das erste Glied durch deren Reduktionszahl, nämlich durch 24, oder durch 60, oder 20; mit dem erhaltenen Quotienten dividire man dann das zweite oder dritte Glied. Dadurch erhält man den Betrag der Einheit in der nächst niedern Sorte auf eine sehr leichte und kurze Art. Hierbei aber ist durchaus nothwendig, daſs sich das erste Glied durch die Reduktionszahl ohne Rest theilen lasse. Z. B.

1) 48 Ellen Kattun kosten in Leipzig 32 Rthlr., was kostet 1 Elle?

48 Ellen : 1 Elle = 32 Rthlr. : x
24) 2 2) x = 16 Ggr.

Um 48 in 32 Rthlr. theilen zu können, sollten letztere eigentlich mit 24 zu Ggr. reduzirt werden, man spart daher die Multiplikation mit 24, dividirt hingegen auch die 32 nur durch 2. Oder $x = \frac{32 \times 24 \text{ Ggr.}}{48} = \frac{32}{2}$ Ggr. = 16 Ggr.

2) 144 Pfd. Kaffee kosten daselbst 81 Rthlr., wie theuer kommt 1 Pfd.?

144 Pfd. : 1 Pfd. = 81 Rthlr. : x
24) 6 6) x = $13\frac{1}{2}$ Ggr.

3) 320 Pfd. Zucker Kandis kosten in Amsterdam 184 fl., wie viel Pf. fls. kommt 1 Pfd.?

320 Pfd. : 1 Pfd. = 184 fl. : x
40) 8 8) x = 23 Pf. fls.

4) In Hamburg kosten 192 Pfd. Kaffee, Surinam, 144 Mk., wie viel Schilling kommt 1 Pfd.?

192 Pfd. : 1 Pfd. = 144 Mk. : x
16) 12 12) x = 12 Schill.

5) In Augsburg kosten 120 Pfd. Limonienschalen 16 fl., wie theuer kommt das Pfund?

120 Pfd. : 1 Pfd. = 16 fl. : x
60) 2 2) x = 8 Xr.

6) Was kostet die Arschine Leinwand in Moskwa, wenn 900 Arschinen daselbst 378 Rubel kosten?

$$100)\frac{900\text{ Arsch.}}{9} : 1\text{ Arsch.} = 9)\frac{378\text{ Rub.}}{} : x$$
$$x = 42\text{ Kop.}$$

§. 244.

c) Kaufleuten en detail möchte vielleicht mit nachstehendem Vortheile, welcher eine kurze Berechnung des Preises von 1 Pfd. enthält, viel gedient seyn.

So wie er hier gezeigt wird, ist derselbe freilich nur für diejenigen brauchbar, die nach Thaler à 24 guten Groschen zu 12 Pf. rechnen; allein ein nachdenkender Kopf wird leicht im Stande seyn, diesen Vortheil auch auf andere Rechnungsmünzen und Gewichtsverhältnisse anwendbar zu machen.

Die dabei zu beobachtende Regel ist:

Wenn der Zentner (von 110 Pfd.) so oder so viele Thaler kostet, so nehme man den Preis des 1 Zentners für so viele gute Groschen, dividire denselben durch 5 und den Quotienten nochmals durch 11. Die Summe der beiden Quotienten zeigt den Preis eines Pfundes ganz richtig und genau an. Z. B.

1) Wenn in Leipzig der Zentner Pfeffer 65 Rthlr. gilt, wie theuer kommt 1 Pfd.?

Die 65 Rthlr. werden betrachtet als	65 Ggr.		
div. durch 5 :	13	-	
- - 11 :	1	-	$2\frac{2}{11}$ -
so ist der Preis von 1 Pfd. ganz genau	14 Ggr.		$2\frac{2}{11}$ Pf.

2) Was kostet in Magdeburg 1 Pfd. Salpeter, à $43\frac{3}{4}$ Rthlr. d. Zentn.?

110 Pfd. : 1 Pfd. = $43\frac{3}{4}$ Rthlr. : x
5) $8\frac{3}{4}$ = 8 Ggr. 9 Pf.
11) - - $9\frac{6}{11}$ -
x = 9 Ggr. $6\frac{6}{11}$ Pf.

Was die Erklärung dieses Vortheils anbelangt, so läſst sich dieselbe durch das Abbreviren des ersten Gliedes gegen die Reduktionszahl 24 im dritten Gliede (der Thaler auf gute Groschen) sehr leicht geben. Abbrevirt man 110 : 24 durch 2, so kommen 55 : 12 = $\frac{12}{55}$; diese aber kann man wieder zerstreuen in $\frac{11}{55} + \frac{1}{55}$ oder in $\frac{1}{5} + \frac{1}{11}$ von dem $\frac{1}{5}$. Anstatt also die Thaler im dritten Gliede mit 24 oder 12 zu multipliziren und durch 110 oder 55 zu dividiren, darf man nur den 5ten und von diesem den 11ten Theil suchen; beide Quotienten geben dann das richtige Facit.

Will man den Preis 1 Pfundes berechnen, wenn die Waare nach 100 Pfd. verkauft wird, so abbrevirt man 100 : 24 und erhält 25 : 6 = $\frac{6}{25}$; diesen mehrfachen Bruchtheil zerstreut man dann in $\frac{5}{25} + \frac{1}{25}$ oder in $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Z. B. 100 Pfd. Mandeln kosten in Braunschweig $26\frac{1}{3}$ Rthlr., was kommt 1 Pfd?

100 Pfd. : 1 Pfd. = $26\frac{1}{3}$ Rthlr. : x
5) 5 - $3\frac{1}{5}$
5) 1 - $\frac{16}{25}$
x = 6 Ggr. $3\frac{21}{25}$ oder 6 Ggr. 4 Pf. ca.

§. 245.

Uebungsbeispiele zu den drei vor. Paragr.

Was kosten in

Amsterdam: (ad a.)

1)	3179 Pfd.	Pfeffer, weiſs.	à	50 Pf. fls.	?
2)	400 -	dito, br.	à	46 - -	?
3)	500 -	Kaneel	à	114 Stüv.	?

Hamburg:

4)	4000 Pfd.	Wachs, gelb.	à	31 Pf. fls.	?
5)	3200 -	dito, weiſs.	à	37 - -	?
6)	1359 -	Pfeffer	à	20 Schill.	?
7)	400 -	dito	à	23 -	?
8)	800 -	Baumwolle	à	67 Pf. fls.	?

Augsburg: (ad b.)

9) 1 Pfd. wenn 240 Pfd. Thee Pecco 1152 fl. kosten?

Amsterdam:

10) 1 Pfd. wenn 1600 Pfd. dito Songlo 3520 fl. kosten?

Breslau:

11) 1 Stein wenn 60 Stein Lorbeerblätter 148 Rthlr. kost.?

Königsberg:

12) 1 Elle wenn 180 Ellen Leinwand 33 fl. kosten?
13) 1 - - 150 - dito $31\frac{2}{3}$ - - ?
14) 1 Pfd. wenn 270 Pfd. Anis $85\frac{1}{2}$ - - ?

Leipzig:

15) 1 Pfd. wenn 72 Pfd. Tab. Suicent 15 Rthlr. kosten?
16) 1 - - 120 - dito Maryland 35 - - ?
17) 1 - - 60 - dito Portoriko $32\frac{1}{2}$ - - ?
18) 1 - - 144 - Berlinerblau 167 - - ?

Berlin: (ad. c.)

19) 1 Pfd. wenn 1 Zentn. Butter $28\frac{3}{4}$ Rthlr. kostet?
20) 1 - - 1 - Rosinen 21 - - ?

Leipzig:

21) 1 Pfd. wenn 1 Zentn. Gummi Senegal 29 Rth. kost.?

22)	1 Pfd.	wenn 1 Zentn.	Baumöl	$27\frac{1}{2}$	Rthlr.	kostet?	
23)	1 -	- 1 -	Reis	$10\frac{1}{3}$	-	-	?
24)	1 -	- 1 -	Berggrün	$89\frac{3}{8}$	-	-	?

S t e t t i n: (ad a. b. c.)

25) 1 Pfd. wenn 1 Zentn. Rosinen, Smirn. $18\frac{1}{3}$ Rthlr. kost.?

A l t o n a:

26) 400 neue Zweidrittel à 31 Schill.?

H a m b u r g:

27) 1162 Pfd. Sago à 20 fl.?

L o n d o n:

28) 1 Quart. wenn 160 Quart. Weizen 536 Lsterl. kosten?

K o p e n h a g e n:

29) 1 Pfd. wenn 9600 Pfd. 4700 Rthlr. kosten?

K ö n i g s b e r g:

30) 372 Pfd.	Mandeln	à	50	Gr.
31) 431 -	Kaffee	à	50	-

A m s t e r d a m:

32) 1000 Pfd. Kaneel à 116 Stüv.?

B. *Höhere Praktik.*

§. 246.

Die höhere Praktik beschäftigt sich mit den mehrfachen Theilen eines Ganzen, und lehrt dieselben ebenfalls nach der möglichst vortheilhaftesten Art behandeln. Die Praktik vermeidet überhaupt, wo es nur angeht, die Multiplikation mit mehrfachen Brüchen, und sucht dieselben immer in einfache Bruchtheile zu zerlegen. Sie schlägt dazu verschiedene Wege ein, die wir in diesem und den folgenden Paragraphen kennen lernen wollen.

a) Wenn das zweite oder dritte Glied einen mehrfachen Theil der Einheit, aber auch einen einfachen Theil der Mehrheit ausmacht. Z. B.

1) Was kommen in Bremen 2 Last 16 Scheffel Rocken, à $68\frac{1}{3}$ Rthlr. die Last von 40 Scheffel.?

1 Last : 2 Lst. 16 Scheff. = $68\frac{1}{3}$ Rthlr. : x (2

+ $\frac{1}{5}$ von 2 — 136 - 48 -

27 - 24 - (+ $\frac{1}{5}$

x = 164 - - -

Die 16 Scheffel im zweiten Gliede sind von der Einheit der höhern Sorte, von 1 Last, ein mehrfacher Bruchtheil, nämlich $\frac{2}{5}$, von den 2 Last aber sind sie ein einfacher Bruchtheil, $\frac{1}{5}$. Da nun, wie bekannt, die Rechnung mit letztern bequemer ist, als mit erstern, so multiplizirt man zu das dritte Glied mit 2 und nimmt von diesem erhaltenen zweifachen Produkte noch den 5ten Theil dazu.

2) Was betragen in Hamburg 375 Pfd. Krapp à 94 Mk. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 3|75 Pfd. = 94 Mk. : x (3

+ $\frac{1}{4}$ von 3 — 282 -

70 - 8 - (+ $\frac{1}{4}$

x = 352 Mk. 8 Schill.

Von 100 Pfd. oder von 1 Hundertpfundgewicht sind die im zweiten Gliede abgeschnittenen 75 Pfd. $\frac{3}{4}$, von 300 Pfd. aber sind sie ein dreimal kleinerer Theil, d. i. $\frac{1}{4}$; folglich kosten sie auch nur den 4ten Theil so viel, was 300 Pfd. kommen.

§. 247.

Hier höre ich manchen fragen: wie kann ich denn wissen, was für ein einfacher Theil von der Mehrheit einer höhern Sorte irgend ein mehrfacher Bruch ist? Dies läſst sich leicht beantworten, nämlich: er ist ein einfacher Theil von so vielen Ganzen, als der Zähler des Bruches anzeigt. So sind

8 Pf.	$\frac{2}{3}$	von	1 Ggr.	und	$\frac{1}{3}$	von	2 Ggr.
9 Pf.	$\frac{3}{4}$	-	1 Ggr.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Ggr.
10 Pf.	$\frac{5}{6}$	-	1 Ggr.	-	$\frac{1}{6}$	-	5 Ggr.
16 Ggr.	$\frac{2}{3}$	-	1 Rthlr.	-	$\frac{1}{3}$	-	2 Rthlr.
18 Ggr.	$\frac{3}{4}$	-	1 Rthlr.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Rthlr.
16 Stv. holl.	$\frac{4}{5}$	-	1 fl.	-	$\frac{1}{5}$	-	4 fl.
24 Loth	$\frac{3}{4}$	-	1 Pfd.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Pfd. etc.

Will man aber den einfachen Bruchtheil selbst als einen Theil von der Mehrheit annehmen, so darf man nur den Nenner um so vielmal vergröſsern, als die Mehrheit Einheiten hat. So sind:
8 Ggr. $\frac{1}{3}$ von 1 Rthlr. und $\frac{1}{6}$ von 2 Rthlr. und $\frac{1}{12}$ von 4 Rthlr., 4 Stüv. $\frac{1}{5}$ von 1 fl. und $\frac{1}{10}$ von 2 fl. und $\frac{1}{100}$ von 20 fl.

§. 248.

3) Wenn in Leipzig das Pfd. Zimmt 5 Rthlr. 15 Ggr. gilt, wie theuer kommen $85\frac{1}{2}$ Pfd.?

1 Pfd. : $85\frac{1}{2}$ Pfd. = 5 Rthlr. 15 Ggr. : x
(5 $\frac{1}{8}$ von 5
427 - 12 -
53 - 10 - 6 - (+ $\frac{1}{8}$
x = 480 Rthlr. 22 Ggr. 6 Pf.

4) Was kosten in Paris 78 Pfd. Indigo à 945 Cent. das Pfd.?

1 Pfd. : 78 Pfd. = 9|45 Cent.
(9 Fr.|$\frac{1}{20}$ von 9.
702 -
35 - 10 - (+ $\frac{1}{20}$
x = 737 Fr. 10 Cent.

5) Was betragen in Amsterdam 110 Pfd. Kaneel à 134 Stüver?

1 Pfd. : 110 Pfd. = 134 Stüv. : x
100 Stv.|5 fl. (5
10 - |$\frac{1}{10}$
670 -
67 - (+ $\frac{1}{10}$
x = 737 fl.

Hier ist es vortheilhafter, nach §. 208 die mittlern Glieder zu verwechseln, und die 110 Pfd. für so viel Stüver zu nehmen, als die 134 Stüver in 120 (= 6 fl.) + 12 ($\frac{1}{10}$ von 6) + 2 ($\frac{1}{6}$ von 12) zu zerstreuen.

6) Wenn in Leipzig das Pfd. Karmin 98 Rthlr. gilt, wie theuer kommen 15 Loth?

1 Pfd. : 15 Lt. = 98 Rthlr. : x
16|$\frac{1}{2}$ Pfd. 49 - ($\frac{1}{2}$
— 1|$\frac{1}{16}$ 3 - 1 - 6 (— $\frac{1}{16}$
x = 45 Rth. 22 Gr. 6 Pf.

7) Was kommen ebendaselbst $7\frac{3}{4}$ Zentn. à 96 Rthlr. das Pfd.?

1 Pfd. : $7\frac{3}{4}$ Zentn. = 96 Rthlr. : x
8|$\frac{1}{4}$ Pfd. 24 - ($\frac{1}{4}$
— $\frac{1}{4}$|$\frac{1}{32}$ - - 18 - (— $\frac{1}{32}$
x = 23 Rthlr. 6 Ggr.

8) Was betragen in Paris 3128 Pfd. Potasche à $47\frac{1}{2}$ Fr. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 3128 Pfd. = $47\frac{1}{2}$ Fr. : x
1564 - ($\frac{1}{2}$ 50|$\frac{1}{2}$ von 100
78 - 20 - — $2\frac{1}{2}$|$\frac{1}{20}$
x = 1485 Fr. 80 Cent.

§. 249.

Uebungsbeispiele zu Nr. a.

Was kosten in

Amsterdam:

1)	609 Pfd.	Kaneel	à	132	Stüv.	Bko.?
2)	179 -	Muskatnüsse	à	147	-	- ?
3)	983½ -	Thee, Hysant	à	72	-	Kur.?
4)	185¾ -	dito Tonkay	à	66	-	- ?
5)	1026 -	Indigo, Karolina	à	67½	-	Bko.?
6)	569½ -	dito St. Domingo	à	126	-	- ?
7)	491¾ -	dito Guatimalo	à	135	-	- ?

Hamburg:

8)	330 Pfd.	Krapp	à	119½	Mk. die 100 Pfd.?
9)	770 -	Mandeln	à	93	- - - - ?
10)	440 -	Lakmus	à	47	- - - - ?
11)	1389 -	Fernambukholz	à	55	- - - - ?
12)	834½ -	Mandeln, lange	à	125	- - - - ?

Leipzig:

13)	368½ Pfd.	Indigo	à	3	Rthlr.	9	Ggr.?
14)	117 -	Zimmt	à	5	-	10	- ?
15)	57⅝ Zentn.	Braunstein	à	3	-	9	- ?
16)	313½ Pfd.	Thee Pecco	à	4	-	16	- ?

Nürnberg:

17)	375 Pfd.	Mandeln, bittere	à	46	fl. die 100 Pfd.?
18)	660 -	Baumwolle, Smirn.	à	86	- - - - ?
19)	219½ -	Kaiserthee	à	2	- 20 Xr. d. Pfd.?
20)	330 -	Zucker, Melis	à	83	- die 100 Pfd.?

§. 250.

b) Wenn man das zweite oder dritte Glied auf das erste zerstreuet; oder wenn man den mehrfachen Bruchtheil in einfache reduzirt, und diese als Theile der Einheit oder Mehrheit annimmt.

Zu Seite 161.

Tabe

der mehrfachen Theile gt.

10	12	16	18	20	24	2	128	132
9 5 2 2	10 6 4	12 8 4	15 9 6	17 10 5 2	20 12 8	5 $\frac{1}{16}$	112 1 — $\frac{1}{8}$	$115\frac{1}{2}$ 1 — $\frac{1}{8}$
7 5 2	9 6 3	10 8 2	13 9 3 1	14 10 4	19 12 6 1	[illegible]	96 64 32	99 66 33
	7 6 1	6 4 2	12 9 3	9 5 4	11 8 3	[illegible]	80 64 16	77 66 11
	5 4 1	3 2 1	11 9 2	7 5 2		[illegible]	40 32 8	72 66 6
			8 6 2			[illegible]	36 32 4	39 33 6
			7 6 1			[illegible]		$26\frac{1}{8}$ 22 $4\frac{1}{8}$

Man kann hierbei theils + theils — anwenden, je nachdem das eine oder andere Verfahren mehrere Vortheile gewährt.

Zu einer leichtern und geschwindern Beurtheilung, in welche kleinere Zahlen man die gegebenen gröſsern zerstreuen könne, mag die nebenstehende Tabelle dienen. Die unter den Reduktionszahlen befindlichen, etwas gröſser gedruckten Zahlen, sind zwar willkürlich angenommen, aber immer auf die bequemsten einfachen Theile von der obigen Reduktionszahl zerstreuet. Es würde eine überflüssige Weitläuftigkeit seyn, alle Zahlen, die z. B. zwischen 1 bis 60 liegen, aufzuführen, und in einzelne Theile zu zerstreuen. Diese Tabelle hat den durch sie beabsichtigten Nutzen erreicht, sobald der Rechenschüler andere vorkommende Zahlen in bequeme einfache Theile von der Reduktionszahl zerstreuen kann.

§. 251.

1) Was betragen in London 14 Zentn. Alaun à 22 L. die Tonne von 20 Zentn.?

1 Ton. : 14 Zentn. = 22 L. : x

10 | $\frac{1}{2}$ — 11 -

4 | $\frac{1}{5}$ — 4 - 8 -

x = 15 L. 8 S.

Da die Zahl 14 von 20 im ersten Gliede kein bequemer Bruchtheil ist, so zerfällt man dieselbe in 10 und 4; die erste Zerfällungszahl 10 ist die Hälfte, und 4 ist der 5te

Theil von 20. Uebrigens läfst sich diese Aufgabe nach der gemeinen Art eben so kurz, wo nicht noch kürzer berechnen, nämlich also:

2) 20 Zentn. : 14 Zentn. = 22 L.
10 : 7 x = 15,4 L. = 15 L. 8 S.

2) Wenn in Breslau der Stein Ingber 3 Rthlr. 13 Sgr. gilt, wie theuer kommen 95 Stein?

1 Stn. : 95 Stn. = 3 Rthlr. 13 Sgr. : x
285 - (3
31 - 20 - 10 | $\frac{1}{3}$
9 - 15 - 3 | $\frac{1}{10}$
x = 326 Rthlr. 5 Sgr.

3) Was kosten in Triest 623 Pfd. Kaffee, Levant. à 1 fl. 42 Xr.?

1 Pfd. : 623 Pfd. = 1 fl. 42 Xr. : x
311 - 30 - 30 | $\frac{1}{2}$
124 - 36 - 12 | $\frac{1}{5}$
x = 1059 fl. 6 Xr.

4) Wenn in Hamburg 100 Pfd. Mandeln 70 Mk. kosten, was kommen 1067½ Pfd.?

100 Pfd. : 1067½ Pfd. = 70 Mk. : x
533 - 12 - 50 | $\frac{1}{2}$ v. 100 Pfd.
213 - 8 - 20 | $\frac{1}{5}$ - - -
x = 747 Mk. 4 Schill.

Oder nach gemeiner Art:

10~~0~~ Pfd. : 1067½ Pfd. = 7~~0~~ Mk.
747,2 - 8 - (7
10) 747 Mk. 4 Schill.

5) Was betragen in Moskwa 281 Czetwert Weizen à 370 Kopeken?

1 Cztw. : 281 Cztw. = 3 Rb. 70 Kop. : x

843 -

140 - 50 - | 50 | 1/2

56 - 20 - | 20 | 1/5

x = 1039 Rub. 70 Kop.

6) Wenn in Leipzig das Pfund Thee Boe 1 Rthlr. 9½ Ggr. gilt, was kosten 134 Pfd.?

1 Pfd. : 134 Pfd. = 1 Rthlr. 9½ Ggr. : x

44 - 16 - | 8 | 1/3

8 - 9 - | 1½ | 1/16

x = 187 Rthlr. 1 Ggr.

§. 252.

Zuweilen kann man sich die Berechnung vorkommender Aufgaben auch dadurch etwas erleichtern, daſs man die mehrfachen Bruchtheile der höhern Sorte in zwei einfache zerstreuet, die eine und eben dieselbe Zahl ausmachen. Z. B.

7) Was kosten in Magdeburg 1324 Pfd. Kaffee à 16 Ggr.?

1 Pfd. : 1324 Pfd. = 16 Ggr. : x

441 - 8 - 8) 1/3

441 - 8 - 8)

x = 882 Rthlr. 16 Ggr.

Da man die 16 Ggr. auch für 1 Rthlr. — 8 Ggr. oder — ⅓ annehmen kann, so würde die Berechnung dadurch eben so kurz und so leicht werden. In der folgenden Aufgabe aber ist diese Art des Zerstreuens schon mit mehrerem Vortheile anzuwenden.

8) Wenn in Lissabon der Moyo Salz

1780 Rees kostet, wie theuer kommen 31 Moyo 24 Alqueires?

1 M. : 31 M. 24 Alq. = 1780 Rs. : x
12) $\frac{1}{5}$ 5340 -
12) 356 -
356 -
x = 55892 Rs.

Hier ist der Vortheil, den das Zerstreuen der mehrfachen Bruchtheile in zwei gleiche einfache Theile der höhern Sorte gewährt, schon sichtbarer; denn ohne dessen Anwendung hätte man entweder den bequemen Multiplikator 31 verloren, oder man hätte die 24 Alqueires in 16 und 8 zerstreuen müssen, und dadurch eine doppelte Division erhalten.

9) Was betragen in Nürnberg 378 Pfd. Galgant à 1 fl. 27 Xr.?

1 Pfd. : 378 Pfd. = 1 fl. 27 Xr.
189 30 | $\frac{1}{2}$
567 — 3 | $\frac{1}{20}$ von 1 fl.
18 - 54 - (— $\frac{1}{20}$
548 fl. 6 Xr.

Oder indem man — 3 Xr. als $\frac{1}{10}$ von den vorhergehenden 30 Xr. ansieht, und den Betrag derselben schon vor der Addition abzieht:

1 Pfd. : 378 Pfd. = 1 fl. 27 Xr. : x
~~189~~ - 30 | $\frac{1}{2}$
~~18~~ - ~~54~~ - — 3 | $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{2}$
170 - 6 -
x = 548 fl. 6 Xr.

Zu dieser Art der Zerstreuung wird in dem bald folgenden §. 253. einige Anweisung gegeben werden.

§. 253.

Uebungsbeispiele zu Nr. b.

Was kosten in

Bremen:

1)	2119 Pfd. Kaffee	à	48 Groot	?
2)	963 - Zucker, Melis	à	17 -	?
3)	$317\frac{3}{4}$ - Thee	à	1 Rthlr. 44 Grt.	?
4)	3451 Viertel Branntewein	à	16 Rthlr. die $\frac{30}{4}$	?
5)	935 - dito	à	21 - - -	?
6)	1897 - dito	à	25 - - -	?

Danzig:

7)	6 Last 42 Schffl. Weizen	à	453 fl. d. Lst. v. 60 Schffl.	?
8)	41 - 35 - Rocken	à	382 - - - - - - -	?
9)	15 - 26 - Gerste	à	189 - - - - - - -	?
10)	11 Schpfd. 14 Lpfd. Potasche	à	97 - d. Spfd. v. 20 Lpfd.	?
11)	19 Zentn. 48 Pfd. Salpeter	à	89 - d. Znt. v. 120 Pfd.	?
12)	15 - 80 - dito	à	93 - - - - - - -	?

Moskwa:

13)	$765\frac{1}{2}$ Pud Ukr. Tabak	à	270 Kop.	?
14)	71 - 28 Pfd. Grünspan	à	49 Rub.	?
15)	17 - 18 - Hausenblase	à	92 -	?

Riga:

16)	3 Schpfd. 14 Lspfd. Wachs	à	76 Rth. Alb. d. Schpf.	?
17)	5 - 9 - dito	à	73 - - - - -	?
18)	7 Last 8 Ton. Heringe	à	$68\frac{1}{2}$ - d. Lst. v. 12 T.	?

Triest:

19)	527 Pfd. Kaffee, Levant.	à	2 fl. 35 Xr.	?
20)	173 - Balsam, Kop.	à	3 - 27 -	?

§. 254.

c) **Wenn man die mehrfachen Bruchtheile in solche einfache Theile zerstreuet, die unter sich selbst in dem Verhältnisse stehen, daſs die kleinern in den gröſsern ge-**

radeauf enthalten sind, und daſs jene als einfache Theile von diesen angesehen werden können.

1) Was kosten in Danzig 35 Scheffel Rocken, die Last von 60 Scheffel zu $384\frac{1}{2}$ fl.?

1 Lst. :	35 Schffl.	=	$384\frac{1}{2}$ fl.		: x		
	30 $\frac{1}{2}$		192	- 7	- 9	-	
	5 $\frac{1}{6}$		32	- 1	- $4\frac{1}{2}$		
	x	=	224 fl.	8 Gr.	$13\frac{1}{2}$ Pf.		

Die Berechnung selbst zeigt, daſs 35 Scheffel in 30 und 5 zerstreuet wurden; 30 Scheffel sind von 1 Last oder von 60 Scheffel die Hälfte, und 5 Scheffel sind von 30 Schffl. der 6te Theil. Es wird daher zuerst der Geldbetrag der 30 Scheffel oder der halben Last gesucht, dieser ist 192 fl. 7 Gr. 9 Pf.; hierauf sucht man auch den Betrag der 5 Scheffel, welcher, da 5 Scheffel 6mal weniger sind als 30, auch nur $\frac{1}{6}$mal so viel betragen kann, als die 30 Scheffel, nämlich 32 fl. 1 Gr. $4\frac{1}{2}$ Pf.

2) Was kosten in Hamburg 4 Schpfd. 11 Lspfd. Flachs à $82\frac{1}{2}$ Mk. das Schpfd.?

1 Schpfd. :	4 Schpfd. 11 Lspfd.	=	$82\frac{1}{2}$ Mk.	: x	
	10 $\frac{1}{2}$		330	-	(4
	1 $\frac{1}{10}$		41	- 4	-
			4	- 2	-
	x	=	375 Mk. 6 Schl.		

3) Was betragen in Bremen 1597 Pfd. Kaffee à 27 Groot?

1 Pfd. :	1597 Pfd.	=	27 Grt.	
	399	- 18 -	18	$\frac{1}{4}$
	199	- 45 -	9	$\frac{1}{2}$
	598 Rthlr. 63 Grt.			

4) Was kosten in Augsburg 1639 Pfd. Kaffee à 1 fl. 25 Xr.

1 Pfd. : 1639 Pfd. = 1 fl. 25 Xr. : x
546 - 20 - | 20 | $\frac{1}{3}$
136 - 35 - | 5 | $\frac{1}{4}$
x = 2321 fl. 55 Xr.

5) Wenn in Hildesheim das Pfund Indigo 4 Rthlr. $17\frac{1}{2}$ Ggr. gilt, was kommen 173 Pfd.?

1 Pfd. : 173 Pfd. = 4 Rthlr. $17\frac{1}{2}$ Ggr. x
692 - | 12 | $\frac{1}{2}$
86 - 12 - | 4 | $\frac{1}{3}$
28 - 20 - | 1 | $\frac{1}{4}$
7 - 5 - | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$
3 - 14 - 6 -
x = 818 Rthlr. 3 Ggr. 6 Pf.

6) Wie theuer kommen in Amsterdam 1539 Pfd. Eidamerkäse à $22\frac{1}{2}$ fl. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 1539 Pfd. = $22\frac{1}{2}$ fl. : x
307 - 16 - | 20 | $\frac{1}{5}$ von 100
38 - 9 - 8 - | $2\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8}$ von 20
x = 346 fl. 5 Stvr. 8 Pf.

7) Was kommen daselbst 3783 Pfd. Zucker Melis à 25 Pf. fls.?

1 Pfd. : 3783 Pfd. = 25 Pf. fls. : x
1891 - 10 - | 20 | $\frac{1}{2}$
472 - 17 - 8 - | 5 | $\frac{1}{4}$
x = 2364 fl. 7 Stvr. 8 Pf.

Bei dieser Berechnung muſs man wissen, daſs 1 fl. in Amsterdam = 40 Pf. fls.

8) Wenn in Marseille 100 Pfd. Potasche $62\frac{1}{2}$ Fr. kosten, wie theuer kommen 6787 Pfd.?

100 Pfd. : 6787 Pfd. = $62\frac{1}{2}$ Fr. : x

3393 - 50 - | 50 | $\frac{1}{2}$ von 100

848 - $37\frac{1}{2}$ - | $12\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ von 50

x = 4241 Fr. $87\frac{1}{2}$ Cent.

9) Eine Elle Tuch kostet in Budissin 3 Rthlr. $15\frac{1}{2}$ Ggr. (oder $3\frac{31}{48}$ Rthlr. was kosten 137 Ellen?

1 Elle : 137 Ellen = $3\frac{31}{48}$ Rthlr.

411 - 3 Rthlr.

68 - 12 - | $\frac{24}{48}$ | $\frac{1}{2}$

17 - 3 - | $\frac{6}{48}$ | $\frac{1}{4}$

2 - 20 - 6 - | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{6}$

x = 499 Rthl. 11 Gr. 6 Pf.

Hier wurde der Zähler auf seinen Nenner zerstreuet, und zwar in 24 + 6 + 1 48stel.

§. 255.

Die Aufgaben im vorigen §. waren alle so beschaffen, dafs der Betrag der einfachen Theile, in welche ein mehrfacher Bruchtheil zerstreuet wurde, und welche durch + mit einander verbunden waren, addirt werden mufste; allein in manchen Fällen ist es auch nöthig, einen zuviel angenommenen Bruchtheil als ein Minus wieder abzuziehen. Hierzu dienen die folgenden Aufgaben als Beispiele.

10) Wie theuer kommen in Leipzig 3647 Pfd. Kaffee à 11 Ggr.?

1 Pfd. : 3647 Pfd. = 11 Ggr.

1823. - 12 - | 12 | $\frac{1}{2}$ Rthlr.

— 151 - 23 - | — 1 | $\frac{1}{12}$

1671 Rthlr. 13 Ggr.

Kostete das Pfund 12 Ggr., so betrügen 3647 Pfd. gerade so viele halbe Thaler, d. i. 1823 Rthlr. 12 Ggr.; da aber das Pfund 1 Ggr. weniger kostete, und 1 Ggr. von 12 der 12te Theil ist, so macht es auch den 12ten Theil davon weniger.

11) Gesetzt aber, das Pfund kostete $11\frac{3}{4}$ Ggr., was betragen da 3647 Pfd.?

1 Pfd. 3647 Pfd. = $11\frac{3}{4}$ Ggr. : x
48 : | 1823 - 12 - | 12 | $\frac{1}{2}$
6 × 8 | 303 - 22 - | — $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{48}$
37 - 23 - 9 -
x = 1785 Rthlr. 12 Ggr. 3 Pf.

Die Zahl 48 ist schon für viele ein zu groſser und unbequemer Divisor, um damit im Kopfe zu dividiren; man kann daher denselben zerfällen (in 6 × 8) und auf die hier gezeigte Art verfahren.

12) Was betragen in Amsterdam 4263 Pfd. roher Zucker, Martinique, à 19 Pf. fls. das Pfd.

1 Pfd. : 4263 Pfd. = 19 Pf. fls. : x
2131 - 10 - | 20 | $\frac{1}{2}$ fl.
106 - 11 - 8 - | — 1 | $\frac{1}{20}$
x = 2024 fl. 18 Stv. 8 Pf.

13) Wenn in Nürnberg die Unze Karmin 6 fl. 12 Xr. gilt, was kommen $7\frac{3}{4}$ Loth?

1 Unze : $7\frac{3}{4}$ Lth. = 6 fl. 12 Xr. : x
8 | 4 Unz. | 24 - 48 - (4
— $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{32}$ | - - $46\frac{1}{2}$ - (— $\frac{1}{32}$
x = 24 fl. $1\frac{1}{2}$ Xr.

Der 32ste Theil von 24 fl. = $\frac{24}{32}$ = $\frac{3}{4}$ oder 45 Xr.; der 32ste Theil von 48 Xr. ist $1\frac{1}{2}$; folglich beträgt das zuviel angenommene

$\frac{1}{4}$ Loth $46\frac{1}{2}$ Kreuzer. Man kann aber auch noch lieber — $\frac{1}{4}$ als den 8ten Theil von 1 Unze annehmen, wodurch die Division erleichtert wird.

14) Was betragen in Hamburg $1362\frac{1}{2}$ Pfd. Kümmel, à 19 Mk. die 100 Pfd.?

$$
\begin{array}{llllll}
100 \text{ Pfd.} & : & 1362\frac{1}{2} \text{ Pfd.} & = & 19 \text{ Mk.} & : x \\
 & & 27.2. - 8 & - & 20 & \frac{1}{5} \text{ von } 100 \text{ Pfd.} \\
 & & 13 - 10 & - & -1 & \frac{1}{20} \\
x & = & 258 \text{ Mk. } 14 \text{ Schill.} & & &
\end{array}
$$

Oder nach der gemeinen Art:

$$
\begin{array}{l}
100 \text{ Pfd.} : 1362(\tfrac{1}{2}) \text{ Pfd.} = 19 \text{ Mk.} \\
\quad 12258 \\
\quad\quad 9\tfrac{1}{2} \quad 25 \\
\text{Mk. } 258 \left| \frac{87\frac{1}{2}}{100} \right| \frac{175}{200} \left| \frac{7}{8} = 8 \text{ Schill.} \right.
\end{array}
$$

15) Was betragen in Paris 5088 Pfd. Reis à $47\frac{1}{2}$ Fr. die 100 Pfd.?

$$
\begin{array}{llllll}
100 \text{ Pfd.} & : & 5088 \text{ Pfd.} & = & 47\frac{1}{2} \text{ Fr.} & : x \\
 & & 2544 - & & 50 & \frac{1}{2} \text{ v. } 100 \\
 & & -127 - 20 - & & -2\frac{1}{2} & \frac{1}{20} \text{ v. } 50 \\
x & = & 2416 \text{ Fr. } 80 \text{ Cent.} & & &
\end{array}
$$

Oder mit Anwendung der Dezimalbruchrechnung:

$$
\begin{array}{l}
1\not{0}\not{0} \text{ Pfd.} : 5088 \text{ Pfd.} = 47{,}50 \text{ Fr.} \\
\quad 4750 \\
\quad 254400 \\
\quad 35616 \\
\quad 20352 \\
\text{Fr. } 2416{,}80\not{0}\not{0} \text{ Cent.}
\end{array}
$$

§. 256.

Uebungsbeispiele zu Nr. c.

Was kosten in

Erfurt:

1)	32½ Zentn. Taback, Kanaster	à	1 Rthlr. 9 Ggr. d. Pfd.	?
2)	3½ - Berggrün	à	- - 19½ - - -	?
3)	143 Pfd. Berlinerblau	à	1 - 5¾ - - -	?

Gera:

4)	2 Pfd. 18 Loth Karmin	à	114¾ Rthlr. d. Pfd.	?
5)	1333 Pfd. Fernambukholz	à	30 Rthlr. d. 100 Pfd.	?
6)	13½ Zentn. Kaffee, Martinique	à	15 Ggr. d. Pfd.	?

Hamburg:

7)	2371 Pfd. Mandeln	à	75 Mk. die 100 Pfd.	?
8)	2647 - roher Zucker, St. Domingo	à	15 Pf. fls. d. Pfd.	?
9)	1039 - dito dito	à	15½ Pf. fls. d. Pfd.	?
10)	1487½ - Brotkümmel	à	18 Mk. die 100 Pfd.	?

Lübeck:

11)	2789 Pfd. Mandeln	à	60 Mk. die 100 Pfd.	?
12)	913 - Bleiweis	à	30 - - - - -	?
13)	1674 - Taback	à	7½ Schill. d. Pfd.	?
14)	329½ - Thee Congo	à	2 Mk. 7½ Schill. d. Pfd.	?

Marseille:

15)	3387 Pfd. Seife	à	85 Fr. die 100 Pfd.	?
16)	6589 - Potasche	à	57½ - - - -	?
17)	833 - Kaffee, Levant.	à	3 - 60 Cent. -	?

Naumburg:

18)	9⅝ Zentn. Kaffee, St. Domingo	à	14 Ggr.	?
19)	15¼ - Cacao	à	11¾ -	?
20)	43¼ - Taback Suicent	à	5½ -	?

§. 257.

d) Enthalten beide mittlere Glieder mehr als eine Sorte, so entstehen daraus dop-

pelte Regel de tri-sätze, oder, wie man sie auch nennen könnte, Doppelsätze, welche von Kaufleuten auf folgende Art behandelt und berechnet werden.

aa) Wenn das erste Glied aus einer simplen Einheit besteht.

In diesem Falle multiplizirt man zuerst das zweite Glied mit dem dritten auf die bisher gezeigte der Praktik eignen Art, und sucht dann den Betrag der niedern Sorten des zweiten oder dritten Gliedes. Einige Beispiele werden die beste Erläuterung geben.

1) Was kosten in Magdeburg 79 Pfd. 20 Loth 2 Qt. Indigo, à 4 Rthlr. 17 Ggr. das Pfund?

Diese Aufgabe nach der gemeinen Art zu berechnen, würde man das erste und zweite Glied unter einerlei Benennung bringen müssen. Dergleichen Weitläuftigkeiten aber vermeidet die Praktik, und sie würde die Aufgabe eher in zwei Berechnungen theilen, nämlich 1. wie viel die 79 Pfd. und 2. wie viel die 20½ Lothe betragen, und dies folgendermaſsen berechnen:

1 Pfd. : 79 Pfd. (20½ Lth.) = 4 Rthlr. 17 Ggr.

79 Pfd. à 4 Rthl. =	Rth. 316 -	(4		
— - à 12 Ggr. =	39 -	12 -	12	½
— - à 4 - =	13 -	4 -	4	⅓
— - à 1 - =	3 -	7 -	1	¼
79 Pfd. à 4 Rt. 17 Ggr. =	371 Rthl.	23 Ggr.		

Hiermit wäre die erste Frage: wie viel 79 Pfd. à 4 Rthlr. 17 Ggr. kosten? beantwortet, und es wäre nun noch die zweite Frage:

wie viel die 20½ Lothe zu demselben Preise betrügen, zu beantworten übrig. Die Praktik zerfällt die 20½ Lothe in folgende einfache Bruchtheile, nämlich in 16 + 4 + ½ Loth, und berechnet den Betrag derselben nach der ihr eignen Art und Weise also:

1 Pfd. : 20½ Loth = 4 Rthlr. 17 Ggr.

16	$\frac{1}{2}$	2	8	6	16
4	$\frac{1}{4}$	-	14	$1\frac{1}{2}$	8
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	-	1	$9\frac{3}{16}$	3
		3 Rthlr.	-	$4\frac{11}{16}$ Pf.	

Allein auch diesen doppelten Regel de tri-satz sucht die Praktik durch nachstehende Berechnung in einen einzigen zu verwandeln:

1 Pfd. : 79 Pfd. 20½ Lth. = 4 Rthlr. 17 Ggr.

Rthlr. 316	-		16	$\frac{1}{2}$	12	$\frac{1}{2}$
39	12		4	$\frac{1}{4}$	4	$\frac{1}{3}$
13	4		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{4}$
3	7					
2	8	6				
-	14	$1\frac{1}{2}$				
-	1	$9\frac{3}{16}$				

x = 374 Rthlr. 23 Ggr. $4\frac{11}{16}$ Pf.

2) Was betragen in Petersburg 356 Pud 25 Pfd. Juchten à 14 Rubel 55 Kopeken das Pud?

1 Pd. : 356 Pud 25 Pfd. = 14 Rub. 55 Kop.

1424	-	20	$\frac{1}{2}$	50	$\frac{1}{2}$
178	-	5	$\frac{1}{4}$	5	$\frac{1}{10}$
17	80				
7	$27\frac{1}{2}$				
1	$81\frac{7}{8}$				

5188 Rub. $89\frac{3}{8}$ Kop.

Es betragen nach dieser Berechnung

356 Pud	à 10 Rub.	- - -	Rub.	3560	-
- -	à 4	- - - - - - -		1424	-
- -	à - - 50 Kop.	- -		178	-
- -	à - - 5	- - - -		17 -	80 -
20 Pud.	à 14 Rub. 55 Kop. d. Pud			7 -	$27\frac{1}{2}$ -
5 -	à - - - - - - -			1 -	$81\frac{7}{8}$ -
			Summe	5188 Rub.	$89\frac{3}{8}$ Kop.

3) Was kosten in Breslau 123 Stein $19\frac{1}{2}$ Pfd. Korinten, à 68 Sgr. der Stein von 24 Pfd.?

1 Stn. :	123 Stein		$19\frac{1}{2}$ Pfd.	=	68 Sgr.
	246 -		12 \| $\frac{1}{2}$		60 \| 2 Rthlr.
	20 -	15 -	6 \| $\frac{1}{2}$		5 \| $\frac{1}{6}$) v. 1 Rthlr.
	12 -	9 -	$1\frac{1}{2}$ \| $\frac{1}{4}$		3 \| $\frac{1}{10}$)
	1 -	4 -			
	- -	17 -			
	- -	$4\frac{1}{4}$ -			
x =	280 Rthlr.	$19\frac{1}{4}$ Sgr.			

Bei dergleichen Doppelsätzen muſs man wohl Acht geben, den Betrag der einfachen Theile der niedern Sorte im zweiten Gliede nach dem im dritten Gliede enthaltenen Preise zu bestimmen. So beträgt z. B. in dieser Aufgabe $\frac{1}{2}$ Stein (oder die 12 Pfd.) die Hälfte von 68 Sgr. als so viel 1 Stein kostete, folglich 34 Sgr. oder 1 Rthlr. 4 Sgr. Wollte man bloſs mechanisch fortrechnen, ohne auf den Sinn der Aufgabe Rücksicht zu nehmen, und den Betrag der 12 Pfd. als die Hälfte von den vorhergehenden 12 Rthlr. 9 Sgr. untersetzen, so würde und müſste ein ganz falsches Resultat erscheinen.

§. 258.

bb) Wenn sich die niedere Sorte des zweiten Gliedes in keine bequemen Theile der höhern Sorte zerstreuen läſst.

Hier ist dann mehrentheils noch eine besondere Regel de tri - berechnung nöthig, oder man bedient sich dabei des oben §. 244 gezeigten Vortheils.

4) Was betragen in Leipzig $3\frac{5}{8}$ Zentn. + 1 Pfd. Zinn à 42 Rthlr. 18 Ggr. den Ztn.?

1 Zentn. : $3\frac{5}{8}$ Ztn. + 1 Pfd. = 42 Rt. 18 Ggr.

3 Ztn. | 128 - 6 - (3

110 | : 1 = 42 Rt. 18 G. | $\frac{4}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | 21 - 9 -

24 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | 5 - 8 - 3 -

102(6 | 9 Ggr. | - - 9 - 4 -

36 | 155 Rt. 8 Ggr. 7 Pf.

12

432 | 3 — 4 Pf.

330

102

Oder man berechnet den Betrag des 1 Pfd. nach dem obigen Vortheile also:

42 Rthlr. 18 Ggr.

42 Ggr. 9 Pf. (55

5) 8 - $6\frac{3}{5}$ | 33

11) - - $9\frac{18}{55}$ | 18

9 Ggr. 4 Pf. $\frac{51}{55}$ ca. 1 Pf.

5) Was betragen in Magdeburg $46\frac{1}{8}$ Zentn. + 3 Pfd. Baumöl, à 31 Rthlr. 16 Ggr. d. Zentn. von 110 Pfd.

```
1 Zent.  :  46(1/8) Znt. + 3 Pfd.  =  31 Rthlr. 16 Ggr.
            138                              12 | 1/2
31 × 1/8  -  3  -  21  -                      4 | 1/3
            23  -   1  -  6  -          31 Ggr. 8 Pf.
             7  -  16  -  6  -       5)  6  -  4  -
3 Pfd.  -  -  -  -  20  -  9  -     11)  -  -  7  - ca.
      1461 Rthlr. 11 Ggr. 9 Pf.          6 Ggr. 11 Pf.
                                        20 Ggr.  9 Pf. (3
```

Der bei dieser Berechnung eingeschlagene Weg ist so deutlich bezeichnet, dafs ihn ein jeder finden kann.

cc) Wenn am Ende noch eine Division durch das erste Glied erfodert wird.

6) Was betragen in Nürnberg 343½ Pfd. Salpeter à 81 fl. 42 Xr. die 100 Pfd.?

```
100 Pfd.  :  343(1/2) Pfd.  =  81 fl. 42 Xr.
             2744                  30 | 1/2
               40  -  30 Xr.        6 | 1/5
              171  -  45  -         6 | 1/5
               34  -  21  -
               34  -  21  -
       fl. 280|63 fl. 57 Xr.
                 60
       Xr.  38|37
   x  =  280 fl. 38 Xr. ca.
```

In Beziehung auf §. 241 ist auch diese Berechnung leicht zu erklären. Uebrigens will ich diesen Paragraphen mit einer Aufgabe schliefsen, die eigentlich in den zweiten Kursus (zu den Wechselreduktionen) gehört.

7) Was betragen in Braunschweig 7836 Mk. 11 Schill. hamburger Banko, wenn 300 Mk. 148½ Rthlr. Konv. Kur. gelten?

300 Mk. : Rthlr. 7836 Mk. 11 Schill. = 148½ Rthlr.

```
            31344           8 | ½
            62688           2 | ¼
            3918            1 | ½
              74  -  6 Ggr.
              18  -  13  -  6 Pf.
               9  -   6  -  9  -
3|00 : 11637 | 48 Rthlr. 2 Ggr. 3 Pf.
        222  | 3879 Rthlr.
         48  |
         24       |
     11 | 54      | 3 Ggr.
      2 | 12      |
     30 | 51      | 10⅙ Pf.
```

§. 259.

Uebungsbeispiele zu den zwei vor. Paragraphen.

Was kosten in

Breslau:

1) 45 Znt. 77 Pfd. Seifentalg à 18 Rt. 18 Sgr. d. Znt. v. 132 Pfd?
2) $31\frac{1}{2}$ - + 9 - Blauholz à 12 - 12 - - - - - - - ?
3) 137 Stn. 11 Pfd. Korinten à - - 70 - d. Stn. v. 24 Pfd.?
4) $59\frac{1}{2}$ - 1 - Feigen à - - 83 - - - - - - ?

Elbing:

5) 23 Stn. 15 Pfd. Wachs, gelb. à 45 fl. 21 Gr. d. Stn. v. 33 Pfd.?
6) $7\frac{3}{8}$ Ztn. 5 Pfd. Schroot à $27\frac{1}{2}$ fl. d. Znt. v. 110 Pfd.?
7) $13\frac{1}{4}$ - 7 - Zinn in Blöck. à 127 - 12 Gr. - - - - ?
8) $23\frac{1}{2}$ Schpf. 9 Pfd. Potasche à 85 - 18 - d. Spf. v. 330 P.?

Hamburg:

9) 253 Spfd. 7 Lpfd. 8 Pfd. Blei, Gosl. à 34 Mk. 12 Schl. d. Spf. (v. 20 Lpfd. à 14 Pfd.)?
10) $53\frac{1}{8}$ Znt. 1 Pfd. Salpeter à 37 Mk. 10 Schl. d. Znt. v. 112 P.?
11) $26\frac{1}{4}$ - — 3 Pfd. Leinöl à 52 - 7 - - - - - - ?
12) $269\frac{3}{4}$ Pfd. Pfeffer à $68\frac{1}{4}$ - die 100 Pfd. ?

Magdeburg:

13) 83 Pfd. 21 Loth Indigo à 4 Rthlr. 19 Ggr. ?
14) 143 - 18 - Berlinerblau à 1 - 8 - ?
15) $13\frac{1}{4}$ Znt. + 5 Pfd. Anis à $17\frac{1}{2}$ Rthlr. d. Znt. v. 110 Pfd. ?
16) $24\frac{3}{8}$ - — 4 - Rüböl à $22\frac{1}{3}$ - - - - - - ?

Stettin:

17) 27 Zentn. 59 Pfd. Rosinen à $15\frac{1}{4}$ Rth. d. Znt. v. 110 Pfd. ?
18) $39\frac{1}{4}$ - + 5 - Lichttalg à 18 Rth. 20 Ggr. - - - ?
19) 43 Schpfd. $14\frac{1}{2}$ Lspfd. Hanf à 33 - 18 - d. Schpfd. ?
20) 61 - 13 Lpf. 5 Pfd. dit. à $36\frac{1}{2}$ - - - - - ?

§. 260.

Der Praktik könnte ich noch mehrere kurze Berechnungen der Aufgaben hinzufügen; allein ich begnüge mich, um besonders Anfänger nicht mit zu vielen Regeln zu überhäufen, nur noch einer zu erwähnen, in der Ueberzeugung, daſs sie einem groſsen Theile der Besitzer dieses Buches vielen Nutzen leisten, und andern dazu dienen werde, sich, bei anderweitigen Münz- Maas- und Gewichtsverhältnissen, durch Nachdenken ähnliche Vortheile zu verschaffen.

Kurze Berechnung der Aufgaben mit unbequemen Bruchtheilen der höhern Sorte.

Alle unbequemen Theile vom Thaler, als 5, 7, 11, 13, 17, 19 und 23 Ggr., und alle unbequemen Theile vom Groschen, als 5, 7 und 11 Pf., wie auch mehrere unbequemen Theile von andern Münzsorten, haben die Eigenschaft, daſs, wenn man ein Quadrat von denselben macht, (d. h. sie mit sich selbst

multiplizirt, als $5 \times 5 = 25$; $7 \times 7 = 49$) und eine Einheit von dem Quadrate abzieht, der Rest stets ganze Thaler, oder ganze Groschen gibt.

Diese Eigenschaft gewährt im Rechnen einen überaus grofsen Vortheil, weil man dann nicht nöthig hat, dergleichen unbequeme Theile eines Thalers oder Groschens etc. erst in mehrere Bruchtheile der höhern Sorte zu zerlegen, sondern das unbekannte vierte Glied durch eine leichte Division finden kann, wie mehrere Beispiele in den nun folgenden §. §. zeigen werden.

Wer sich aber dieses Vortheils mit Nutzen bedienen will, der mache sich nachstehende zwei Tabellen recht bekannt.

Tabelle A.

Unbequeme Ggr.	5	7	11	13	17	19	23
Quadratschlüssel in Rthlr.	1	2	5	7	12	15	22

Tabelle B.

Unbequeme Pfenn.	5	7	11
Quadratschl. in Gg.	2 G. o. $\frac{1}{12}$ Rt.	4 G. o. $\frac{1}{6}$ R.	10 G. o. $\frac{5}{12}$ R.

§. 261.

Enthält das dritte Glied eines Regel de tri-satzes unbequeme Groschen, so dividirt man, anstatt die mittlern Glieder zu multipliziren, das zweite durch das dritte, und

nimmt den kommenden Quotienten gleich für gute Groschen an, multiplizirt diese mit dem Quadratschlüssel, und erhält dadurch auch die Thaler. Z. B.

1) Was betragen in Berlin 80 Quartier Weinessig à 5 Gr.?

1 Q. : 80 Q. = 5 Gr. : x
5) 16 Rthlr. 16 Gr.

Bei 5 Gr. ist der Quadratschlüssel 1 Rthlr., x ist daher gleich 15 Gr. + eben so viel Thaler. Kürzer kann man das Resultat wohl schwerlich finden. Die Erklärung ist auf folgende Art sehr leicht: Wenn man die 80 Q. in Gefäſse eintheilt, deren jedes 5 Quart. enthielte, so würde jedes dieser aus 5 Q. bestehenden Gefäſse 5 × 5 Gr. = 1 Rthlr. 1 Gr. kosten; nun sind in 80 Q. 16 solcher Gefäſse enthalten, folglich ist ihr sämmtlicher Betrag auch 16 × 1 Rthlr. + 16 × 1 Gr. d. i. 16 Rthlr. 16 Gr. — Gesetzt aber, es wären 81 Quart. gewesen, so würde der Betrag 5 Gr. mehr seyn.

2) Was kosten in Magdeburg 130 Ellen Zeug à 5 Gr.?

1 Elle : 130 Ellen = 5 Gr. : x
5) 26 Gr. + eben so viele Thaler
27 Rthlr. 2 Gr.

Wären es nur 129 Ellen gewesen, so würde x 5 Gr. weniger, d. i 26 Rthlr. 21 Gr. betragen.

§. 262.

Ist aber das Quadrat von den unbequemen Groschen 2 oder 5 oder 7 Rthlr. etc. so nimmt man den Quotienten zwar auch gleich für so viel Groschen an, multiplizirt aber, um die Thaler zu finden, diese erhaltenen Groschen mit dem Quadratschlüssel 2, 5, 7 etc. Z. B.

1) Was betragen in Leipzig 112 Ellen Barchent à 7 Gr.?

1 Elle : 112 Ellen = 7 Gr. : x
7) 16
x = 16 Gr. + 16 × 2 Rthlr. oder
x = 32 Rthlr. 16 Ggr.

Kürzer kann man dann gleich so rechnen:

112 Ellen à 7 Gr.
32 Rthlr. 16 Gr.

2) Was betragen 189 Ellen à 7 Gr.?

1 Elle : 189 Ellen = 7 Gr. : x
7) 27 Gr. + 2 × 27 Rthlr.
x = 55 Rthlr. 3 Gr.

Oder: 189 Ellen à 7 Gr.
27
55 Rthlr. 3 Gr.

Das Quadrat von 7 Gr. ist 49 Gr. oder 2 Rthlr. + 1 Gr., oder es kosten jede 7 Ellen zu diesem Preise 2 Rthlr. 1 Gr. Ein Stück von 7 Ellen aber ist in 112 Ellen 16mal, und in 189 Ellen 27mal enthalten, daher müssen auch 16 oder 27 solcher Stücke von 7 Ellen 16 oder 27mal 2 Rthlr. 1 Gr. kosten.

Gesetzt aber, es wären 115 Ellen à 7 Gr., so bleiben noch 3 Ellen à 7 Gr. in Gedanken hinzuzurechnen übrig, nämlich also:

115 Ellen à 7 Gr.
7) 16 Gr. + 3 Ellen à 7 Gr.
x = 33 Rthlr. 13 Gr.

3) Wie theuer kommen in Naumburg 209 Pfd. Zink à 11 Gr.?

1 Pfd. : 209 Pfd. = 11 Gr. : x
19 □ 5 Rthlr. + 1 Gr.
x = 95 Rthlr. 19 Gr.

Jede 11 Pfunde kosten 5 Rthlr. 1 Gr.; aus 209 Pfd. aber lassen sich 19 solcher 11 Pfundstücke machen, daher kosten sie auch 19 × 5 Rthlr. und 19 × 1 Gr. = 95 Rthlr. 19 Gr.

Wären es 211 Pfd., so bleiben bei der Division durch 11 noch 2 Pfd. übrig, die à 11 Gr. 22 Gr. betragen, und die man leicht in Gedanken dazu rechnen kann.

4) Wenn in Stettin das Pfund Kaffee 13 Gr. gilt, was kosten 182 Pfd.?

1 Pfd. : 182 Pfd. = 13 Gr. : x
94 Rthlr. 14 Gr. □ 7 Rthlr. + 1 Gr.
(13 : 182 = 14, folglich ist x = 14 × 7 Rthlr. + 14 × 1 Gr.)

Gesetzt es wären 181 Pfd. zu diesem Preise zu berechnen gewesen, so fehlte dann noch 1 Pfd. an den 14 Pfundstücken, und der Betrag wäre 13 Gr. weniger.

§. 263.

Bei den unbequemen Theilen vom Groschen, oder bei 5, 7 und 11 Pf. verfährt man, wie in dem vorigen §. §. gezeigt worden; nur ist zu merken, daſs der Quotient Pfennige, und das Produkt vom Quadrate Groschen gibt. Z. B.

1) Was kosten 55 Ellen Band à 5 Pf.?

1 Elle : 55 Ellen = 5 Pf. : x
5) 11 □ 2 Gr. + 1 Pf.
x = 22 Gr. 11 Pf.

2) Was kosten 6 Pfd. 18 Loth Pfeffer à 7 Pf. das Loth?

1 Lth. : 6 Pfd. 18 Lth. = 7 Pf. : x
32 □ 4 Gr. + 1 Pf.
210 $\frac{1}{6}$ Rthlr.
7) 30
5 Rthlr. 2 Gr. 6 Pf.
x = 30 × $\frac{1}{6}$ Rthlr. + 30 × 1 Pf.

Wären ein oder einige Lothe noch darüber oder fehlten sie, so ist ihr Betrag ebenfalls leicht zu addiren, oder zu subtrahiren.

3) Was betragen 198 Stück à 11 Pf.?

1 Stk. : 198 Stk. = 11 Pf. : x
11) 18 □ 10 Gr. + 1 Pf.
x = 180 Gr. + 18 Pf. = 7 Rthlr. 13 Gr. 6 Pf.

Doch würde ich dergleichen Fällen, wo nur eine Einheit an der höhern Sorte mangelt, lieber nach §. 234 und 235 verfahren, und hier so schlieſsen:

198 Stk. à 11 Pf. = 198 × 1 Gr. — 198 × 1 Pf.
198 × 1 Gr. = 8 Rthlr. 6 Gr.
— 198 × 1 Pf. = - - - 16 -
7 Rthlr. 13 Gr. 6 Pf.

Daſs man sich auch bei andern Münzsorten, z. B. in England bei Pence etc. dieses Vortheils bedienen könne, brauche ich wohl nicht erst zu erinnern.

§. 264.

Auf ähnliche Art lassen sich auch mehrere unbequeme Theile von andern Münzsorten behandeln, und zwar in den meisten Fällen, wo die Reduktionszahlen durch 3 oder 8 ohne Rest dividirt werden können. Ich will deren nur einige anführen.

1) Ein Gulden hat gewöhnlich 16 Ggr.; da sind 7, 9 und 15 Ggr. die unbequemen Theile vom Gulden, welche die Eigenschaft besitzen, daſs ihr Quadrat minus 1 jedesmal ganze Gulden gibt, nämlich:

bei 7 Ggr. ist der Quadratschlüssel 3 fl.
- 9 - - - - - - 5 -
- 15 - - - - - - 14 -

2) Ein Kaisergulden wird zu 20 Ksgr. gerechnet; da haben nur 9, 11 und 19 Ksgr. obige Eigenschaft.

Von 9 Ksgr. ist der Quadratschlüssel 4 Kfl.
- 11 - - - - - - 6 -
- 19 - - - - - - 18 -

Z. B. Was betragen 154 Pfd. à 11 Ksgr.

154 Pfd. à 11 Ksgr.
11) 14 □ 6 fl. + 1
84 Kfl. 14 Ksgr.

3) Im südlichen Deutschlande rechnet man viel nach Gulden à 60 Kreuzer; da sind die unbequemen Kreuzer, welche obige Eigenschaft haben, folgende:

11 Xr. der Quadratschlüssel ist 2 fl.
19 - - - - - - 6 -
29 - - - - - - 14 -
31 - - - - - - 16 -
41 - - - - - - 26 -

Z. B. Was kosten 570 Ellen à 19 Xr.?

1 Elle : 570 Ellen = 19 Xr. : x
19) 30

x = 30 × 6 fl. + 30 × 1 Xr. = 180 fl. 30 Xr.

4) In der freien Reichsstadt Bremen, wie auch in dem Herzogthum Oldenburg, und in dem Fürstenthum Verden rechnet man nach Reichsthaler zu 72 Groot; da ließen sich etwa folgende auf diese Art berechnen:

17 Grt. der Quadratschlüssel ist 4 Rthlr.
19 - - - - - - 5 -
37 - - - - - - 19 -

Z. B. Was kommen 874 Pfd. Tabak à 19 Grt.?

874 Pfd. à 19 Grt.
19) 46

x = 46 × 5 Rthlr. + 46 × 1 Grt. = 230 Rthl. 46 Grt.

5) In Hamburg werden die Preise von mehrern Waaren, als Pfeffer, Saffran, Wachs, Baumwolle, Ingber, Zucker, Indigo, Cochenille etc. in Pfennigen und Schillingen flämisch angesetzt, da könnte man, zur Berechnung der unbequemen Pfennige fls. wenigstens, folgende Tabelle gebrauchen.

Unbeq. Pf. fls.		5	7	11	13	17	19	23	25	29	31
Quadratschl.	in Schl.	12	24	60	84	144	180	264	312	420	480
	in Mk.	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4}$	9	$11\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{4}$	30

Z. B. Wie theuer kommen 154 Pfd. Ingber, brauner, à 7 Pf. fls.?

154 Pfd. à 7 Pf. fls. : x

7) 21 □ $1\frac{1}{2}$ Mk. + 1 Pf. fls.

10 8

$11\frac{1}{2}$

x = 32 $3\frac{1}{2}$

7 Pfd. à 7 Pf. fls. würden 49 Pf. fls. oder 24 Schill. ($1\frac{1}{2}$ Mark) + 1 Pf. fls. kosten; es betragen daher 21 solcher 7 Pfundstücke 21 × $1\frac{1}{2}$ Mk. + 21 × 1 Pf. fls.

6) In Holland gehört zu dem aufsergewöhnlichen Rechnungsgelde ebenfalls die flämische Währung, in welcher die Preise von mehrern Waaren gestellt werden. Da könnte man sich in vorkommenden Fällen etwa folgender Tabelle bedienen:

Unbeq. Pf. fls.	11	19	21	29	31	39
Quadratschl. in fl.	3	9	11	21	24	38

Z. B. Was betragen 165 Pfd. Zucker à 11 Pf. fls.?

1 Pfd. : 165 Pfd. = 11 Pf. fls. : x

15 □ 3 fl.

x = 15 × 3 fl. + 15 × 1 Pf. fls. = 45 fl. $7\frac{1}{2}$ Stv.

Was betragen 722 Pfd. dito à 19 Pf. fls.?

722 Pfd. à 19 Pf. fls.

38 □ 9 fl.

x = 38 × 9 fl. + 38 Pf. fls. = 342 fl. 19 Stüv.

Die Schillinge fläm. lassen sich übrigens ohnehin sehr leicht auf Gulden reduziren, denn 10 Schill. fls. = 3 fl. holl. Eine weitere Anwendung überlasse ich jedem, der Lust dazu hat.

Anhang.

Kurze Anweisung,

sich Tarifs und Rechenknechte zu machen.

§. 265.

Tarifs oder sogenannte Rechenknechte sind, wenn sie richtig berechnet und in tabellarische Form gebracht worden, in vielen Fällen treffliche Erleichterungsmittel, weil öfters mühsame Multiplikationen und Divisionen dadurch gespart werden. Sie sind vornämlich gut zu gebrauchen bei Reduktionen der Gewichte und Maase der einen Provinz in die einer andern, bei Repartitionen von allerlei Abgaben und Lieferungsquantis, Assekuranzbeiträgen etc. auch bei Zins- und Diskontrechnungen, wo Zahlungen auf einzelne Tage geleistet werden. Selbst Krämer und Detailisten können, wenn sie keine Fertig-

keit im Rechnen besitzen, solche Rechenknechte mit vielem Vortheile benutzen. Den Namen faule Knechte, würden sie dann mit Recht verdienen, wenn Anfänger im Rechnen sich derselben schon bedienen, und dadurch die weitern Fortschritte, oder eine so nöthige gröſsere Fertigkeit, die nur durch Mühe und Anstrengung erlangt wird, hemmen wollten.

§. 266.

Die Verfertigung solcher Tarifs ist überaus leicht, wie die nachstehenden Beispiele zeigen werden. Man beobachte nur folgende Regel: Zuerst suche man den Betrag von einem Ganzen, oder von dem einfachen Bruchtheile eines Ganzen, lege diesen zum Grunde, und berechne hierauf (welches durch eine leichte Addition geschehen kann) den 2, 3, 4 und mehrfachen Theil. Wenn z. B. das Pfund einer gewissen Waare zu 16 Gr. 8 Pf. verkauft wird, wie theuer kommen hiernach 1 bis 31 Lothe? Hier berechne ich zuerst durch einen Proportionssatz den Betrag von 1 Loth, nämlich:

1 Pfd. : 1 Lth. = 16 Gr. 8 Pf. : x
32 Lth. 8) 2 - 1 -
4 · 8 4)
x = - - 6¼ Pf.

und formire dadurch folgende Tabelle:

Wenn das Pfund 16 Gr. 8 Pf. gilt, so kostet

Lth.	Gr.	Pf.	Lth.	Gr.	Pf.	Lth.	Gr.	Pf.
1	—	$6\frac{1}{4}$	9	4	$8\frac{1}{4}$	17	8	$10\frac{1}{4}$
2	1	$\frac{1}{2}$	10	5	$2\frac{1}{2}$	18	9	$4\frac{1}{2}$
3	1	$6\frac{3}{4}$	11	5	$8\frac{3}{4}$	19	9	$10\frac{3}{4}$
4	2	1	12	6	3	20	10	5
5	2	$7\frac{1}{4}$	13	6	$9\frac{1}{4}$	21	10	$11\frac{1}{4}$
6	3	$1\frac{1}{2}$	14	7	$3\frac{1}{2}$	22	11	$5\frac{1}{2}$
7	3	$7\frac{3}{4}$	15	7	$9\frac{3}{4}$	23	11	$11\frac{3}{4}$
8	4	2	16	8	4	24	12	6
					u.	s.	w.	

Dieses gilt auch von Waaren, deren Preise nach Zentnern bestimmt sind, und wo man den Preis von einem oder mehrern Pfunden wissen will. Doch diese Tabelle wird durch die im nächsten §. angegebene fast ganz entbehrlich.

§. 267.

Nicht nur beim Detailisten, sondern auch beim Grosirer kommen die Fälle häufig vor, wo jener einzelne Pfunde, dieser einzelne Pfunde über den Zentner zu berechnen hat. Ein geübter Rechner wird sich zwar keiner Tabellen dazu bedienen, denn ehe er den Betrag in der Tabelle aufsucht, hat er denselben schon berechnet, wenn ihm besonders der im obigen 18ten Abschnitte §. 244 angezeigte Vortheil bekannt ist. Allein ungeübte Rechner führen dergleichen Berechnungen gewöhnlich auf eine sehr weit-

läuftige Art, und diesen würde ein solcher Tarif gute Dienste leisten.

Man verfertigt nämlich eine Tabelle, in welcher man den Preis eines Zentners (entweder nach 100 oder 110 oder 112 oder 114 etc. Pfunden) berechnet, wenn das Pfund $\frac{1}{2}$ Pf. bis 1 Rthlr. kostet. Ohne mühsames Rechnen kann man dann gleich angeben, wie theuer der Zentner zu stehen komme, wenn das Pfund für so und so viel Pfennige oder Groschen verkauft wird. Aber auch umgekehrt kann man dann den Betrag von 1 Pfund ziemlich genau finden, wenn man in der Tabelle eine dem bekannten Preise eines Zentners am nächsten kommende Zahl aufsucht, und den dabei stehenden Preis eines Pfundes für den Betrag annimmt. Hier ist die Tabelle, die ein jeder nach Belieben weiter fortsetzen, und sie so vollständig als möglich machen kann. Der Zentner ist zu 110 Pfd. angenommen.

Preis von 1 Pfd.		1 Zent.			1 Pfd.		1 Zent.			1 Pfd.		1 Zent.		
gr.	Pf.	Rt.	gr.	Pf.	gr.	Pf.	Rt.	gr.	Pf.	gr.	Pf.	Rt.	gr.	Pf.
—	½	—	4	7	1	5½	6	16	5	5	7	93	14	2
—	1	—	9	2	1	6	6	21	—	5	7½	93	18	9
—	1½	—	13	9	1	6½	7	1	7	5	8	25	23	4
—	2	—	18	4	1	7	7	6	2	5	8½	25	3	11
—	2½	—	22	11	1	7½	7	10	9	5	9	25	4	6
—	3	1	3	6			u.	s.	w.	5	9½	26	13	1
—	3½	1	8	1	5	—	22	22	—	5	10	26	17	8
—	4	1	12	8	5	½	23	2	7	5	10½	26	22	3
u.	s.	w.			5	1	23	7	2	5	11	27	2	10
1	—	4	14	—	5	1½	23	11	9	5	11½	27	7	5
1	½	4	18	7	5	2	23	16	4	6	—	27	12	—
1	1	4	23	2	5	2½	23	20	11	6	½	27	16	7
1	1½	5	3	9	5	3	24	1	6	6	1	27	21	2
1	2	5	8	4	5	3½	24	6	1	6	1½	28	1	9
1	2½	5	12	11	5	4	24	10	8	6	2	28	6	4
1	3	5	17	6	5	4	24	15	3	6	2½	28	10	11
1	3½	5	22	1	5	5	24	19	10	6	3	28	15	6
1	4	6	2	8	5	5½	25	—	5	6	3½	28	20	1
1	4½	6	7	3	5	6	25	5	—			u.	s.	w.
1	5	6	11	10	5	6½	25	9	7					

Die Anwendung dieser Tabelle ist an sich deutlich; nur will ich den umgekehrten Gebrauch durch ein einziges Beispiel erläutern. Gesetzt, man wollte wissen, wie theuer das Pfund komme, wenn der Zentner 26 Rthlr. 18 Gr. koste; so sucht man in der Tabelle eine diesem Preise am nächsten kommende Zahl, dies ist 26 Rthlr. 17 Gr. 8 Pf., zur Rechten findet man sogleich den Preis eines Pfundes mit 5 Gr. 10 Pf., der um eine un-

bedeutende Kleinigkeit von dem wahren Preise differirt; denn

$$110 \text{ Pfd.} : 1 \text{ Pfd.} = 26 \text{ Rthlr. } 18 \text{ Gr.}$$

64,2	(24 5 Gr.
92	
110,4	(12 10 Pf. + $\frac{4}{110}$ Pf.

oder mit Anwendung des §. 244 erwähnten Vortheils:

	26 Rthlr. 18 Gr.	
5)	5 - $4\frac{1}{5}$ -	
11)	- - $5\frac{46}{55}$ -	
	5 Gr. $10\frac{2}{55}$ Pf.	

§. 268.

Tabellen über den Betrag der Abgaben und andern Lieferungsquantis werden auf ähnliche Art verfertigt. Man berechnet nämlich auf die angezeigte Art den Betrag von den kleinsten Bruchtheilen bis zu den gröſsten vorkommenden Zahlen, entweder nach den vorgeschriebenen Terminen, oder nach andern gegebenen Verhältnissen. So wird z. B. in A. eine Stadtabgabe von bürgerlichen Gewerben, vom Brauen und von liegenden Gütern, unter dem Namen Kontribution jährlich in 45 Terminen erhoben. Ein Handwerker gibt de arte, oder von seinem Ge-

werbe, terminlich 6 auch 9 Pf.; andere 1 Gr.; Kaufleute 2 bis 3 Gr. Bei diesen ist der Betrag in 45 Terminen leicht zu finden. Allein die Abgaben von Grundstücken sind, nach der Gröfse nicht nur, sondern nach den dazu gekauften oder davon wieder verkauften jedes Jahr sehr verschieden; einer gibt $1\frac{1}{6}$ Pf., ein anderer 7 Gr. $5\frac{7}{12}$ Pf., ein dritter 1 Rthlr. 19 Gr. $11\frac{11}{24}$ Pf. etc. terminlich. Hier leistet nachstehende Tabelle die besten Dienste, wie ich aus eigner Erfahrung versichern kann, und sie vollständig mittheile, weil mit leichter Mühe andere hiernach eingerichtet werden können.

1Tm	45 Termine			1Tm	45 Termine			1Tm	45 Termine		
Pf.	Rt.	Gr.	Pf.	Pf.	Rt.	Gr.	Pf.	Gr.	Rt.	Gr.	Pf.
$\frac{1}{24}$	—	—	$1\frac{7}{8}$	$\frac{1}{3}$	—	1	3	6	11	6	—
$\frac{5}{24}$	—	—	$9\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	—	2	6	7	13	3	—
$\frac{7}{24}$	—	1	$1\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	—	1	$10\frac{1}{2}$	8	15	—	—
$\frac{11}{24}$	—	1	$8\frac{5}{8}$	1	—	3	9	9	16	21	—
$\frac{13}{24}$	—	2	$\frac{3}{8}$	2	—	7	6	10	18	18	—
$\frac{17}{24}$		2	$7\frac{7}{8}$	3	—	11	3	11	20	15	—
$\frac{19}{24}$	—	2	$11\frac{5}{8}$	4	—	15	—	12	22	12	—
$\frac{23}{24}$	—	3	$7\frac{1}{8}$	5	—	18	9	13	24	9	—
$\frac{1}{12}$	—	—	$3\frac{3}{4}$	6	—	22	6	14	26	6	—
$\frac{5}{12}$	—	1	$6\frac{3}{4}$	7	1	2	3	15	28	3	—
$\frac{7}{12}$	—	2	$2\frac{1}{4}$	8	1	6	—	16	30	—	—
$\frac{11}{12}$	—	3	$5\frac{1}{4}$	9	1	9	9	17	31	21	—
$\frac{1}{6}$	—	—	$7\frac{1}{2}$	10	1	13	6	18	33	18	—
$\frac{5}{6}$	—	3	$1\frac{1}{2}$	11	1	17	3	19	35	15	—
$\frac{1}{8}$	—	—	$5\frac{5}{8}$	Gr.	—	—	—	20	37	12	—
$\frac{3}{8}$	—	1	$4\frac{7}{8}$	1	1	21	—	21	39	9	—
$\frac{5}{8}$	—	2	$4\frac{1}{8}$	2	3	18	—	22	41	6	—
$\frac{7}{8}$	—	3	$3\frac{3}{8}$	3	5	15	—	23	43	3	—
$\frac{1}{4}$	—	—	$11\frac{1}{4}$	4	7	12	—	Rt	—	—	—
$\frac{3}{4}$	—	2	$9\frac{3}{4}$	5	9	9	—	1	45	—	—

§. 269.

Bei Verfertigung der Tarifs zu Reduktionen der Gewichte uud Maase eines Landes in die eines andern, sucht man erst ein Verhältniſs in ganzen Zahlen, berechnet die Einheit des einen Gewichtes oder Maases in Theilen oder Ganzen des andern, und sucht dann, wie oben, durch eine bloſse Addition den 2, 3, 4 und mehrfachen Betrag. Wie aber das Verhältniſs in ganzen Zahlen gefunden wird, dies ist in dem 2ten Kursus, in der Reduktionsrechnung, nachzusehen. So hält der Ohm Wein in Bremen 7200, der Ohm à 2 Eimer, in Berlin hingegen 7425 franz. Kubikzoll. Folglich betragen 7425 Ohm in Bremen 7200 Ohm oder 14400 Eimer in Berlin, oder in kleinern Zahlen 33 Ohm in Bremen = 32 Ohm oder 64 Eimer in Berlin. Dies als Grundverhältniſs angenommen, so lassen sich alle übrige, entweder vom Quart, oder Anker oder Eimer leicht daraus herleiten, und, wie bereits gezeigt worden, in eine Tabelle bringen.

Eben dasselbe gilt auch von Tarifs über Zinsen auf einzelne Tage, über Diskont, über Wechselkurse, und überhaupt von allen

dergleichen Tabellen. Manche bezahlen dieselben mit vielem Gelde, und hätten solche auf einem Blatte Papier selbst entwerfen können. Dieser Fingerzeig wird dem denkenden Kopfe hinreichend seyn, sich in vorkommenden Fällen dergleichen Erleichterungsmittel selbst zu verfertigen.

11849(2)

Stw.

Schellenbe

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MIDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schellenberg, Johann Philipp,

Kaufmännische Arithmetik oder allgemeines Rechenbuch für Banquiers, Kaufleute, Manufakturisten, Fabrikanten und deren Zöglinge

Bd.: 1

Braunschweig (1805)

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Stw 6659 -1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11282994-0